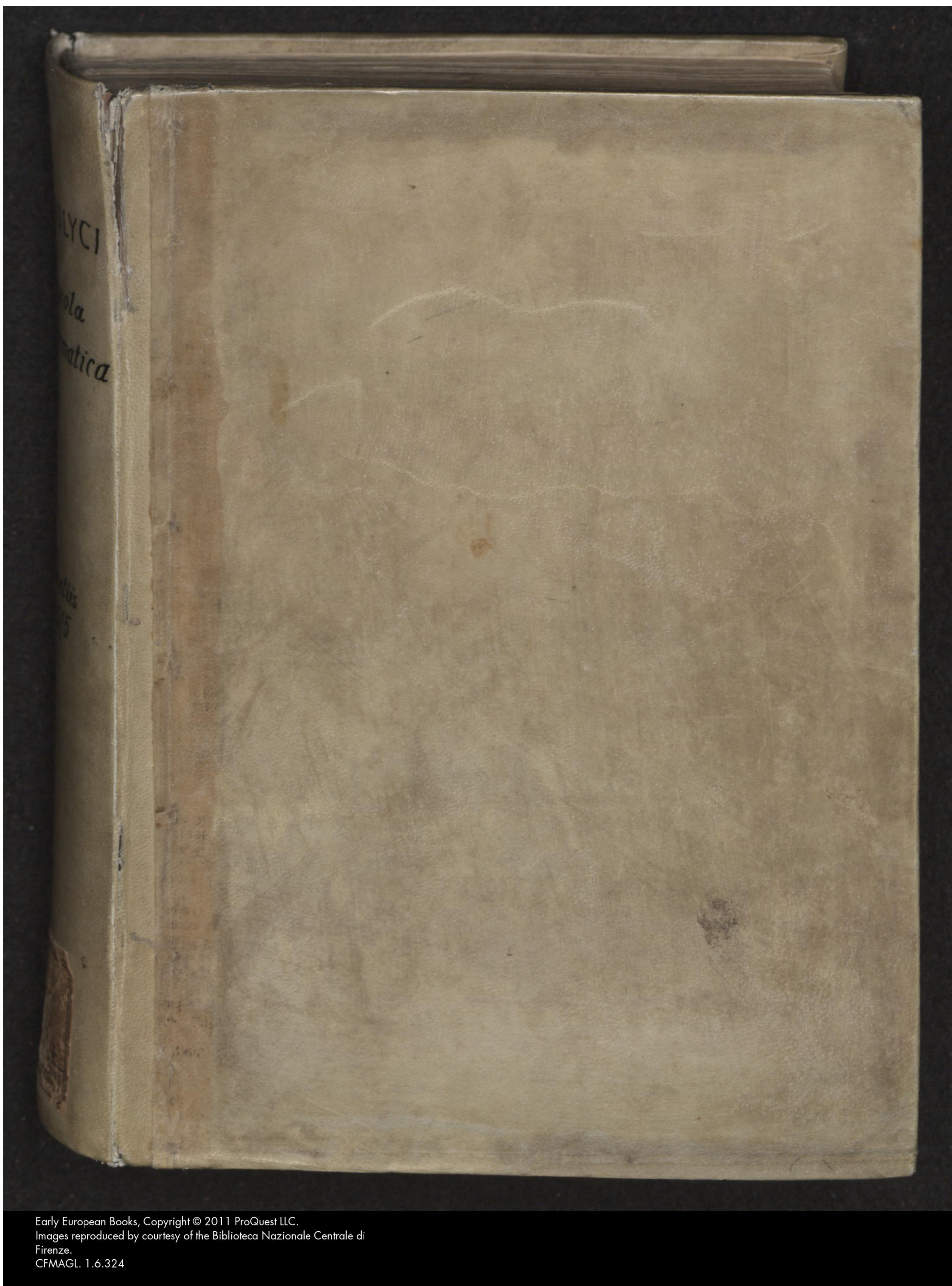
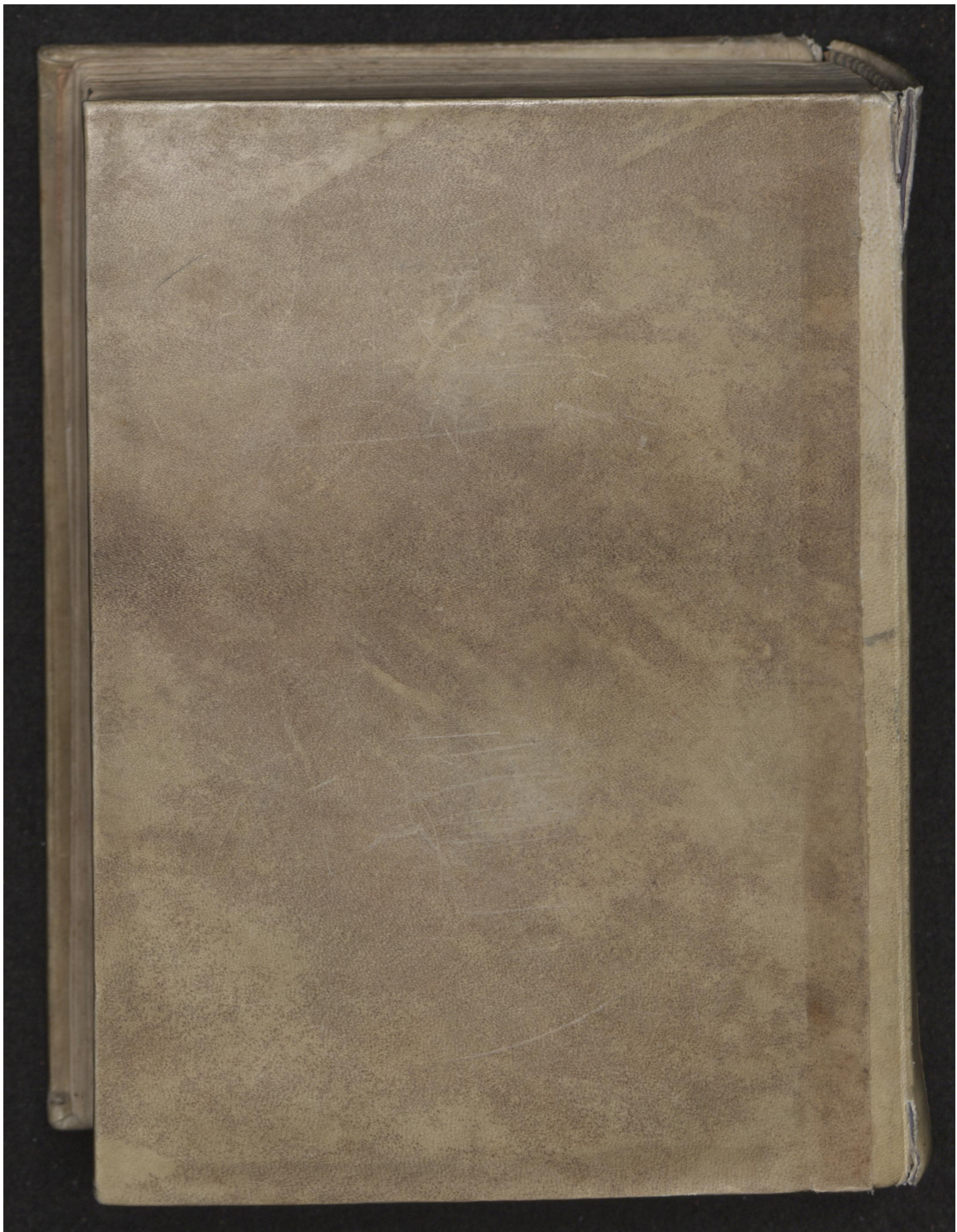


MAVROLYCI
Opuscola
Mathematica
Venetiis
1575











D. FRANCISCI MAVROLYCI, ABBATIS MESSANENSIS, Opuscula Mathematica;

Nunc primùm in lucem ædita, cum rerum omnium notatu dignarum.

INDICE LOCVPLETISSIMO.

PAGELLA HVIC PROXIME CONTIGVA, eorum Catalogus est.

PER ME QVI SI RIPOSA,



E'N CIEL SI GODE.



CVM PRIVILEGIO.
Venetijs, Apud Franciscum Franciscium Senensem.
M D L X X V.

CATALOGVS OPVSCVLORVM in hoc volumine contentorum.

De Sphæra liber unus. folio 1.
Computus Ecclesiasticus in summam collectus. fol. 26.
Tractatus Instrumentorum Astronomicorum. fol. 48.
Tractatus de Lineis horarijs. fol. 80.
Euclidis propositiones elementorum, libri Tredecimi solidorum tertij, regularium corporum primi. fol. 103
Musicæ traditiones. fol. 145.
De lineis horarijs libri tres. fol. 161.

Quibus omnibus.
Arithmeticorum libri duo demum accesserunt.

ILLVSTRISS. ET EXCELLENTISS.

Metaurienſium, & Vrbinatium

DVCI, PISAVRIENSIVMQVE Principi inclyto.

FRANCISCO MARIÆ II.

Ruuerio Feltrio.





VM ſuperioribus menſibus (Illuſtriſſime Princeps) librum hunc Celeberrimi Mathematici Maurolyci excudendum curaßem, eumq́; iam abſolutum deinde edere ſtatuiſsem, anxius diu perplexusq́; fui, quemnam promulgando nunc primùm libro inter Mathematica volumina quammaximè conſpicuo, nec tenuis operæ pretium lectoribus allaturo patronum adiungerem: cuius auctoritate mea quoque cura ac diligentia, quam eruditiſſimi philoſophi monumentis imprimendis adhibuiſsem, clarior ſplendidiorq́; redderetur. Verùm cum illuſtres viros complures, eosq́; præſertim, qui auctoritate, nobilitate, & gratia excellunt, mihi propoſuiſsem; te vnum, Dux inclyte ac præſtantiſſime, tandem delegi, tanquam nobilitatis, gratiæ, auctoritatisq́; nomine cæteris præferendum, earumq́; rerum in primis cognitione, quas in Optimo Principe ſapientes deſignarunt: iidemq́; vix in vno ac altero reperire

 potuerunt.

potuerunt. Maiores enim tui mihi animo eos repetenti, cum eas, quæ ad immortalitatem contendunt, artes tam diligenter excoluerint, id potissimum attendisse videntur, vt homines gentem familiamve aliquam, vnde omnium exempla virtutum emanarent, essent in posterū habituri. Namque Franciscum Mariam auum tuum singularis rei militaris peritia, & amplissimi honores habiti, nobilissimiq; ex periculosissimis bellis parti triumphi, tanquam Imperatoriæ dignitatis exemplar, Mauortiæq; disciplinæ legem ac regulam haud immeritò constituerunt, iucundissimamq; eius memoriam posteris reliquerunt. Iulium deinde patruum tuum, quis, cum vitam intueatur, mores, instituta, studiaq; contempletur; & nihil humile, nihil obscurum, nihil vulgare, ampla omnia, præclara, digna genere tanto ab eo quotidie agi conspiciat; in sacro Cardinalium cœtu primas obtinere negabit? Parentis tui demum Guidobaldi, meritò ambigere videntur homines, magisne virtus in bello, an in pace sapientia ac moderatio enituerit. Illud quidem asserere audeo, neminem esse, qui dubitet eum parentis sui & natura, & ingenio, & omni denique anteacta vita dignum sese filium præstitisse. Qui cùm à Deo Optimo Maximo ad cælestem immortalitem nuper vocatus fuerit, te filium paternæ auitæq; virtutis imitatorem æmulumq; reliquit quem ad omnem laudem natura genuit, ac disciplina erudiuit, à quo vno studia liberalesq; artes sua repetunt ornamenta; quique, cum opibus valeas, acumine mentis excellas, eò omnes curas traducis, studiaq; dirigis, vt ingenuæ huiuscemodi artes ab omnibus penè neglectæ Principibus, tua beneficentia suffultæ recreentur. Præclarè tu quidem legitimum illarum cultum, qui iam obsoleuerat, & Mathematicarum præsertim, quas à tenera ætate studiosissimè didicisti, in pristinum decus gloriamq; reducere conaris; dum antiquorum in hac disciplina libros, hominum incuria vel improbitate corruptos quàm emendatissimos peruulgari curasti. Quapropter ego quoque, cū harum artium studia mirificè cum studiis tuis congruere perspexissem, feci non inuitus, vt in eadem disciplina librum tuo dignissimum patrocinio, sub tui præclari nominis, tamquam Principis, & eruditissimi sapientissimiq; Principis, auspicio imprimendum curarem. Tuæ erit humanitatis, animiq; altitudinis consilium nostrum non improbare, voluntatem fouere, nosq; in posterum reddere alacriores ad longè maiora aggredienda, longeq; illustriora nostri in te animi signa ostendenda. Quod vt eueniat, Deum precamur, vt te, cōmuni omnium causa, quam diutissimè nobis seruet incolumen. Vale. Venetijs VII. Kalendas Augusti Anno salutis M D LXXV.

Franciscus Franciscius Senensis.

INDEX COPIOSISSIMVS IN LIBELLOS, DE SPHÆRA

COMPVTO ECCLESIASTICO,

INSTRVMENTIS ASTRONOMICIS

LINEIS HORARIIS, PROPOSITIONIBVS elementorum Euclidis, Musicis traditionibus, ac demum iterum de lineis horarijs.

Alphabetica ſerie digeſtus.



De litera A.



ACVMEN & grauitas, qualitates vocum, & ſonorum, vnde cauſentur. 146
Additio pro aliquot figurarū lateribus. 114
Item pro ſcientia ordcharum. ibid.
Aequator ſphæræ, qui 9
Aequalitas initium proportionum 150
Aequinoctia, Solſtitia, & quatuor tempora. 30
Aequinoctialem inter & Tropicū degentium, ſitus. 15
Aequinoctialis altitudo quomodo deprehendenda. 53
Aequinoctialis parallelus qui. 162
Aequinoctiorum retroceſsio 46
Aequinoctiorū, & Solſtitiorū pūcta. 10
Aer cur Octahedrica forma præditus dicatur. 8
Aer repercuſſus ſonum efficit. 146
Alceus, cui inuentionem tibiæ adſcribat. 159
Alexandriæ latitudo quot gradus. 60
Altitudinis cuiuſpiam, vel longitudinis ſpacium, quomodo per quadratum geometricum innoteſcit. 49. 50
Altitudo quæpiam ob aliquid impedimentum inacceſſibilis, quomodo menſuranda. 50
Altitudo Solis, & vmbra per ſingulas horas, quomodo deſcribendæ. 239
Amblygonium triangulum. 4
Amphiſcij qui. 17
Ampullæ arenariæ, qn̄ inuentæ. 161
Anaximenes Mileſius horologij Sciotericí inuentor. 161
Cuius vſus apud Romanos quanto tempore fuit. ibidem.
Anguli tres coniuncti quid efficiant. 4
Anguli omnes rectilineæ figuræ cuiuſlibet coniuncti, quid conficiant. 4
Angulus quid. 4
Angulorum ſpecies. ibid.

Angulus obtusus. 4
Angulus acutus. ibidem.
Angulus solidus vnde sit. 5
Angulus in quadrato, in hexagono, & in triangulo, qualis, & quantum valeat. 6
Annus duplex. 28
Annus Arabicus, qui. ibid.
Annus Aegyptius. ibidem.
Annus Romanus. ibid.
Antipodes, siue Antichthones, qui. 17
Antiscij, qui. 17
Antæci, hoc est, in contrapositis & æqualibus parallelis habitantes. 17
Apollonius prior inuentor Araneæ. 161
Apotome quid, 169
Apotome quorum sit differentia. 147
Apotome quot Commatibus maior, & minor. 148
Apotome quot Commatibus maior, quot verò minor. 153
Aqua cuius figuræ. 8
Aquæ forma cur Icosahedrica. 143
Aranea ex quibus constet. 71
Archades primi in Latium instrumenta musica intulere. 159
Arctico sub & Antarctico degentium situs. 15
Arcticus, & Antarcticus, paralleli. 11
Arcticus, & Antarcticus, qui paralleli sint. 163
Qui circuli sint vocati. ibi.
Arcus astri diurnus quomodo inueniendus. 236
Arcus coalterni dierum & noctium sunt inuicem æquales.
Armillaris instrumenti usus. 78
Armillaris instrumenti fabrica. 77
Aristarcus Samius Scaphæ, siue hemispherij inuentor, & Disci in planicie. 161
Aristoxeni allucinatio in sectione toni. 148
Aristoxenus vocales differentias secundùm graue & acutum in qualitate ponebat. 149
Artis omnis subiectum infinitum est: sed opera nostra efficitur finitũ. 147
Ascensio astri obliqua, quomodo inuenienda. 236
Ascensionalis differentia astri, quomodo inueniatur. 236
Ascensionalis differẽtia stellæ, quæ. 163
Ascensionũ, vel descensionũ mora. 16
Astri locus, magnitudo, latitudo, ascensio, declinatio. 13
Astri loci visus, & aspectus diuersitas. 22
Astrorum ortus, & occasus. 18
Astronomica præambula quædã. 162
Astrolabi Theoria, & fabrica. 61
Astrolabi scriptores, qui. 61
Astrolabi dorsum quid habeat. 71
Astrolabi faciei descriptionis recollectio. 72
Astrolabi vsus. 75
Astrolabum imperfectionis, quare argui non potest. 74
Astrorum corpora sphærica. 7
Auditus ex quo fiat. 147
Aurei Numeri dispositio. 36
Augis linea quæ. 19
Aux quid. 19
Axes coniugati qui. 264
Axis sphæræ, qui. 7
Axis mundi. 9
Axis recta, quæ. 263
Azimut Arabicè quid vocetur. 70

De litera B.

B. Litera quid in musica recipiat, & quando diuersificet. 153
Bases, si fuerint celsitudinibus reciprocæ, figuras æquales esse, necesse est. 6
Basis est graduum principium. 150
Basis conica, quæ. 263
Basis pyramidis ad basim octahedri, in eadem sphæra comprehensi, est sesquitertia. 264
Berosus Chaldæus Hemicyclij excauati inuentor. 161
Bissextus quando sit. 31
Bissextus, & eius inuentio. 32. & 33
Bissexti, Concurrentium, Literæq; dominicalis inuentio. 22
Boetius in determinandis interuallo-

rum

rum collationibus vocalium proortionum, ſcopũ veritatis attigit. 160

De litera C.

CAlculus laterum, & perpendicularium figurarum planarum, & ſolidarum. 143
Calculus vocalium proportionũ. 160
Calendæ, Nonæ, & Idus. 29
Campanus ſcripſit de Computo. fol. 1
Campanus errauit in traditione elementorum Euclidis, ſed a Io. Renimontij correctus. 2
Campanus quomodo de ſphæra, & Computo ſcripſerit. ibid.
Canobus ſtella vbi conſpiciatur incipere horizontem radere. 59
Canonicæ Horæ. 47
Cantilenarum genera tria. 149
Et ex quibus procedant. 152
Chorda quinta in muſica a quo adiecta. 147
A quibus cæteræ vſque ad vndecimam. ibidem.
Chorda linea quæ. 264
Chordæ in circulis proportionales diametris, ſimiles abſcindunt portiones. 5
Chordæ duæ ſemicirculum complentes, angulũ continent perfectũ. 114
Chordæ, ac ſinus. 229
Chromaticum cantilenarũ genus. 149
Chromaticũ, ac molle, cur apud b. 152 Rotundi apud f.
Circulus, quid. 4
Circulus polo meridiano propinquior, in maiorem periferiã proijcitur. 62
Circulus altitudinis aſtronomicæ, qui 163
Circuli omnes duo, omnesq; duæ ſphæræ, ſunt adinuicẽ ſimiles: & quare. 5
Circuli duo ſimiles in quotupla ratione diametrorum. 6
Circuli in ſphæris, quorum diametri ſphæricis diametris proportionales, ſimiles abſcindunt ſphæricas portiones. 6
Circuli paralleli in ſphæra qui. 7
Circuli maiores, & minores in ſphæra quales. ibid.
Circuli diuiſio. 12
Circuli altitudinum, qui. 13
Circuli per polum radiantem in ſphæra incedentis, qui rectilineam vmbram proijcit, æquales periferiæ per radios, ſub quibus æquales anguli comprehenduntur, in ſpacia æqualia in ſubiectum planum proijciuntur: quorum a contactu remotius, maius eſt. 66
Circulorum obliquorum in ſphæra exiſtentium, vmbræ in planum ſubiectum proiectæ, circulares proijciuntur. 63
Circulorum ſemidiametri circumſcribentium baſes ſingulas quinque corporum regularium, in ſphæra, cuius diameter duodecim pedum, inſcriptorum. 144
Circulorum & linearum poſitio. 163
Circulorum horariorum ſuper æquatore, & parallelis mutua ſectio. 168
Circuli horarij, qui. 163
Circuli horarij, qui & Secantes. 82
Circuli tangentes, qui & quot. ibid.
Circuli à centro ad latus Trianguli æquilateri in circulo deſcripti perpendicularis, dimidium eſt ſemidiametri eiuſdem circuli. 127
Ciuitatis, aut loci cuiuſpiam latitudo 163
Claues Feſtorũ, & earum inuentio. 40
Clauium æquatio. ibid.
Climata, quæ, & quot. 18
Cœlum cuius figurę, & motus. 7
Cœlo quæ forma congrua. ibid.
Cœlum primum, primũ mobile. 10
Coincidentiæ linearum, quæ. 4
Columna figura. 5
Columna tetragona, ad ſuum ſerratile dupla. 6
Columna ad ſuam pyramidem tripla. ibidem.
Coluri duo. 11. 163
Comma quid ſit. 147
Quæ & ſectio. & 153
Computus Eccleſiaſticus. 26

Computus quid. 1
Computus quid contineat. ibid.
Computi scriptores. ibid.
Concurrentes quid, & vnde. 32.33
Eorum inuentio. ibid.
Concurrentium, Bissexti, Literæq; Dominicalis inuentio per Cyclum solarem. 33
Coni similes, qui. 5
Conica superficies, quę sit. 263
Conica basis, quę. 263
Conica sectio, quę. 264
Conus quid. 5
Conus rectus, qui. 263
Conus, est solidum sub circulo, & conica superficie contentum. 263
Consonantia, quarum sit vocum. 146
Consonantiæ præcipuæ, vnde proportionem suscipiunt. 146
Consonantia a percussionum commensurabilitas efficitur. 149
Consonantiam non recipit incommensurabilitas. ibid.
Consonantiæ optimæ, in quibus proportionibus consistunt. ibid. 149
Consonantiæ vbi consistant. 150
Contrapositæ lineę communem diametrum habentes, quę. 264
Corpora maiora, & minora quali motu ciantur. 146
Corporum quinque regularium intra sphæram inscriptorum latera, cuius scilicet sphęræ diameter habet partes duodecim. 122
Corpus magis densum tremit velociùs. 150
Corpus minus, velociùs tremit. ibid.
Cretenses in prelium egressi, cithara precinente. 159
Ctesibius Alexandrinus horologij ex aqua, & hydraulicarum machinarum inuentor. 161
Cubi quadratum, & Octahedri triangulum, ab vna sphęra comprehensorum, ab eodem circulo circumscribuntur. fol. 126
Cubi designatio in dodecahedro. 142
Cubi fabricatio in Octahedro. 142
Cubi in Icosahedro conditio. ibid.
Cubi superficies sicut est ad Octahedri superficiē, sic Cubi solidū ad Octahedri solidū in eadem sphæra. 128
Cubica superficies ad Octahedri superficiē, est sicut pyramidis latus ad Octahedri latus in eadē sphęra. 127
Cubica basis ad pyramidis basim, est sicut tota Cubi superficies ad totam Octahedri superficiem: & sicut solidum ad solidum, & sicut pyramidis latus ad Octahedri latus. 129
Cubum construere, & data sphęra cōprehendere, & ostendere, quòd ipsius sphęræ dimetiens potentia, triplus est ad latus ipsius Cubi. 116
Cubus sub quot quadratis sit. 5
Cubus, siue Hexahedrum, quot basibus quadratis, & angulis solidis constet. 103
Cubus triplus est ad pyramidem in eadem sphæra descriptam. 129
Hoc idem alia ratione oñditur. ibid.
Cubos, quot bases & angulos habet. 155
Cycli quot, & ex quot annis cōstēt. 31
Cyclus solaris. ibid.
Cyclus Lunaris, & quō inueniatur. 35
Cyclus Paschalis. 43
Cylindrus quid. 5
Cylindri similes, qui. ibid.
Cylindrus ad suum Conum triplus. 6

De litera D.

DAuid Rex & Propheta, musicalium instrumentorum auctor multorum. 159
Declinationes, & ascensiones cuicunque Zodiaci puncto debitæ, quomodo inueniendæ. 233
Declinationum, & ascensionum Solis, q̃stiones quædā extraordinarię. 242
Degentium sub Tropico, situs. 15
Degentium inter Tropicum & Arcticum, vel Antarcticum circulum, situs ibidem. & eorum, quæ sub arctico, & antarctico. Ibidem. & eorum qui sub polo mundi. ibidem.
Degentium inter æquinoctialem, & Tropicum,

Tropicum, Seius. ibid.
Deus solus infinitus. 147
Diameter per centum ducta, quid efficiat. 4
Diameter si ducatur in dimidium ambitus, producetur plana superficies maximi circuli terrestris. 60
Diametri globi terrestris sciscitatio. 60
Diametri coniugatæ in ellipsi, seu in contrapositis lineis horarijs, quæ sint. 264
Diametri coniugatæ flexarum, quæ. 277
Diapason ex dupla proportionem constat. 146
Diapason cum diapente ex qua constet proportione. 14.ibid.
Diapason ex quibus conflectur. 151
& vnde compleatur. 147
Diapason à diapente, & diatessaron inuicem, continuatis constituitur. 151
Diapason quãdo generat symphonias compositas in secundo ordine. 152
Item quando eas tertij ordinis. ibid.
Diapentem ex qua proportione constare. 146
Diapente completio. 147
Diatessaron ex qua proportione construatur. 146
Diatessaron determinatio. 147
Diatonicum cantilenarum genus. 149
Diatonicum naturale ac medium apud literam c, quare initium sumat. 152
Dies maxima, & nox maxima zenit habentium inter Arcticum circulum, & mundi polum. 16
Dies quid. 27.163
Dies Ægyptij quot, & quando. 30
Dies Resurrectionis. 46
Dieseos ab integro tono quæ differentia. 147
Diesis, & eius proportio. 146.147
Diesis quid. 148.& 151. 152
& quibus maior. 148
Diesis quot commata excedat. 153
Diezeugmenæ chordæ. 149
Diphthongum, siue ditonus, a diatessaron superatur semitonio minori. 146
Disdiapason ex qua proportione sit 146
Dodecahedrum sub quot pentagonis, sit. 5
Dodecahedrum sub quot pentagonis, basibus, & angulis solidis claudatur. 103
Dodecahedri constructio, & datæ sphæræ comprehensio: & ostensio, quòd dodecahedri latus irrationale est, & quomodo vocetur, & quando. 118
Dodecahedri in Icosahedro coaptatio. 142
Dodecahedrum solidum cur cœlo cuncta comprehendenti assimilauere. 143
Dodecahedrum quot bases includat & quot angulos. 155
Dominicalis literæ inuentio per Cyclũ solarem. 33
Dupla, decemq; vicesimas septimas superpartiens ratio est, sicut ratio cubicæ basis ad Octahedricam basim duplicata, solidorum in eadem sphæra locatorum. 128

De litera E.

Eclipses Solis & Lunæ. 23
Eclyptica, est Solis via. 9
Eclypticæ cuiusvis loco dato, declinatio, & ascensio recta quomodo adscribenda. 5.4
Eclyptica tanquàm horizon obliquus, & eorum paralleli quilibetque alius in sphæra circulus in planum subiectum inclinatus, in vmbram circularem in ipso plano proijcitur. 64
Elementorum Euclidis Propositiones. 107
Ellipseos diametri, & lineatio. 267
Ellipsis paralleli cuiuspiam in horizontali, seu verticali horologio, quomodo describenda. 248
Ellipsis, quæ. 264
Empedocles cuius iracundiam cantu temperauit. 145
Enarmonicum cantilenarum genus. 149

Epacta, & eius inuentio. 37
Error notandus in numeris Ptolemaicis circa latitudinem Rodi. 60
Euclidis elementorum liber tredecimus. Solidorum tertius, & Regularium corporum primus ex traditione Maurolyci. 103
Euclidis elementorum liber quatuordecimus, Solidorum quartus, Corporũ regularium secundus, ex traditione Maurolyci. liber 1. 123
Eudoxus Araneæ inuentor. 161

De litera F.

Feriarum inuentio per annos Christi. 34
aliter per Cyclum solarem. ibid.
Festa noui Testamenti. 44
Festa mobilia quomodo inueniantur. 41
Festorum Claues, & earum inuentio. 40
Festorum conuenientia. 45
Figura, quid. 4
Figura aquæ qualis. 8
Figurarum rectilinearum species. 4
Figurarum quadrilaterum species. 4
Figurarum latera æquilaterarum circulo inscriptarum, cuius diameter ponitur partium duodecim. 121
Figuræ similiter positæ, similesq; planæ. 5
Figuræ planæ similes in quotupla ratione sint respondentium laterũ. 6
Figurarum latera æquilaterarũ circulo inscriptarum, cuius diameter supponitur pedum. 12. secundum terminos numerarios. 145
Flexa dati paralleli in plano cuiuslibet horologij ad quemlibet situm quomodo delineanda. 244

De litera G.

Geometrica principia 4.5.6.7
Geometricum quadratum. 48
quomodo fabricandum. ibid.
Gnomonica speculatio, quæ lineas tractat horarias, inter Mathematicas speculationes non infimum locum tenet. 161

De litera H.

Harmoniæ non conuenit proportio superpartiens, & cui hoc videatur. 146
Hebdomada, & Planetarum dominium. 31
Hexachorda septem totum Guidonis Icosichordum conficiunt. 152
Hexachordum □. quadrati ac duri, & sonori iure incipit apud g. sonoram literam. ibid. 152
Hexachordum quid comprehendat. ibidem.
Hora quid, & quotuplex, & qualis. 27. 163
Hora per altitudinem solis, vel vmbrã quomodo captanda. 239
Horarij semicirculi. 164
Horarum occasualiũ in fabrica in horologio meridiano, quomodo procedendum. 97
Horæ Canonicæ. 47
Horæ, in quibus distinguitur successiuum dominium planetarũ, quæ. 75
Horologia præcipua quæ sint, & quomodo horarias lineas suscipiant. 170
Horologij Scioterici speculatio vnde pendeat. 81
Horologij æquinoctialis descriptio. 179
Horologij horizontalis recti, & horologij meridiani descriptio. 182
Horologij Verticalis in sphæra obliqua cum vtrisq; lineis, descriptio. 195
Idem cum vtraq; linearum serie ad latitudinem grad. 38. 197
Horologij in quocunque situ descriptio. 205
Horologij portatilis rectificatio. 206
Horologij horizontalis theoria ad latitudinem minorem, & maiorem grad. 45. 219
Horologij verticalis theoria ad latitudinem

dinem graduum 49. 221
Horologij meridiani theorica. 123
Horologiorum, horizontalis, Meridiani, & verticalis plana, & linea Meridiana. 176
Horologiorum facierum cõuersio. 200
Eorundem facierum diuersarum in lineamentis colligantia. 202
Horologium meridianum. 184
Eiusdem cum horis à meridie ab ortu, & occasu ad Lat. gr. 38. 186
Horologium æquinoctiale. 218
Horologium verticale ad latitudinem graduum 38. 191
Horizontale ad Lat. grad. 38. Ibid.
Horologium horizontale cum lineis a meridie, & lineis ab ortu, uel occasu horas indicantibus, ad latitudinem graduum 38 194
Horologium verticale, & meridianũ horizontis obliqui, quęque in eis flexę secentur, & tangantur à lineis horarijs. 220
Horologium verticale ad latitudinem grad. 45. maiorem, deque contrapositis periferijs, quas in eo lineę horarię secant, & tangunt. 224
Horizon, qui circulus sit. 12
Horizontis recti, situs. 14
Horizontis obliqui, situs. ibid
Horizon æquinoctialis pro vertice polum habens; Duo tropici, circulus arcticus, & antarcticus, & omnes eorum paralleli a quocunque in sphæræ superficie descripti, quando faciant vmbras circulares. 63
Horizon habens pro vertice polum mũdi, qui & unũ & idem est cum Æquatore, diuiditur per circulos magnos per vtrumque polũ ductos: qui per quas lineas, & quò preijciantur, & quid sint partientes. 67
Horizon rectus, qui in astrolabo reprę-sentatur per colurum ęquinoctiorũ (quę in plano ipso instrumenti linea recta est) diuiditur p circulos ductos per utrunque ipsius polum in æquatore diametraliter constitutos. & quid de horum numero sit. 68
Horizon qui circulis sit appellatus. 162
& qñ rectus, & obliquis sit. 162
Horizon habens pro Zenit ipsum mũdi polum, sortitur centrum & polum in centro instrumenti.
Hypate, chorda quę & cui planetarũ detur. 155
Hyperbole chorde, quę. 149
Hyperbole quę. 264
Hyperboles diametri, & lineatio & eius regulæ. 271

De litera. I.

ICosahedri ĩ dodecahedro effictio. 142
Icosahedrum sub quot triãgulis sit. 5
Icosahedrum cõstruere, & data sphera comprehendere, & ostẽdere, ꝙ ipsius Icosahedri latus irrationale eit, appelaturque minor. 116
Icosahedrum, ex quot triangulis basibus solidis, atque angulis cõstet. 103
Icosahedrum ex quibus constet. 155
Icosahedrum quot angulos, & bases habet. 155
Icosicordi Guidonis expositio. 154
Icosichordum totum ex quibus constet. 155
Idus unde nuncupentur. 29
Ignis forma, pyramidalis, 143
Instrumentum omne geometricum ex qua materia fabricandum. 48
Instrumentum omne circulare, quid repræsentet in concaua primi mobilis superficie.
Iouannes Sacroboscus scripsit de Computo. fol. 1
Iordanus solus videtur Astrolabi attigisse theoriam, & vnde desumpta illa sit. 62
Isosceles qualia latera habeat. 4
Iubal, filius Lamechis, primus cithara canentium, & Organi inuentor. 159

De litera. k.

KAlendę, Nonę, & Idus. 29

De li-

De litera. L.

Lacedæmones primi tibijs in prælio vsi sunt. 159
Latera quinque corporum regularium intra spheram inscriptorum, cuius diameter habet duodeci partes. 122
Latera quinque corporum regularium sphęrę inscriptorum, cuius diameter supponitur pedum 12. secundùm terminos numerarios. 144
Latitudo astri ortiua quomodo inuenienda. 236
Latus maior cui lateri opponatur. 4
Lichanos, quę chorda sit. 155
cui planetarum assimiletur. Ibid.
Limites linearum, qui. 4
Linea, quid. 4
Linearum, alia recta, alia flexa. Ibid.
Lineares limites. Ibid.
Linearę coincidentię, siue limites. Ibid.
Linea quando secat lineam, duo anguli collaterales quomodo resultent. 6
Linea meridiana quõ inueniatur. 52
Linea recta a polo radiante deducta, orthogonaliter secans diametrum circuli maioris obliqui in sphęra describi, quò cadit &, cui ęqualis sit. 64
Linearum horariarum tractatus. 81
Linearum horariarum theoria unde pendeat. 81
Lineę non tangentes, siue non incidentes, quę. 82
Lineę horarię a Meridie incipiẽtes. 86
Lineę occasuales. 95
Linea recta si extrema, & media ratione fecetur, maius segmentũ admittẽs totius dimidium, quintuplum potest eius, quod ex totius dimidia. 107
Linea recta si sui ipsius segmento quintuplum potuerit, dupla prædicti segmenti extrema & media rõne dissecta; maius segmentũ reliqua est pars eius, quæ in principio, rectæ lineę. ib.
Linea recta, si media & extrema ratione secetur, maius segmentum admittẽs dimidiam maioris segmenti; quintuplum potest eius, quod à dimidio maioris segmenti, quadrati. ibid.
Linea recta si extrema & media ratione secetur; quòd ex tota & minori segmento, vtraque quadrata triplum sunt eius, quod à minori segmento fit, quadrati. 108
Huius conuersa eodem concludetur discursu. Ibid.
Linea recta si extrema, & media ratione secetur, apponaturque ei linea ęqualis maiori segmento; tũc & tota recta linea extrema & media ratione secabitur, & maius segmentũ erit ea, quæ in principio, recta linea. Ibid.
Linea recta si extrema & media ratione secetur, apponaturque ei ęqualis minori segmento; tota quintuplum poterit eius, quod a maiori segmento, quadrati. 108
Lineæ duæ rectæ si extrema singulæ, & media ratione secentur, totæ ad maiora segmenta eandem habebunt rationem. Item totæ ad minora eandẽ. Item segmenta segmentis proportionalia erunt. 109
Linea recta rationalis, si extrema, & media ratione secetur, segmentorum irrationale est, appellaturque Apotome. Ibidem.
Linearum & Circulorum positio. 163
Linearum protectio, & situs. 166
Lineæ horariæ quæ super vno se puncto secent, quæue æquidistent, & in quibus planis. 171
Linearum horariarum à meridie descriptio in horizõte obliquo, suoque verticali. 187
Linearum vtriusque ordinis in horizõte obliquo descriptio. 193
Lineas circa horarias, & flexas, & horologiorum facies, notanda quædam. 199
Linearum tam rectarum, quàm flexarũ horariarum in recto & obliquo horizõte, situs formatio, proiectio. 212
Lineæ flexæ, quæ. 211
Lineæ flexæ, horariæ, quas secant, & tãgunt horariæ lineæ in obliquis horizontibus, & singulos situs, & horologia singula. 217

Lineę

Lineę flexæ horariæ in singulis horologijs per singulos locorum, solisque situs, vmbrarum desinentias suscipientes. 227
Lineæ horariæ vtcumq; seu ad datam rationem secandæ, aut inueniendæ. 229
Lineæ horariæ quomodo aliter dscribātur, & eiusdem regulæ. 239. & seq
Linearum horariarum contrapositarū flexarum in horizontali, aut verticali horologio, descriptio. 254
Lineæ horariæ, flexæ ad parallelos, per initia signorum Zodiaci incedentes, pertinentes in horizontali, seu verticali horologio, quomodo delineandę. 259
Linea omnis ordinata in sectione conica, est vel circuli, vel ellipsis cuiuspiā diameter. 274
Lineæ tangentes flexas ducendæ, quæ. 277
Lineæ Nontangentes contrapositarum. 280
Lineæ tangentes, seu secantes conicas sectiones. 273
Lineis duabus propositis, ex quibus vna sit diuisa, reliqua quomodo diuidenda. 54
Lineis in horarijs describendis, omnibus numeris confectis instrumentis, & plano, & amplo spacio opus est. 100
Literæ Dominicales 32. & 33
Literæ Dominicalis, Bissexti, concurrentiumque inuentio per Cyclum solarem. 33
Literis septem consummantur oīs varietas in recipiendis modorum qualitatibus. 156. 157
Loci altitudinis siue poli eleuationis indagatio. 53
Loci tertij a singulis cognitis duorum locorum longitudinibus distantiæ, & eius longitudinis, & altitudinis, perpensio. 61
Locorum longitudines, & latitudines. 17
Locorum longitudines, quæ ab aliquo Occidentis termino, quem Ptolęmeus Meridianū insularum fortunatarum posuit, sint, quomodo inuestigari possint. 58
Lumen, si a meridionali polo radiare intelligatur, tunc vmbræ circulorū per dictum polum in sphęrica superficie descriptorum, quò proijciantur. 62
Lunæ motus. 19
Luna defertur ab epicyclo, & quà. ibi
Lunæ epicyclus à quo vectetur. ibid.
Lunæ Theorica. 21
Lunæ & Planetarum latitudines, quæ. 21
Lunæ eclipsis. 23
Lunæ, & Solis coniunctiones. 35
Lunæ ætas. 38
& Regulares. ibi.
Lunę locus in Zodiaco. 39
Luna quamdiu luceat. ibid.
Lunaris Cyclus, & quomodo inueniatur. 35
Lunationum distributio. 36

De litera M.

MAgnes vnde dictus. 201
cur ferrum attrahitur. ibid
num viciſſim à ferro trahatur. ibid.
cur per contractum virtutem ferro impertiatur. ibid.
Magnes in vase ligneo innatante positus, cur determinatam sui partē semper ad septentrionem, quamuis aliosum detortus conuertitur. 101
Cur ipsius fragmētū idipsum faciat. ibidem.
Cur ferrum post ipsius contactū, idē faciat. ibid
Magnes, vel acus ad eius contactum attemperata, cur nō respexit potius Ortum, vel Occasum. 101
Cur Nautæ isto artificio, & obelo talivtantur. 102
obelus idem, cur a vero septentrione quandoque ad dextram, quandoque ad sinistram declinet. ibid.
Item cur idē obelus pixidis, seu magnes

gnes poculo innatanti impositus, detortus à situ suo, non statim ad eũ redit. ibid.
M. Val. Messala Cons. horologium solarium in columna secũdùm rostra primus posuit. ibid.
Marsias successor tibię Palladis. 159
ab Apolline superatus, & excoriatus. ibid.
Mensis quotuplex. 29
Mensium ingressus. 34
Meridiana linea quomodo inueniтur. 52
Meridianus, Coluri, & omnes declinationum circuli, & omnis Horizon rectus, quando se inuicem intersecantes. 62
Mercurij theorica. 21
& eius centrum ęquantis. ibid.
Mercurius tetrachordi inuentor. 147
Mercurius quomodo instrumentum musicum excogitauit fabricandum. 159 ibid.
Orphea docuit musicam. ibid.
Meridianus circulus qui. 13
Mese quæ chorda sit. 155
cui assimiletur. ibid.
Messeala fabricæ Astrolabi vsum satis tradidit, parcius autem eius speculationem. 61
Metalla cætera præter ferrum, cur lapidem non habeant. 101
Modi canendi, quarum Gentium moribus accommodati, & nomen sumpsere. 145
Modi quatuor canendi, qui dicuntur autentici, duces, & præcipui, vbi in tetrachordo locentur, & qui illi sint. 155
Item qui sint qui istis subiaceãt. ibi.
Modi in Icosichordo, qui autentici, qui subiugales. 156
Modi in Icosichordo, planetis septem, & octauo Orbi consignantur: & qui illi sint. 156
& quid efficiant. 157.158
Modi autentici vnde formentur. 157
Vnde Placales. ibid.
Moses primus inuentor tubæ ęneę. 195
Motus cœlestis in duplici differentia reperiri. 8
Motus primus. 12
Motus corporibus quæ mouentur, proportionales. 146
Multiplicitas perfectiorem facit consonanciam. 151
Mundus totus rotundus. 8
& quid. 9
Mundus, quæ sphera sit. 162
Musica triplex. 145
Musica vetusta ex quot neruis constitisse penes Nichomachum. 147
Musica speculationi, & moralitati conducit. 145
Musicam ad docendos pueros, qui magno pretio conducti. 145
Musicæ traditiones. ibi.
Musicas voces semper esse in numerorum rõne, & commensurabiles. 149

De litera N.

Neate, vel Nete, q̃ sit chorda. 155
Neruus in cithara, qualiter sonat. 146
Neruus citharę ĩtactus, ad alterius nerui vnisoni aerem tremefactũ mouetur. ibid. 149. & 150
Nete, vel Neate quæ chorda vocetur, & cui assimiletur planetarum. 155
Nicephorus, & Proclus apud Græcos in explicanda Astrolabi speculationes, obscuri, & mutili videntur. 61
Nonæ vnde dicantur. 29
Numeri Aurei dispositio. 36
Numeri pręcipui, concinniores symphonias generant. 151

De litera O.

Octahedrum sub quot triangulis continetur. 54
Octahedrum, quę figura & ex quot basibus & angulis solis constet. 103
Octahedrum construere, & data sphera cõprehẽdere, & ostẽdere, quòd ipsius sphęrę dimetiens potentia, lateris ipsius octahedri duplus est. 115

Octahedri

Octahedri in pyramide cõstructio. 142
Item eiusdem in Cubo inclusio. ibi.
Octahedri ĩ dodcahedro cõpositio. 142
Octahedrum, quot angulos possideat & quot bases. 155
Octochordum, & eius expositio. 148
Octochordi grauissima chorda stellato cœlo respondet: & reliquę quibus cęlis consonent. 148
Sed collatio hęc simplex numeri, & ordinis est. Ibid.
Octogonium triangulum. 4
Octogoni latus vnde innotescat. 114
Orbis totius figura. 8
Orbis terrestris ambitus dimensio. 59
Orpheus Thamyrim, & linum docuit musicam. 159
Oxigonium triangulum. 4

De litera. P.

Pallas tibię inuentrix dicitur. 159
Pan fistulæ inuentor. 159
Parabola, quæ. 264. & 265.
Paraboles diametri, & lineatio & eiusdem Regulę. 265
Parabola quo pacta per paralleli sui radios in horizontali, seu verticali horologio sit delineanda. 251
Paralleli, quæ figurę. 4
Parallelogrammum figura, Ibid.
Parallelo grammum ad suum triangulum duplum est. 6
Parallelogramma inter Nontãgentes, & periferiam locata, sunt inuicẽ ęqualia: Quòd tàm non tangentis sectionem à tactu, quàm secantis eandem à periferia ad non tangentes recepta segmenta sunt ęqualia. 283
Parallela plana, quę 5
Parallelepipeda solida. Ibid.
Paralleli qui Almucantarat Arabice nũciarentur, & qua ducantur. 70. 71
Parallelorum tam Zodiaci, quàm Horizontis descriptio. 74
Parallelorum per initia signorum descriptio. 91
Paralleli. 82
Paramete, quę sit corda & cuius planetarum assimiletur. 156
Parenete, quę chorda sic vocetur, & cui planetarum assimiletur. 155
Parhypate quæ chorda, & cui planetarum accomodetur. 155
Parthi tĩpanis ĩ pręlio primi vsi sũt. 159
Pascha & eius institutio. 41. 42
Paschalis cyclus. 43
Pentagoni ęquilateris si tres anguli continui, aut non continui æquales fuerĩt, ęquiãgulũ erit Pẽtagonũ. 110
Pentagoni æquilateri & ęquianguli si binos continuos angulos binę rectę subtendant, extrema & media ratione se inuicem secabunt, & maiora segmenta singula erunt Pentagoni lateribus æqualia. Ibid.
Pentagoni latus pothexagoni, & decagoni latus in eo circulo, in quo pẽtagonũ clauditur, descriptorum. 112
Percussionum commensurabilitas consonantiam efficit. 149
Periferiæ diuisio. 229
Periferia instrumenti circularis reddit circuli sibi similem arcum.
Periaci, hoc est, sub eodem parallelo circumhabitantes. 17
Periscij, qui. 17
Perpendicularis Recta, quæ. 5
Perpendiculares à centro circuli, cuius diameter est partiũ duodecim ad latera figurarum æquilaterarum, intra ipsum descriptarum. 122
Perpendiculares a centro sphęrę, cuius diameter est partiũ duodecim ad bases quinque corporum regulariũ, ab ipsa sphęra circũscriptorum. 122
Perpendicularis à centro sphæræ ad basim Octahedri, potẽtialiter tripla est ad perpendicularem ab eodem cẽtro ad basim pyramidis in eadem sphęra locatæ. 124
Perpendicularis à centro sphęræ ad basim cubi, ab ipsa sphæra cõprehensi, est dimidium lateris cubi. 125
Perpẽdiculares duę, vna à cẽtro sphęre ad basim Octahedri, altera ab eodẽ cẽtro ad basim Cubi, in eadẽ sphæra comprehensorum, sunt æquales. 125

Perpendiculares à centro sphęrę ad bases octahedri, atque Cubi circumscriptorum, arguentur ęquales. 126
Perpendiculares a centro circuli, cuius diameter pedum duodecim ad latera figurarum ęquilaterarum in ipso circulo inscriptarum. 144
Perpendiculares à centro sphęrę, cuius diameter pedum 12 ad bases singulorum corporum regularium in ipsa sphęra inscriptorum. Ibid.
Philolai error in Toni sectione. 148
Philosophia tripliciter distinguitur. 2
Philosophię pars speculatiua, in quas alias diuidatur. fol. 3. & 4
Philosophiæ practica pars, sicut corpus animo parit, theoricam sequitur magistram. 211
Physica signa, quę. 12
Piseus Tyrrenus ęneæ tubæ inuentor, sed ante hunc Moses. 159
Planæ similes, similiterque positę figuræ, quę. 5
Plana duo si se inuicem secantia, tertio quodam plano secentur, factę à tertio plano sechories, que rectæ lineæ sunt, se inuicem secant. 166
Plana tria, vel plura si se inuicem super eadem recta secent, quorum vni planum quartum æquidistet, reliquam secet; factæ a quarto plano sectiones, erunt æquidistantes. 167
Planetarum directiones, regressiones, & stationes. 21
Planum si secet spheram per centrum, sectio erit circulus maior habens cōmune centrum cum sphera, eamque secans in duo hemisphęria. 6
Planum si secet spheram pręter centrū, quæ sectio, quod centrum. 7
Poli sphęræ, qui. 7
Poli mundi. 9. 162
Poli eleuationis indagatio. 53
Polus sphæræ septentrionalis si tangat planum, tunc locus omnis stellę, vel puncti in spherica superficie constituti, quò proijciatur. 62
Polus septentrionalis in plano, quando est ipsum punctum contactus. 62
Polyedræ figurę. 5
Polyedris ex figuris solidis, quot quæ Regularia tantùm dicantur. 5
Præcepta symphonias contexendi. 158
Prismata figura. 5
Problemata circa magnetem. 100
Proclus in assignāda speculatione astrolabi, obscurus & mutilus videtur. 61
Profunditas putei alicuius metiendi, quomodo consideranda. 50
Proportio, seu ratio, quid. 5
Proportio sesquialtera facit diapente non absolute perfectionis. 151
Proportio sesquitertia facit diatessaron non vndiquaque suauem. ibid.
Propositiones elementorū Euclidis. 107
Proportionum vocalium calculus. 160
Proslambanomenos, chorda quæ. 155
Ptolemæus explicans Astrolabi fabricā, lectorem fatigoso calculo potius fatigat, quàm docet. 61
Ptolemæus in quo vocales differentias figebat. 149
Punctum quid. 4
Puncta æquinoctiorum, & solstitiorum. 10
Puncto intra lineas coincidentes signato, possibile est per punctum ipsum ita lineam deducere in occursum cō incidentium, vt in puncto tali per æqualia secetur. 274
Pyramis sub quot triangulis contineatur. 5
Pyramides figuræ. 5
Pyramis quot triangulas bases, & solidos sortitur. 103
Pyramidis cōstitutio in sphæra, & quòd ipsius sphæræ dimetiens potentia sesqui alter est ad latus ipsius pyramidis. 115
Pyramidis tota superficies, vel octahedri, intra spheram, cuius diameter rationalis est, descripti, medialis est. 124
Pyramidis latus ad perpendicularem, quę à vertice ad basim delabitur, potentia sexquialterum est. 124
Pyramidis tota superficies ad totā octahedri superficiem est subses quialtera, sicus. 16. ad. 24. fol. 125.

Pyra-

Pyramidis ĩ Octahedro collocatio. 142
Pyramidis descriptio in dato Cubo. 182
Pyramidis in dodecahedro accõmodatio. 142
Pyramidis in Icosahedro figuratio. 143
Pyramis quot angulos, & bases hẽt. 155
Pythagoras quomodo consonantiarũ proportiones explorasset. 147
Pythagoras in quo vocales differentias constituebat. 149
Pythagoras lirę heptachordon Orphei, addidit octauam chordam. 159

De litera Q.

QVadrans. 51
Quadrans instrumentũ simplex, facile, necessarium & cõe. 51
Vnde nomen sortitur. ibi.
Quomodo fabricandum. ibi.
Quadrantis fabrica, & vsus. 177
Quadratum quæ figura. 4
Quadratum Geometricum. 48
quomodo fabricandum. ibi.
Quadranti planicies, ad captandas meridianas Solis & eius declinationem, astrorũ altitudines, poliq; eleuationem, quomodo sistenda. 52
Quadrata laterũ pyramidis, & Cubi pariter sumpta, sunt æqualia quadrato diametri sphæræ, in qua describuntur. 116
Quadrilaterum figurarum species. 4
Quinquangulum æquilaterũ si in circulo rõnalẽ habẽte diametrũ, inscribatur; quinquanguli latus irrationale est, appellaturq; Minor. 113

De litera R.

RAtio vnde nuncupatur. 5
Ratio, seu proportio, quid. ibid.
Rationes similes, vel æquales, quę. ibi.
Rationi magis q̃ sensui credendũ. 147
Recta præter circuli centrum ducta, q̃uo diuidat ipsum circulum. 4
Recta in Rectam perpendicularis q̃n sit. 4
Recta perpendicularis, quæ. 5
Recta, quando secat duos parallelos, anguli contrapositi, coalterni, extrinsecus, & intrinsecus oppositi, sunt inuicem æquales. 6
Rectangulum figura quæ. 4
Rectãgulũ est totius cubicæ superficiei pars duodecima, q̃d sub perpendiculari a cẽtro basis cubi ad latus, & sub ipso latere comprehenditur. 126
Rectangulũ est totius solidę areę pars duodecima, quod sub perpẽdiculari a centro basis Octahedri ad latus, & sub ipso latere comprehenditur. ibi.
Rectilinearum figurarum species. 4
Regulares Solis. 35
Regulares Lunæ. 38
Regula volubilis quæ Arabicè uocatur Allidada, quæ. 75
Regulæ alię, altitudinis mẽsurãdę. 50
Regulę super linearũ sectione, & æquidistantia. 85
Regulæ generales in oĩ horologio. 98
Regulæ cũ receptionibus suis linearũ horariarũ, q̃ super vno se puncto secent, quæue ęquidistent, & in quibus planis. 171. & 175
Repetitio rõnis pro calculo diametrorũ, laterũ, & perpendicularium. 130
Resurrectionis dies. 46
Rhombus figura quæ. 4
Rhomboides figura, quæ. ibid.
Robertus Episcopus Lingoniensis scripsit de Computo. fol. 1
Rodus & Alexandria sub eodem sunt fermè meridiano. & distantia taliũ vrbium quot gradus habeat. 59
Rodi latitudinẽ quot gradus esse. 60

De litera S.

SAppho, plectri inuentrix. 159
Scalenum qualia latera habeat. 4
Scalenus conus qui. 264
Scholium super calculo laterum figurarum ęquilaterarum. 121
Scientiarum diuisio. 3. & 4
Scientia pręcedit scientiam quinque modis. ibi.
Scipio Nasica primus Romæ Clepsydræ

dræ inuentor. 161
Scopas Syracusanus Plinthi, siue lacunaris inuentor. 161
Scriptores de computo. 1
Sectio conica quæ dicatur. 264
Semicirculi horarij. 164
Semidiametri circulorũ circumscribẽtium bases quinq; corporũ regulariũ à sphæra, cuius diameter est partium duodecim circũscriptarũ. 122
Semitonium maius quod. 147
Semitoniũ minus, hoc est Diesis, quibus maius, & minus. 148
Semitonium maius quid. 152
Sensus qñq; in iudicando fallitur. 147
Sesqui tertia ratio dupla est eius, quã habet tota Cubi superficies ad totam octahedri superficiem. 127
Sesquitertia ratio dupla est eius, quam habet Cubica basis ad pyramidis basim in eadem sphera. 129
Sexanguli & Decagoni, in eodem circulo descriptorũ si latera componantur, cõposita tota extrema & media ratione secantur & maius segmentũ est ipsius sexanguli latus. 111
Quid, si lineę extrema, & media ratione diuisæ, maius segmentum sit latus hexagoni in aliquo circulo descripti? ibid.
Sexanguli latus si extrema & media ratione secetur, maius segmentũ erit decagoni latus circumscripti in circulo, sexangulum circumscribente sol. 111.& 112
Sexcupla ratio superpartiens tres quartas, dupla est ad rationẽ, quã habet Octahedri solidum ad pyramidis solidum in eadẽ sphera existentiũ. 125
Siculum fretum in numeris Ptolemæi quot gradus habere videtur. 60
Signa duo opposita in quolibet horizõte, quas ascentiones habeant. 16
Signa a Solstitio æqualiter remota, pijciũt, arcuales vmbras æquales. 64
Signifer, siue Zodiacus, qui. 9
Signorum ascensiones in Horizonte recto. 15
Item signorũ in horizõte obliquo. ibi.
Sinuum regularum expositio. 35
Sinuum regulæ, quæ. ibid.
Solida similia, & similiter collocata 5
Solida regularia Geometrarũ, quot & quæ. 103
Solidum quid. 5
Solidorum species. 5
Solida duo similia in tripla sunt ratione correlatiuorum laterum. 6
Soni motibus proportionales, secundũ ictuum numerositatem. 146
Soni vniuoci quando generentur. 150
Sonorum proportio ex numerorũ proportione sumitur. 146
Sonus quid. 146
Sonus vnde efficiatur. 150
Sonus grauis, & acutus, ex quibus reddantur, 146
Sonus a chorda in cithara qũo fiat. ib.
Sol quando peragat semicirculũ æstiuũ Zodiaci, & in quot diebus. 72
Solarij theoria. 81
Solariũ recti horizõtis, & meridiani. 92
Solarij locatio. 100
Solis semita quæ, & qũo vocatur. 9
Solis declinatio ab Æquatore quot graduum. 10
Vnde proueniat. ibi.
Solis motus. 19
a quo deferatur, & quà. ibid.
Solis æquatio quæ. 19
Solis Theorica. 21
Solis eclipsis. 23
Solis ingressus in signa. 30
Solis Regulares. 35
Solis, & Lunæ coniunctiones. ibid.
Solis, vel astri declinatio, quomodo inuenienda. 53
Solis, siue cuiusuis eclypticæ loco dato declinatio, & ascensio recta quomodo adscribatur. 54
Solis, vel cuiuspiã stellæ ortus, latitudo ac differentia ascensionalis quomodo sciscitanda. 55
Solis, vel stellæ diurnus, aut nocturnus arcus, quomodo addiscendus. 56
Solis vel stellæ per datam in quouis loco altitudinẽ, a meridiano distantiæ determinatio. ibid.

Solis

Solis declinationes maximæ,quæ. 163
Solis in meridiano cõſtituti altitudo,& eius diei altitudinum maxima. 178
Solſtitia quot,& quando. 30
Spacia duo æque a contactu remota, ſunt æqualia. 66
Spa tiatæ cur ſuccẽſſi contra Timotheũ Mileſium. 145
Sphęrę tractatus quid contineat. 1
Sphęra quid. 1. & 5
eius diameter vel axis per centrum incedit. ibid.
Sphęrę principia ſecundũ Ptolomęũ. 7
Sphęrę octauę motus. 23
Spęrarum numerus,& ordo. 24
Sphęrę diametro propoſita quinque corporum regularium, ab ipſa ſphæra comprehenſorum, latera exponere & inuicem conferre. 120
Sphæra ſolida,& quõ cõſtruatur. 79
Sphæræ à centro ad baſim circũſcriptę pyramidis recta ꝑpẽdicularis,eſt ſexta pars ſphęricæ diametri. 124
Sphæræ ſemidiameter ad perpẽdicularẽ a centro ad baſim octahedri circun ſcriptę,potentia triplum eſt. 124
Sphęrę à centro ad baſim Icoſahedri,recta perpendicularis maior eſt quàm perpendicularis ab eodem centro ad baſĩ cubi ĩ eadẽ ſphęrę cõſtituti. 133
Sphæræ in quolibet ſolidorum.ſ. pyramide,Cubo,Icoſahedro, & Octahedro,inſcriptio. 143
Stellarũ apparitiões,& occultatiões. 18
Stellæ cuius longitudo & latitudo notæ proponuntur,declinatio,& recta aſcẽſio quõ determinandæ. 55
Stellarum duarũ habentiũ cognitos in longitudine locos,dimenſio. 57
Stellæ locis ꝑ Quadrãtẽ ĩueſtigatio. 58
Stellarum duarum,duarũque Ciuitatũ longitudines & latitudines quomodo perpendendę. 61
Stellæ declinatio,latitudo,aſcẽſio recta, declinatio. 162
Stoflerinus fabricam,& vſum Aſtrolabi luculenter tradidit. 62
Stylus in parietalibus horologijs vbi figendus. 99
Superficies,quæ.
Superficiei ſpecies.
Superficies conica,quæ. 263
Superparticularitas conſonantiam non reddit perfectam. 151
Symphoria ſuauior ibi conſurgit, vbi ictuum eſt correſpondentia. 151
Synemmenę chordæ quæ. 148

De litera T.

TAbella Arcuũ diurnorũ, differentiarum aſcenſionũ,latitudinũ ortus, declinationumq; ad latitudinẽ grad. 38 1/6 208
Eiuſdem reſiduum. 209
Taurominitanus adoleſcens contra quem ira percitus,& quomodo à Pytagora mitigatus. 145
quos ẽt à morbis idem eripuit. ibid.
Tangentes, ſeu ſecantes lineę conicas ſectiones,quę. 272
Temporis diuiſio. 20
Tempora quatuor. 30
Temporũ diſpoſitio,& obſeruatio. 43
Temporum diſtinctio. 44
Terminus quid. 4
Terpander liram Orphei, quæ antea in mare proiecta fertur, in Ægyptũ tulit, & cur eius inuentor eſſe dicatur. 159
Terra in medio mundi ſita. 8
reſpectu Firmamenti quaſi punctum. ibid.
Quòd motu locali careat. ibid.
Terræ figura rotunda. 8
Terræ ſemidiameter ad cycli ſolaris & Firmamenti diſtantiam collata, eſt inſenſibilis. 52
Terræ forma cubicalis, & quare. 143
Terreſtris orbis ambitus dimenſio. 59
Terreſtris globi diametri ſciſcitatio. 60
Terreſtris circuli maximi quomodo plana ſuperficies producenda. 60
Terreſtris molis magnitudinis coniectio. 61
Teſtamenti noui Feſta. 44
Tonis ſingulis ſua ineſt ꝓprietas. 145
Tonus, quot commantibus maior, & minor.

minor. 153
Tonus quid. 146. & 153
Tonus, seu Phehongũ quid. 146
Tonus non diuiditur per ęqualia. 148
Tonus quot commatibus maior, & minor. 148
Tonus quarum proportionum sit differentia. 151
Tonus bis ablatus a diatessaron, quid reddat. 151
Tonus ter ablatus a diapente, quid efficiat. 151
Toni triplicati admissio dura fuit canentibus. 152
Trapezium figura quæ. 4
Tremor velocior, sonum facit acutiorem. 150
Troglodytæ Sambucę inuentores. 159
Tropi, seu modi octo, interuallorum diapason species. 149
Tropici qui circuli sint. 10
Tropicũ inter & Arcticũ, vel Antarcticũ circulũ degentium, situs. 15
Tropici Cancri, & Capricorni, qui. 163
Triangulorum species. 4
Triangulum amblygonium. 4
Triangulum oxigonium. 4
Triangulum orthogonium quod. 4
Triangula duo, duo Parallelogramma, duæ Columnæ, duæ pyramides, siue Coni sup ęquas bases cõstituti, sunt fastigijs proportionales. 6
quid si sint eiusdẽ altitudinis? ibid.
Triãgulũ æquilaterũ si ĩ circulo descriptũ fuerit; ipsius triãguli latus, potẽtia triplum est ad circuli semidiametrum. 113
Triãguli ęquilateri latus ad ppẽdicularẽque ab angulo ad basim, potentia sexquitertium est. 123
Triãguli æquilateri si latus fuerit rõnale, superficies eius est medialis. 123
Tripla ratio, dupla est eius, quam habet cubica supficies ad pyramidis superficiem in eadem sphęra. 129
Tritonius a diapente vincitur semitonio minori. 146
Tritoni duricies vnde temperetur. 147
Tubarũ clãgore, & pulsu tympanorũ, pugnatium animi accenduntur. 14

De litera V.

VEneris, Martis, Iouis, atq; Saturni, motus. 20
Veneris, Martis, Iouis & Saturni theorica. 21
Vertex flexæ lineę, qui. 264
Vmbræ a quibus efficiantur. 13
Vmbræ rectæ, siue versę, siue altitudinis cuiuspiã, vel lõgitudinis spaciũ quomodo per Quadratum geometricum innotescit. 48. 49
Vmbrę circulorum in eadẽ sphęrica supficie dęscriptorũ, & plano tangenti ęquidistantium, quò proijciuntur, & vbi centrum habent. 62
Vmbræ circulorũ in sphęræ plano subiecto ęquidistãtiũ, in plano ipo circulares, tã centrũ quàm polũ sortiũtur in ipo contactus puncto, & qui ipse sit. 64
Vmbrę circumferiales nõ sunt arcubus suis similes. ibid.
Vmbra longiùs proiecta, in maiorem circumferentiam proijcitur. ibid.
Vmbra proiecta ĩ omni circulo obliquo ad planũ subiectũ, polũ habet a centro diuersum. 65
Vmbra recta, quæ. 163
Versa quæ. ibid.
Vnis, onus consonantiarum exordium. 149. & seq.
Vnitas principium numerorum. 150
Vocalium proportionũ calculus. 160
Vocum musicarum proportio rationalis esse debet. 146

De litera. Z.

ZOdiacus, siue signifer, qui. 9
Zodiacus in quot arcus æquales diuiditur. 10
Et quomodo vocentur. ibid.
Zodiaci maxima ab Æquatore declinatio quomodo inuenienda. 53
Zonę quinque. 11

Errata sic corrigito.

Folio 33. *uersu* 20. *Cyclus Cyclum.* 36. 38. *auri aurei.* 42. 24. *igitut igitur.*



REVERENDI DO. FRANCISCI MAVROLYCI, ABBATIS MESSANENSIS, ATQVE MATHEMATICI CELEBERRIMI.

De Sphæra Liber vnus.



AD LECTOREM: PROLOGVS.



DE Sphęra, & de computo temporum multos olim scripsisse constat: inter quos Jo. Sacroboscus, Robertus Episcopus Lingoniensis, & Campanus pręcipui sunt. Lubet tamen hîc paucis perstringere quidquid pertinet ad huiusmodi negocium. Sphęræ quidem tractatus continet astronomica rudimenta: Computus autem kalendarij, Festorum mensium: & anni rationem, quasi quædam ad calculum introductio. Quare, sicut Sphæra videtur esse theorica quędam motuum, ita Computus praxis eorundem & supputatio. Et vtrunq; vsu venit publicæ commoditati. vtrinq; enim deriuatur, fastorum, temporum, lunationum, ac solemnitatum distinctio, & annorum ordo, secundum Consules, Cęsares, Pontifices, Reges, & historias succedentium;

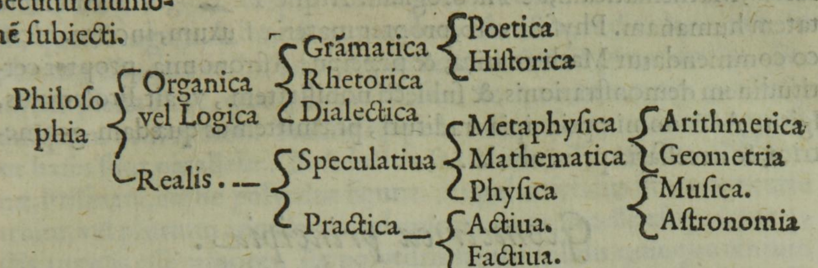
atque quotidianus rationum & negociorum vſus. Tentabimus igitur & nos horum principia & præcepta ſubtexere. fortaſſe aliquid ab alijs omiſſum, ſupplebimus: aut, ſi opus fuerit ſuperflua reſecabimus. vtroque enim modo hallucinantur authores. Et breuior traditio facilius percipitur. Quis neſcit Campanum, tam in Sphera, quàm in Computo tam diffuſe locutum non ad negocij neceſſitatem, ſed ad oſtentationem: vtq; Sacroboſcum inſcitiæ pariter argueret? Sed vtinam ipſe in traditione elementorum Euclidis, ſuo nimium confiſus acumini non erraſſet, & Jo. Regimontij limam non ſenſiſſet. Sed hæc alibi diſcutientur.

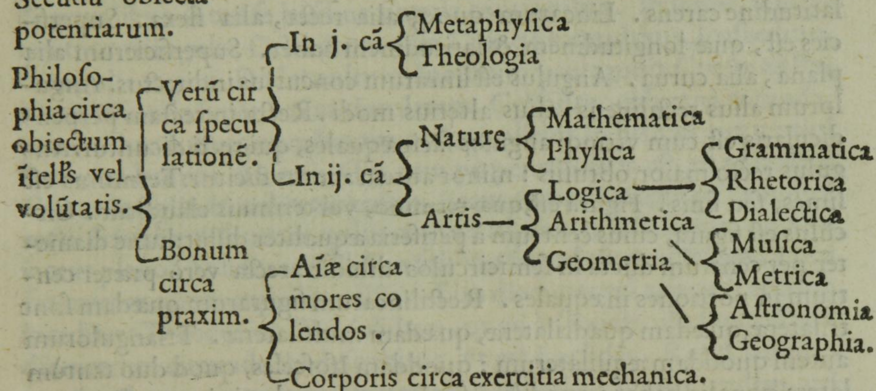
De ſcientiarum diuiſione.

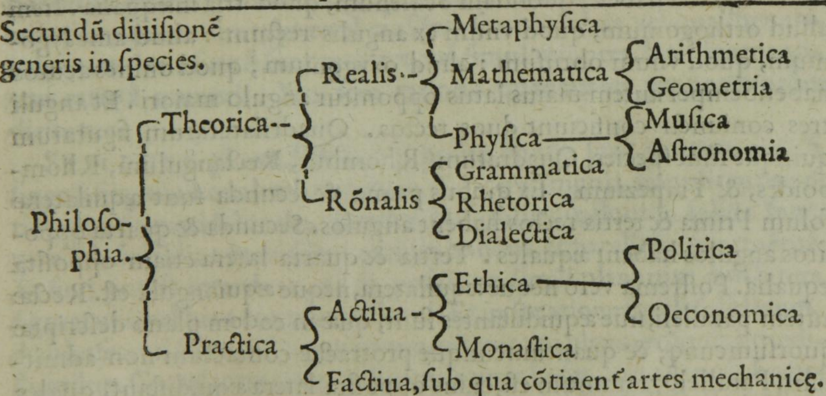
QVONIAM omnis ſcientia verſatur circa ſubiectum, de quo tractat: eſt in ſubiecto, hoc eſt in anima: dicitur de ſubiecto, vt generalis de particulari. propterea philoſophia diſtingui poteſt per tres modos. Primò, ſecundum diuiſionem ſubiecti, vt in Organicam & realem, ſicut ſubiectum in ſignum & rem ſignificatam. Secundò, ſecundum obiecta potentiarum animæ: vt in conſyderationem veri, quod eſt obiectum intellectus; & boni, quod eſt obiectum voluntatis. Tertiò, ſecundum diuiſionem generis in ſpecies: vt in Theoricam & Practicam, quæ ſunt duæ præcipuæ ſpecies Philoſophiæ.

Prætereà Scientia præcedit Scientiam quinque modis. Primò, vt generalis particularem. Exempli gratia, Philoſophia vniuerſas, Mathematica Geometriam, Logica Grammaticam. Secundò, propter ordinem inuentionis, ſicut cognitio particularium præcedit cognitionem vniuerſalium: vbi à ſenſu procedimus ad intellectum. Tertiò, in proceſſu diſcendi, ſeu docendi: ſicut Grammatica præcedit Rhetoricam, & Dialectica cæteras. Quartò, nobilitate ſubiecti: ſicut Theologia præcedit Aſtronomiam, & Aſtronomia Geographiam. Quintò, certitudine demonſtrationis, vt Geometria præcedit Aſtronomiam, & Aſtronomia Phyſicam.

Secundum







Sic per triplicem respectum, Philosophia tribus modis distingui potest. Nec te lector ingeniosè moueat diuersitas positionum: quandoquidem in vnaquaque trium diuisionum Scientiæ, & artes (vtcunque disponantur) semper inuicem cognatæ, & ab eadem radice propagatæ consistunt.

Quoniam itaque Speculatiua pars Philosophiæ diuiditur in natu-

ralem, Mathematicam, ac Theologiam. Atque Theologia excedit facultatem humanam. Physica verò, propter materiæ fluxum, incerta. idcirco commendatur Mathematica, & præcipuè Astronomia, propter certitudinem demonstrationis, & subiecti nobilitatem, vt ait Ptolemæus. Igitur Astronomiæ principia tradituri, præmittemus quædam geometrica, & necessaria præambula.

Geometrica principia.

PVNCTVM est signum quantitatis expers. Linea est longitudo latitudine carens. Linearum quoq; alia recta, alia flexa. Superficies est, quæ longitudinem & latitudinem habet. Superficierum alia plana, alia curua. Angulus est linearum concursus indirectus. Angulorum alius rectilineus, alius alterius modi. Recta in rectam perpendicularis est, cum vtrinq; angulos facit æquales, qui recti dicuntur. Angulus recto maior, obtusus: minor autem acutus dicitur. Terminus est limes, seu finis. Figura est, quæ termino, vel terminis clauditur. Circulus est figura, cuius centrum à periferia æqualiter distat: hunc diameter per centrum ducta in semicirculos diuidit: recta verò præter centrum in portiones inæquales. Rectilinearum figurarum quædam sunt trilateræ, quædam quadrilateræ, quædam multilateræ. Triangulorum autem quoddam æquilaterum: quoddam Isosceles, quod duo tantùm latera æqualia habet: quoddam Scalenum, quod tria inæqualia. Item aliud orthogonium, quod vnum ex angulis rectum: aliud amblygonium, quod vnum obtusum: aliud oxygonium, quod omnes acutos habet. Semper autem maius latus opponitur angulo maiori. Et anguli tres coniuncti conficiunt duos rectos. Quadrilaterarum figurarum quinque sunt species, Quadratum, Rhombus, Rectangulum, Rhomboides, & Trapezium. Ex quibus prima & secunda sunt æquilateræ solum Prima & tertia rectos habent angulos. Secunda & quarta oppositos angulos habent æquales. Tertia & quarta latera etiam opposita æqualia. Postrema verò neque æquilatera, neque æquiangula est. Rectæ autem paralleli, siue æquidistantes sunt, quæ in eodem plano descriptæ quorsumcunq; & quantumcunque protractæ contactum non admittunt. Parallelogrammum est, cuius opposita latera æquidistant. quales sunt æquilaterarum primæ quatuor species. Limites & coincidentiæ linearum sunt puncta. Cuiuslibet figuræ rectilineæ anguli omnes coniuncti conficiunt tot paria rectorum, in quot triangula diuiduntur. Vnde quatuor anguli figuræ quadrilateræ conflant quatuor rectos, quia resoluitur in duo triangula. Anguli figuræ pentagonæ conflant sex rectos, quoniam secatur in tria triangula, & sic deinceps.

Solidum

SOLIDVM est corpus sub triplici dimensione contentum hoc est, quod longum, latum & profundum est. Perpendicularis recta in planum est, quæ rectos facit angulos cum rectis in plano ductis. Parallela plana sunt, quæ quoquo versum & quantumcunq; producta nusquam coincidunt. Parallelepipeda solida sunt, quorum opposita bases sunt parallelæ. Solidorum species sunt Pyramides, Columnæ, Prismata, atque polyedræ figuræ. Angulus solidus fit ex concursu trium, vel plurium angulorum planorum, quos necesse est quatuor rectis angulis esse minores. Ex polyedris figuris solidis quinque tantum sunt, quæ regularia dicuntur, quoniam sub æquilateris, & æquiangulis & æqualibus inter se basibus singula continentur. Pyramis, scilicet quatuor triangulis. Octaedrum octo. Cubus sex quadratis. Icosaedrum triangulis viginti. Dodecaedrum duodecim pentagonis. Conus est Pyramis rotunda super basim circularem. Cylindrus columna rotunda, pro basibus habens circulos æquos & parallelos. In his axis per verticē & centra basium ducitur. Qui cum perpendicularis est, est ad basim, Conus & Cylindrus dicetur rectus. Secus autem Scatenus. Tam duæ rectæ se inuicem secantes, quàm omne triangulum rectilineum in vno iacent plano. Sphæra est solidum sub vna superficie conclusum, à qua centrum medium æqualiter distat. Eius diameter vel axis per centrum incedit, vt Theodosius. Vel solidum, quod à semicirculo super fixam diametrum circunducto describitur, vt ait Euclides. Ratio seu proportio est quantitatum eiusdem generis collatio. Similes, eædem, vel æquales rationes sunt, quæ vel eiusdem sunt nominis, vel qualibet nominata ratione simul sunt maiores, vel simul minores. Nominatur autem ratio à numeris. Eiusdem rationis quantitates proportionales dicuntur.

SIMILES planæ, similiterq; positæ figuræ sunt, quarum anguli singuli singulis æquales & totidem. Et latera singula singulis proportionalia, & æquidistantia. Similia & similiter collocata solida sunt, quæ sub similibus & eiusdem numeri basibus, & parallelis continētur. Et fieri potest interdum, vt in positione simili planarum duo latera figurarum, vel bina congruant simul. Et in locatione simili solidarum, duæ bases, vel binæ, vel ternæ communicent vni plano, reliquis æquidistantibus. Correlatiua latera, vel correlatiuas bases, correlatiuis singulas singulis conferendo. Item similes Coni, aut similes Cylindri sunt quorum axes sunt basium diametris proportionales, & recti vel æqualiter inclinati. Omnes autem duo circuli, & omnes duæ Sphæræ sunt ad inuicem similes, quoniā semper habent diametros perimetris proportionales. Item in circulis chordæ proportionales diametris abscindunt similes portiones, quæ suscipiunt æquos angulos, siue ad cen-

trum, siue ad periferiam positos. In Sphęris quoq; circuli (quorũ diametri sphęricis diametris proportionales) similes abscindunt sphæricas portiones. Tam autem parallelogrammum ad suum triangulũ, quàm columna tetragona ad suum Serratile, dupla est. Item tam columna ad suam pyramidem, quàm Cylindrus ad suum Conum triplus est. Item duo triangula, duo parallelogramma, duæ columnæ, duæ pyramides, siue Coni super æquas bases constituti sunt fastigijs proportionales: si autem sunt eiusdem altitudinis, sunt basibus proportionales. Item anguli in circulis, siue ad centrum, siue ad periferiam terminat, sunt assumptis periferijs proportionales.

SIMILES autem planæ figuræ sunt in dupla ratione respondentium laterum. Sic & duo circuli in dupla ratione diametrorum. Similia verò solida sunt in tripla ratione correlatiuorum laterum. Sic & duæ sphæræ, in ratione diametrorum triplicata. In cæteris autem figuris, siue in planis triangula, siue parallelogramma conferas, siue in solidis pyramides, aut parallelepipeda, vel columnas conferas. Semper collatarum figurarum ratio, ex rationibus basium & celsitudinũ componetur. Vnde, si bases fuerint celsitudinibus reciprocæ, figuras æquales esse necesse est. Et è contrario.

QVANDO autem recta secat duas parallelos, tunc tam anguli contrapositi, quàm coalterni, quàm extrinsecus & intrinsecus oppositi sunt inuicem æquales. Et duo intrinseci simul duobus rectis angulis æquales. Et vna ex his conditio facit æquidistantiam. Quando linea secat lineam, duo anguli collaterales aut sunt recti, aut duobus rectis æquales. Et omnes quatuor anguli, aut recti, aut quatuor rectis simul æquales. Vnde quatuor quadrata simul, vel tria hexagona æquiangula, vel sex triangula æquilatera implere possunt totum spacium, concurrentibus angulis. Quoniam scilicet angulo in □to rectus est. In hexagono valet vnum rectum & tertiam partem. In triangulo valet duas tertias vnius recti. Et idcirco tam quatuor angulos quadrati, quàm tres angulos hexagoni, & quàm tres angulos trianguli, quatuor rectis angulis æquiualere necesse est. Item, si quantitatem angulorum pensitas, sicut Hexagonos cum intermistis triangulis, ita Octogonos cum intermistis quadratis compaginatos totum locum implere tam ratione, quàm experientia concludes. Hæc autem ex Euclidis elemẽtis prælibanda sunt & prædiscenda his, qui astronomica principia capessere volunt. Sed & sphæricas Theodosij elementa minimè omittenda sunt, vt Sphæræ mundanæ forma, circulorum magnitudo, situs, inclinationes, axes, & poli, & diuisio intelligantur.

SI planum secet Sphæram per centrum, sectio erit circulus maior habens commune centrum cum Sphæra, eamq; secans in duo hemisphæria.

sphæria. Si autem planum secet Sphæram præter centrum; sectio erit circulus minor, centrum habens extra Sphæræ centrum, & Sphæram secans in duas inæquales portiones. Vnde circuli maiores omnes in Sphæra sunt inuicem æquales, & se inuicem in semicirculos diuidũt: quoniam commune centrum habent. Circuli autem minores æqualiter remoti a centro Sphæræ sunt æquales. Remotior autem minor. Axis Sphæræ est eius diameter super quo mouetur. Et est eius circuii, per cuius centrum perpendiculariter transit. Poli sunt axis extrema, quæ singula æqualiter remouentur a sui circuli periferia. Circuli paralleli in Sphæra habent eundem axem, & eosdem polos, & è contrario. Circulus maior in sphæra incedens per polos circulorum æquidistantur: diuidit eos singulos per æqualia. Si autem præter polos, per inæqualia (excepto maiori æquidistantur) arcus autem coalterni duorum circulorũ vtrinque æqualiter à medio remotorũ, sunt æquales. Et remotior, maiorem patitur inæqualitatem. idemq; facit maior obliquitas secantes. Circulus maior ductus per polos circulorum in sphæra se inuicem secantium, diuidit vtrasque portiones eorum per æqualia, se vero contingentium, transit per punctum contactus. Si duo circuli maiores eant per polos circulorum æquidistantium, vel tangant eorum minimum. Tũc horum arcus inter semicirculos maiorum recepti sunt similes: Et maiorum arcus æquidistantibus duobus inclusi sunt æquales.

HIS præmissis, veniemus ad Sphæræ mundanæ introductionem. Quidquid autem super isto negocio tradendum est, aut pertinet ad principia, aut ad circulos, aut ad motum primum, aut ad motus secundarios. Hæc singula summatim ac paucis explicabimus.

Sphæræ principia, quæ sunt sex Ptolemæi conclusiones.



COELI figuram esse sphæricam, & motum eius circularē. Nam cœlo vniuersa comprehensuro congrua fuit forma capacissima ad motum circularem facilis, & quæ semper intra eosdem se limites contineret: & talis est sphærica. Item si secus esset, cœli propter plures motus circulares frangerentur, aut vacuum in eis reperiretur. Id idem sensibili comprobatur experimento. Quòd autem astrorum corpora sunt sphærica, constat: quoniam quaqua versum spectata rotunda videtur. Item à necessitate motus ab exemplo cœlestis & elementarijs formæ. A cremento & decremento Lunæ.

TERRAM esse rotundam. Nam rotunditatem ab ortu ad occasum arguit anticipatio ortuum & occasuum stellarum per indicium

lunaris eclipsis. Rotunditatem ab austro ad boream indicant crementa meridianarum altitudinum & polorum mundi. Quod autem talis rotnnditas sit circularis, patet, quoniam anticipationes dictæ, atque crementa sunt spacijs locorum proportionalia. Quod aqua sit rotunda, ostenditur à dictis argumentis. item ab apparitione successiua scopulorum, arcium, insularum. Quod globus totus sit rotundus similiter ostenditur. item ab vmbra terræ in deliquio Lunæ. Ab æquali nisu in centrum, & ab æquali distantia à centro. Quod totus mundus sit rotundus, comprobatur à similitudine mundi archetypi. Terra tamen ob duritiem non potuit perfectam rotunditatem adipisci: sed mōtium eminentiæ, aut valles ad tantam molem collatæ non sentiuntur.

TERRAM in medio mundi sitam esse. Id enim sequitur, cum de toto cœlo hemisphærium, de circulis magnis semicirculos videamus, neque aliter constarent crementa dierum, ac noctium, neq; lunares eclipses, neque vmbrarum æquinoctialium termini in rectam lineam desinerent. Item cum demonstratum sit eam in duabus mundi diametris esse, sequitur vt sit in centro. Idem poscit lex naturæ grauia in medium compellentis.

TERRAM respectu firmamenti quasi punctum esse ostenditur hæc similiter. Secus enim non videremus dimidium cœli, & dimidia magnorum circulorum. Et distantia centrorum instrumenti & terræ inferret sensibilem in obseruationibus diuersitatem. Item stella in motu primo non appareret eiusdem semper magnitudinis. Adhuc cum minima stellarum (quæ maior est, quàm terra) sit respectu firmamenti quasi punctum, argumentum sumetur à fortiori.

QVOD terra localem motum non habet, ostendere. Nam per motum rectum relinqueret centrum, & minus grauia restarent in medio. Per motum verò circularem super alium axem ab axe mundi, variaretur altitudo poli. Super axem verò mundi, relinqueret, quæcunque sunt in aere versus Occidentem ædificia corruerent. Et lapis sursum iactus non eodem recideret. Essetq; contra naturam stabilitatis terræ.

MOTVS cœlestes in duplici differentia reperiri Nam motus primus, per quem Sol & astra omnia oriuntur & occidunt, & reuolutionem in spacio diei naturalis perficiunt, super axe polisq; Mundi, omnibus est cognitus. Secundarius verò huic contrarius ab occasu ad ortum Solis, Lunæ ac planetarum super axe Zodiaci, patet ex quotidiana obseruatione, & ex varia ipsorum velocitate. Vnde notescit ex numero motuum & velocitate numerus, & ordo Sphærarum cœlestium, scilicet primi mobilis, Cœli stellati Saturni, Iouis, Martis, Solis, Veneris, Mercurij, atque Lunæ: sicut postea distinctius explicabimus. Hæc sunt principia Astronomiæ, quæ prædictis & alijs argumentis demonstrantur.

ſtrantur. Non enim ſunt per ſe nota, ſicut arithmetica & geometrica, & purè mathematica fundamenta.

De Mundo.



VNDVS eſt Sphæra, cuius centrum eſt ipſum vniuerſi, terræq; centrum: ſuperficies verò ipſa primi mobilis, ſiue cœli vltimi conuexa. Cum autem Sphæra ſit ſolidum, ſolidum autem ſuperficie, vel ſuperficiebus claudatur, ſuperficies verò linea vel lineis terminetur, linea denique punctis interiaceat; idcirco Aſtronomiam capeſſentibus iſtæc fundamina ſunt præiacienda, imò non ſolum Geometria, ſed Arithmetica etiam præcepta prælibanda.

De Axe, polisq;.

AXIS autem mundi diameter eſt huius ſphæricæ machinæ, ſuper quem ſphæra ipſa vel Mundus vertitur ab ortu ad occaſum Poli verò ſunt axis puncta extrema. Vnde omnia aſtra, omnes ſtellæ, imò omnia, quæcunque in mundo ſunt, puncta motu circulari feruntur, & circulos deſcribunt eo maiores, quo ab axe, polisq; remotiores Poli autē, & quæcunque in axe ſunt puncta ſtabilia manent, & axis totus fixus, & perpetuò ſemper motui ſufficiens.

De Æquatore.

NVNC autem de Sphæræ circulis, & eorum officijs dicendum. Vt autem in diffinitionibus præambulis dictū eſt, circulus in Sphæra maior eſt, qui commune cum Sphæra centrum habens ipſam per æqualia partitur. Minor vero, qui extra centrum Sphæræ ſortitur centrum, & Sphæram diuidit in portiones inæquales.

AEQVATOR igitur eſt circulus maior in ſphæra communes cū mundo polos, & communem axem habens: nunquam ſitum mutans ſecundum planam ſuperficiem. Dicitur & æquinoctialis, quoniam diei noctem adæquat: & cingulum primi mobilis, quoniam medius inter polos cœlum cingit.

De Zodiaco.

ZODIACVS ſiue ſignifer eſt circulus maior in ſphæra obliquè ſecans æquinoctialem, ad angulum, qui quartam partem habet recti & quaſi nonageſimam. Et ideo dicitur circulus obliquus. in cuius ſuperficie Sol contra motum primum ab occaſu ad ortum defertur. Item & Luna & cæteri planetæ: quanquam vtrinque aliquãtum exorbitantes: mediam enim ſemitam tenet Sol, quæ Ecliptica dicitur. Huius

autem

autem declinatio ab æquatore, ſecundum diuerſas obſeruationes, varia inuenta eſt. Ptolemæus hanc fecit graduum 23.minu. 51. $\frac{1}{3}$. Albategnius autem graduum 23.minu. 35. Alcmæon grad. 23. minu. 33. $\frac{1}{2}$ Georgius Peurbachius grad. 23. min. 28. Et Ioannes eius diſcipulus eã poſuit grad. 23. & dimidij. Quæ varietas ex motu octauæ Sphæræ, quẽ Trepidationis vocant, prouenire putatur. Porrò longitudines & latitudines planetarum & aſtrorum in hoc circulo computantur. Sicut & eorum motus cum ſolari motu colligantiam quandam & regulã (de qua poſtea dicendum eſt) ſeruant. Sicut autem æquator ad primum motum, ita Zodiacus ad ſecundarios pertinet.

SCHOLIVM. Diuiditur autem Zodiacus, in 12. arcus æquales, quæ ſigna dicuntur, ſex quidem ab æquatore borealia, & totidem auſtralia, quorum nomina ſunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Piſces: ſub quibus computatur motus Luminariũ, & planetarum. Quorum nomina ſumuntur à conſtellationibus octauæ: quæ à priſcis aſtronomis putabatur primum mobile. Poſtea verò quàm à Ptolemæo deprehenſus eſt motus eius tardus ab occaſu in ortum contrarius primo motui, opus fuit computare hunc motum tardum in ſuperiori Cœlo, & in eo intelligi Zodiacum, ſitq; tale cœlum, Primum mobile. Idem ſequitur propter motum trepidationis, quem commentus eſt Tebitius. Quoniam verò Alphonſus ipſi octauo cœlo adſcripſit vtrunque motum, ſcilicet longitudinis, ac trepidationis; oportuit adiungere ſphæram decimam cum tertio Zodiaco, in quo computarentur omnes motus ſecundarij, hoc eſt, nonæ in longitudine, octauæ ſecundum trepidationem, & ſeptem ſucceſſiuè planetarum, vt ipſum decimum ſit. Primum mobile, quod oportet vnico motu ferri, contranitentibus inferioribus.

De duobus tropicis.

TROPICI ſunt duo circuli in Sphæra æquatoris paralleli, & Zodiacum in duobus punctis tangentes: & perinde inter ſe æquales: determinantes maximum Solis ab æquatore ſeceſſum, in dictis punctis, à quibus Sol conuertitur ad Aequatorem. Et ideo Tropici dicuntur. Hic per Cancri, ille per Capricorni principium. Hic nobis hyematis, ille æſtiuus.

De punctis æquinoctiorum, & ſolſtitiorum.

AEQVINOCTIALIS autem & Zodiacus ſe viciſſim per æqualia, hoc eſt in ſemicirculos diſpeſcunt. Et puncta ſectionum dicuntur Aequinoctia, eo quòd in illis Sol Aequinoctium. Semicirculi

verò

verò Zodiaci vtrinq; in punctis tropicorum tactuum in quadrantes distinguuntur, quæ puncta Solstitia dicuntur: quoniam (vt dictum est) maximum ab æquatore secessum determinant. Quatuor verò quadrantes singuli continent tria signa, quæ Sol perambulat per singulos menses, faciens quatuor anni tempora, scilicet Ver, Aestatem, Autumnum, & Hyemem.

De arctico, & antarctico parallelis.

VT'QVE ratio postulat, quantum Zodiacus declinat ab Aequinoctiali; tantum & illius poli ab huius polis secedunt. Itaque duo circuli minores per Zodiaci polos descripti, & æquatori æquidistantes, iamq; inter se æquales, dicuntur Arcticus & Antarcticus. Ille quidem ab vrsa septentrionali, hic à contraria positione denominatus.

De quinque Zonis.

PER dictos quinque parallelos, tam in cœlo, quàm in terra distinguuntur zonæ totidem, vt scilicet illa, quæ tropicis interiacet, dicatur torrida, propter Solis continuè præsentis æstum. Duæ autem extremæ ab arctico & antarctico circulis, circũ polos inclusæ, quæ potius sphæricæ portiones dicendæ sunt, quàm zonæ, dicantur frigidæ, propter Solis maximam distantiam, glacie perpetua horrescentes. Duæ demum inter has & torridam relictæ, quoniam hinc algorem, illinc calorem participant, temperatæ vocitentur. Sed nonnulli, sicut Polybio placuit, torridam in duas per æquatorem partiuntur: vt sic fiat senarius zonarum numerus, vt sicut binæ sunt frigidæ, binæ temperatæ, ita & totidem ponantur torridæ.

De coluris duobus.

DVOS quoque circulos maiores in superficie Sphæræ intelligimus, per vtrunque mundi polum ductos. Quorum alter per puncta Solstitiorum, reliquus per puncta æquinoctiorum incedit. inde nomina sortitos, vt ille Solstitialis, hic æquinoctialis Colurus dicatur. Ille et per zodiaci polos transit: quandoquidem & per puncta contactuum Tropicorum. vnde tam æquatoris, quàm zodiaci semicirculos singulos per æqualia dispescit, vt in præambulis patuit. Qui, quoniam sunt circuli declinationum, idcirco non solum prædicta quatuor cardinalia puncta indicant, sed maximas etiam Solis declinationes, polorum distantias, ac zonarum latitudines metiuntur. Videntur autem hi duo circuli totam Sphæræ machinam, ac circulorum contextum sustinere. Cumq; incedant per polos æquinoctialis, & ille vicissim per horum polos deducitur. à quibus tota Sphærica superficies in octona sphæ-

ralia

ralia triangula, ex tribus singula quadrantibus constituta distinguitur. Dicuntur verò Coluri: quoniam nobis imperfecti & mutili apparent. Sunt enim ex eis portiones quædam circa polum occultum, quæ nunquam exoriuntur, tanto quidem maiores, quàto est obliquior horizon.

De Motu primo.

CVM autem tota cœli machina virtute primi motus, continuè voluatur ab ortu in occasum, regulariter: sequitur vt ex tali motu astra omnia, & singula cæli puncta describant in vno ambitu, singulos parallelos circulos. Quorum ille sit maior, qui à polo remotior. Vnde & inter eos æquinoctialis erit maximus: horum periferiæ in eodem tempore, siue per æqua temporum interualla descriptæ sunt similes, in circulis autem æquis æquales. Si autem per inæqualia temporum interualla describantur, erunt temporibus proportionales.

De diuisione circuli.

OMNIS autem in Sphæra circulus tam maior, quàm minor secatur primùm in sex portiones, quoniam semidiameter sexies repetitus chordas facit talium portionum, hoc est, sena hexagoni latera. Quæ portiones appellantur physica signa. Et rursus hæc singula secantur in sexagenos gradus. Gradus autem singuli in totidem minutias. Et minutiæ deineps in eiusdem numeri partes. Signum autem commune est dimidium signi physici. Vnde cum circulus contineat signa communia duodecim, congruè annus in totidem menses diuiditur. Vt sicut de motu Solis circulus integer debetur anno; ita signum respôdeat mêsi, & gradus diei. Quamuis non ad amussim motum tempori (vt verba nostra sonant) ille mundi opifex accommodauerit, neque lunatio præcise mensem metiatur Commendatur hic Alphonsus qui diem, aut colligendo multiplicãs, aut diminuendo diuidens processit, sicut in diuisione circuli per sexagenarium numerum, scilicet vt tempus motui in proportione respondens faciliorem redderet calculum. Sed de motu diurno, sicut integer circulus perficitur in die, ita quindeni gradus in horis singulis. Et arcus reliqui proportionaliter. Horæ autem datum est signi dimidium, vt tam diei, quàm nocti duodenarius horarum numerus adscriberetur: quot videlicet sunt zodiaci signa, vel anni mêses. Hora autem temporalis est duodecima pars diei, vel noctis.

De Horizonte.

HORIZON est circulus maior, qui manifestum hemisphærium ab occulta disterminat. cuius polus est vertex loci, vel zenit oculi inspectoris. Vnde Antipodes habent eundem horizontem: sed sub op-

positis

positis verticibus diuersa spectant hemisphæria. Rectus horizon est, qui per Mundi polos transit, & ideo orthogonaliter secat æquinoctialem. Obliquus autem horizon est, qui obliquè secat eundem, & cui polorum vnus eleuatur, ac reliquus tantundem deprimitur.

De Meridiano.

MERIDIANVS est circulus maior, per loci verticē & per mundi polos incedens. Qui quoniam singulos parallelorum arcus, tam super horizontem, quàm sub eo receptos per æqualia diuidit, ideo tam instans meridiei, quàm mediæ noctis semper determinat. In hoc altitudines meridianæ, & per eas altitudo æquinoctialis, declinatio astri, & latitudo regionis per Quadrantem captatur. Si quidem circulus hic est & altitudinis, & declinationis circulus, cum per horizōtis & per Æquatoris polos incedat.

De circulis altitudinum.

CIRCVLVS altitudinis est circulus maior ductus per horizontis polos & locum astri. Altitudo astri est arcus circuli altitudinis inter locum stellæ & horizontem.

De Vmbris.

VMBRA recta est, quam stylus ad horizontem perpendicularis proiicit in ipsum horizontis planum. Quæ nulla est, dum Sol verticem loci possidet: infinita verò, dum horizontem. Vmbra versa est, quam stylus ad planum circuli verticalis perpendicularis in ipsum planum, Sole meridianum possidente, proiicit. Quæ nulla est, dum Sol infimus: infinita, dum altissimus. Vnde, cum Solis altitudo habet dimidiam recti anguli; vtraque vmbrarum æquiperat stylum suum. Item notandū, quòd circulus verticalis est, qui per zenit regionis, perq; sectiones horizontis & æquatoris ducitur. Et vmbra versa est, quam stylus cylindri pendentis ad Solem vergens in ipsa cylindrica superficie deorsum proiicit. Sol igitur eleuatior vmbram rectam minorem, versam verò longiorem facit.

De loco Astri, longitudine, latitudine, ascensione, ac declinatione.

LINEA veri loci stellæ vel astri est, quæ à centro terræ per cētrum astri vsq; ad concauam primi mobilis superficiem producitur. Locus astri est punctum, quod dicta linea in dicta superficie indicat. Circulus latitudinis astri est, qui per zodiaci polos & astri locum incedit. Longitudo astri, seu verus motus est arcus zodiaci à sectione verna, hoc est ab Arietis initio, secundum signorum successionem, vsque ad circulum

lati-

latitudinis receptus. Latitudo aſtri eſt arcus circuli latitudinis inter aſtri locum & zodiacum ſumptus, ſeptentrionalis vel meridionalis à polo denominatus, ad quem vergit. Hæc enim pertinent ad zodiacũ, in quo & cuius reſpectu longitudines & latitudines ſecundum motus ſecundarios computantur. Circulus autem declinationis eſt, qui per mundi polos & aſtri locum deſcribitur. Recta ſtellæ vel aſtri aſcenſio eſt arcus æquinoctialis à ſectione verna, ſecundum ſucceſſionem vſque ad circulum declinationis receptus. Declinatio ſtellæ eſt arcus circuli declinationis inter locum ſtellæ & æquinoctialem clauſus ſeptentrionem vel auſtrum verſus menſuratus. Vnde patet quòd colurus ſolſtitialis (quoniam per polos mundi & zodiaci tranſit) eſt tam latitudinis, quàm declinationis circulus. Et quoniam omnis declinationis circulus eſt horizon rectus, idcirco talis circulus determinat rectam ſtellæ aſcenſionem, quæ & ipſa recta deſcenſio eſt. Similiter & obliquus horizon determinabit in ſtella obliquam aſcenſionem, ac deſcenſionẽ. Differentia verò, ſiue exceſſus rectæ & obliquæ aſcenſionum, dicitur differentia aſcenſionalis: & eſt arcus, ſiue periferia, in qua ſemidiurnus arcus ſtellæ excedit quadrantem, vel exceditur à quadrante circuli. Qui arcus computatur in æquatore, vel in parallelo ſtellæ. Quare, ſi ſtella exiſtat in æquatore, nulla eſt prædicta aſcenſionum differentia. Et tũc ſemidiurnus arcus ſtellæ Quadrans eſt præcisè: quoniam æquator æquat arcum nocturnum diurno. Et hæc pertinẽt ad æquatorem: cuius reſpectu & in quo menſurãtur aſcenſiones & deſcenſiones, atque declinationes ſecundum motum primi mobilis. Aſcenſio autem vel deſcenſio arcus zodiaci, vel ſigni, eſt arcus æquatoris ei cooriens, vel coocci-dens, ſiue coaſcendens, vel condeſcendens.

De ſitu horizontis recti.

SVB æquatore degentibus omnes arcus, diurni ſunt nocturnis æquales. Omnes ſtellæ oriuntur & occidunt. Et vmbra recta verſus quatuor mundi plagas proijcitur, & bis in anno nulla eſt, dum ſcilicet Sol in æquatore conſtitutus per eorum verticem fertur.

De ſitu obliqui horizontis.

SVB omni parallelo verſus polum manifeſtum bis tantum in anno dies æquatur nocti. Et dies æſtiui ſunt hybernis longiores: noctes autem breuiores, quanto ſcilicet ab æquinoctio Sol remotior. Et quædam ſtellæ ſemper apparentes, quædam ſemper occultæ. Et latitudo loci æqualis altitudini poli. Item ſub remotiori parallelo ab æquatore fit maior dierum ac noctium inæqualitas; maiorq; numerus ſtellarum ſemper apparentium, maior etiam ſemper deliteſcentium.

De

De situ degentium inter Æquinoctialem & Tropicum.

INTER æquinoctialem, & tropicum degentibus vmbra recta quadrifariam porrigitur, & bis in anno nulla est: bis enim in anno Sol per eorum verticem transit.

De situ degentium sub Tropico.

SVB tropico degentibus semel in anno nulla fit vmbra meridiana. Semel enim in anno, scilicet in tropico positus per eorum zenit incedit, aliàs semper ad partes poli extantis vmbra flectitur.

De situ degentium inter tropicum & Arcticum, vel Antarcticum circulum.

INTER tropicum & arcticum, vel antarcticū viciniorem, scilicet habitantibus, vmbra meridiana semper ad partes poli manifesti extenditur: nunquam enim Sol per eorum zenit defertur.

De situ degentium sub Arctico & Antarctico.

SVB arctico, vel contraposito habitantibus semel in anno dies viginti quatuor horarum est, & nox vnius instantis. Semel etiam nox viginti quatuor horarum, & dies vnius instantis. Et vmbra recta super horizontem circumquaque flectitur. Et quoniam tropici tangunt talē horizontem, ideo in tropico extante includitur quidquid non occidit, in reliquo quidquid stellarum non exoritur.

De situ sub polo mundi degentium.

MVNDI polum pro vertice habentibus, dimidium Sphæræ semper apparet. Et dimidium reliquum semper delitescit Anniq; dimidiū dies continua; & reliquum dimidium nox est continua. Horizon enim illorum est æquinoctialis. Et vmbra circumfertur in circularē ambitū.

De ascensionibus signorum in horizonte recto.

IN horizonte recto, quatuor signa punctis æquinoctialibus contigua sortiuntur æquas inter se, & minimas ascensiones. Quatuor autē sequentia æquales & mediocres. Quatuor reliqua vtrinq; ad solstitialē punctum desinentia æquales, & maximas. Ita enim poscit ratio triangulorum Sphæralium.

De ascensionibus signorum in horizonte obliquo.

AT in horizonte obliquo, duo signa vni puncto æquinoctij contigua

gua habent inuicem æquales & minimas aſcenſiones. Duo autem ſequentia inuicem æquales & mediocres. Duo demum ad terminos ſolſtitiorum deſinentia inuicem æquas & maximas. Verùm, ſi conferãtur ſigna oppoſita, illud quod in ſemicirculo zodiaci aſcendente, maiorem habet aſcenſionem. Intellige autem ſemicirculum aſcendentem eum qui rectius aſcendit.

Corollaria.

DVO ſigna oppoſita in quolibet horizonte, habent aſcenſiones ſimul iunctas æquales aggregato aſcenſionum rectarum ſuarum. Nam exceſſus vnius ſupplet defectum alterius.

ARCVS coalterni dierum, ac noctium in quolibet horizõte ſunt inuicem æquales. Vnde aggregatum omnium arcuum diurnorum in quouis horizonte, æquatur fermè aggregato omnium arcuum nocturnorum vnius anni.

De die ac nocte maxima zenit habentium inter Arcticum circulum, mundiq́; polum.

ZENIT habentibus inter arcticum circulum mundiq; polum, dies maximus continuatur per totum illud tempus, in quo Sol moratur in illo arcu zodiaci, qui nunquam occidit. Contrà, nox maxima continuabitur per tantum tempus, quantum Sol moram trahet in oppoſito & æquali arcu zodiaci, qui ſemper deliteſcit. Punctum autem ſolſtitij mediat talem arcum. Vnde dies illis vel nox maxima continebit tot dies, quot gradus habebit talis arcus.

De Aſcenſionum, vel Deſcenſionum mora.

SIGNA igitur, ſeu arcus zodiaci æquas inuicem aſcenſiones ſortiti, peroriuntur in temporibus æquis. Arcus verò maiorem ſortitus aſcenſionem, in maiori tempore oritur. Idemq; de deſcenſionibus dicẽdum. Vnde, quoniam in qualibet die vel nocte (quantumcunque ſit) oriuntur ſex ſigna, & totidem occidunt: idcirco in longiſſima die vel nocte oriuntur ſex ſigna tardiſſimæ aſcenſionis, & occidunt ſex ſigna reliqua tardiſſimæ deſcenſiones. Contrarium verò fit in die, vel nocte breuiſſima. Vnde ſequitur, vt habentibus zenit ſub arctico vel antarctico circulo, ſub ipſum ſolſtitium, in die longiſſima (quæ viginti quatuor horarum eſt) ſiue in nocte alterius ſolſtitij totidem horas habente, oriantur ſex ſigna & totidem occidant. In nocte autem illius ſolſtitij, aut in die huius (quæ inſtans temporis eſt) in inſtanti oriantur ſex ſigna, & totidem occidant. Et id, quoniam quotidie zodiacus counitur horizonti, & in inſtanti ſecatur ab eo.

De

De Periœcis.

PERIOECI, hoc est, sub eodem parallelo circumhabitantes habent eandem & eiusdem poli altitudinem, æquales & eorũdem signorum ascensiones, siue descensiones, æquos arcus eiusdem loci diurnos, siue nocturuos, æquales simul vmbras: eandem simul aeris temperiem, item ortuum & occasuum anticipationem, secundum interuallum longitudinum. Nam in cæteris, siuct in his fit anticipatio meridiei, secundùm idem interuallum.

De Antœcis.

ANTOECI autẽ, hoc est, in contrapositis & æqualibus parallelis habitantes, habent æquales, sed diuersorum polorum altitudines: æquales in oppositis signis ascẽsiones & descẽsiones: æquales arcus, siue diurnos, siue nocturnos, sed in oppositis locis: æquales temporum dispositiones, sed in oppositis signis. Vnde quando hi Vernum, illi Autunnale tempus: quando æstiuum hi, brumale tempus illi sortiuntur.

De Antipodibus.

ANTIPODES, siue Antichthones, sunt nõ solùm Antœci, sed etiam per diametrum oppositi. Quare conferuntur in omnibus, sicut Antœci. Verùm habent etiam eundem horizontem, sed diuersa hemisphæria, & contra positos in axe horizontis vertices. Vnde quidquid oritur his, occidit illis: et econtrario. Item quidquid stellarum semper apparet nobis; apud nostros Antœcos, & Antipodes semper delitescit, & econtrario.

De Amphisciis, Perisciis & Antisciis.

AMPHISCII sunt, quibus Meridianæ vmbræ vtroq; proijciuntur, vt intra Tropicos positis. Perisciј autem, quibus vmbræ in circulum flectuntur: velut intra circulum Articum, vel sub polo constituti. Antiscij verò, quibus vmbræ Meridianæ in contrarias partes distenduntur, sicut Antœcis contingit. Et notandum, quòd situs prædicti cõprehenduntur per longitudines & latitudines locorum: de quibus dicendum.

De longitudinibus, & latitudinibus locorum.

EXORDIVM longitudinum in sua Geographia sumpsit Ptolemæus à Meridiano insularum fortunatarum, vtpote Occidentis habitati extremo termino. Itaque longitudo loci, est arcus Aequatoris, aut eius paralleli à prædicto Meridiano versus ortum, vsq; ad talis loci Meridianum computatus. Nam mundũ describentes Septentrionalia supernè locamus; & à sinistris dextrorsum, hoc est, ab Occidente in Orien-

tem procedimus. Latitudo autem loci eſt arcus Meridiani inter æquatorem, & locum ipſum comprehenſus, habens nomen à Septentrione, vel ab Auſtro, quorſum ſcilicet locus ab æquatore ſecedit. Vnde loci æqualium & eiuſdem nominis latitudinum ſunt Periæcorum. Loci autem æqualium & diuerſi nominis latitudinum ſunt Antœcorum: & tunc ſi eorum longitudines differant per ſemicirculum, ſunt Antipodum. Latitudo autem ſemper poli celſitudinem æquiperat.

De Ortu & Occaſu Aſtrorum.

STELLAE ortus matutinus eſt, qui fit oriente Sole. ueſpertinus verò, fit dum Sol occidit. Item occaſus ſtellæ matutinus ad ortũ Solis: veſpertinus ad occaſum fit. Similiter Coeli mediatio per eundem reſpectum ad Solem nomina ſortietur. Hos ortus, aut occaſus quidá Coſmicũ, & Chronicũ vocant. Sed diffinitio rẽ indicat, non vocabulũ.

De Climatibus.

CLIMATA ſunt paralleli præcipui habitationum, qui diſtinguũtur à Ptolemæo ſecundum crementa diei maximi. Ponitur autem medium primi Climatis in parallelo: vbi maximus dies habet horas 13. qui per Meroen inſulam tranſit. Secundi Climatis medium in parallelo habente maximum diem horarum 13 ½ qui per Syenẽ vrbem trãſit. Tertij Climatis medium in parallelo diei maximi horarum 14. qui per Alexandriam. Quarti Climatis medium in parallelo horarũ 14 ½ qui per Rodum. Quinti Climatis mediũ in parallelo diei maximi horarum 15. qui per Romam. Sexti Climatis medium in parallelo diei maximi horarum 15 ½ qui per Boryſthonem. Septimi Climatis medium in parallelo diei maximi horarum 16. qui tranſit per Rhipheos montes. Horum principia & fines diſtinguuntur per crementa quadrantum horæ in maximis diebus. Vide Geographiam Ptolemæi, & Pappi mundum. Nunc de apparitionibus & occultationibus aſtrorum paucis dicendum eſt.

De apparitionibus, & occultationibus Stellarum.

APPARENT primùm Stellæ propter ſeceſſionem earum à Sole. Occultantur autem propter acceſſum. Apparitio dici poteſt ortus heliacus, vel prima fulſio. Sed occultatio, dicetur occaſus heliacus, vel poſtrema fulſio. Stellæ quidem fixæ ac tardiores Planetæ, propter Solis, qui velocior eſt, ad eas acceſſum, occultantur occaſu heliaco veſpertino, quæ poſtrema fulſio veſpertina dicitur. Deinde propter Solis ab eis receſſu o apparent ortu heliaco matutino: quæ prima fulſio matutina dicetur. Luna verò ad Solem, qui tardior eſt, accedens

dens

dens, occultatur occasu heliaco matutino: quæ postrema fulsio matutina vocatur. Deinde, propter eius à Sole secessum, apparet ortu heliaco vespertino: quæ prima fulsio vespertina vocabitur. At Venus, & Mercurius, quando sunt directi (quoniam velociores Sole) occidunt, & occultantur occasu heliaco matutino, propter eorum accessum ad Solem, facientes postremam fulsionem matutinam. Et deinde recedentes à Sole, apparent ortu heliaco vespertino, facientes primam fulsionē vespertinam: sicut Luna faciebat, quæ Sole velocior. Quando autem Venus, & Mercurius sunt tardiores Sole, & retrogradi: tunc, propter Solis ad eos, & eorum ad Solem accessum, occultantur occasu heliaco vespertino, facientes postremam fulsionem vespertinam. Deinde, propter Solis ab eis, & eorum à Sole discessum, apparent ortu heliaco matutino, facientes primam fulsionem matutinam: sicut stellæ fixæ & planetæ superiores, Sole tardiores faciebant. Et est notandum, quòd astrū minoris luminis postulat maius à Sole interuallum, vt appareat. Et Luna potest occultari mane vetus, & deinde apparere vesperi noua eodem die (quod innuit author Theoricarum) ac ratione & experimento comprobatum est. Fallitur ergo Plinius & quicunque aliter sentiunt.

De motu Solis.

HACTENVS de his, quæ pertinent ad motum primùm. Nunc de secundariis motibus principia quædam libanda sunt. Et primum de Sole. Sol defertur ab Eccētrico deferente, super centro proprio regulariter: & ideo super quocunq; alio puncto, & super centro Mundi inæqualiter. Linea recta per hæc duo centra incedens, dicetur Augis linea: it enim per punctum deferentis à centro Mundi remotissimum, quod dicitur Aux: & per viciniſſimum, quod dicitur oppositū augis. Linea medii motus Solis, est, quæ à centro mundi ad zodiacum ducta æquidistat lineæ à centro deferentis ad centrum Solis ductæ. Aequatio Solis, est arcus zodiaci inter lineas veri & medii motuum: quæ nulla est, dum Sol in auge, vel in eius opposito sistitur: maxima verò in longitudinibus medijs. Aux Solis, sicut & reliquorum planetarum mouetur ad motum octauæ sphęræ.

De motu Lunæ.

LVNA defertur ab epicyclo, supernè contra successionem signórum. Epicyclus vectatur à deferente eccentrico super centro mundi regulariter. In coniunctionibus luminarium, secundum medios motus, centrum epicycli sistitur in auge deferentis. Inde centrum epicycli versus ortum, & aux eccentrici versus occasum sic mouentur, vt linea medii motus Solis semper media sit. Vnde in quadraturis, centrum

epicycli ſiſtetur in oppoſito augis eccentrici : & in oppoſitione rurſus in auge. Propter talem augis motum, centrũ deferentis deſcribit periferiam circuli parui circa centrum Mundi. Illud autem punctum, in quo talis periferia ſecat lineam augis, eſt centrum æquantis motum Lunæ in epicyclo. Nam linea, quæ ab iſtoc puncto per centrum epicycli ducitur, indicat augem mediam epicycli, à qua Luna in epicyclo ſemper regulariter elongatur. Aux autem vera epicycli per lineam à centro Mundi per centrum epicycli ductam terminatur. Et arcus epicycli inter duas auges dicitur æquatio centri : quæ nulla eſt, dum centrũ epicycli, in auge deferentis, aut in eius oppoſito fuerit: maxima verò in longitudinibus medijs. Centrũ Lunæ eſt elongatio centri epicycli ab auge eccentrici. Argumentum medium, elongatio Lunæ ab auge epicycli media. Verum autem à vera. Aequatio argumenti eſt arcus zodiaci inter lineas medij & veri motuum. Linea medij motus à centro mundi per centrum epicycli ducitur. Et æquationes argumenti ſcriptæ in tabulis ſupponunt epicyclum in auge deferentis. Quas pro aliis ſitibus opus eſt adaugere ſecundum proportionem minutorum proportionalium ad 60. parte ſumpta de diuerſitate diametri, quæ maximus exceſſus eſt.

De motu trium Superiorum & Veneris.

QVILIBET trium ſuperiorum & Venus defertur in epicyclo ſupernè ſecundùm ſucceſſionem ſignorum. Epicyclus autem defertut à deferente eccentrico. Centrum deferentis, eſt in loco medio inter centrum mundi & centrum æquantis. Linea à centro æquantis per centrum epicycli, determinat augem mediam epicycli. Quæ autem à centro mundi per centrum epicycli, monſtrat locum epicycli verũ. Quæ autem à centro mundi educta æquidiſtat ductæ à centro æquantis per centrum epicycli, eſt linea medii motus planetæ, vel epicycli. Arcus zodiaci inter lineas medii & veri motus epicycli, dicitur æquatio centri in zodiaco : cui ſemper ſimilis eſt arcus epicycli inter duas auges : qui dicitur æquatio centri in epicyclo. Per has æquationes ex centro & argumento mediis eliciuntur vera. Deinde per æquationem argumenti, quæ eſt arcus zodiaci inter verum locum epicycli & verum locũ planetæ adæquatur verus locus planetæ. Et in trium Superiorũ quolibet tantum elongatur planeta ab auge epicycli media, quantum Sol à loco planetæ medio. Aequationes autem argumentorum ſcriptæ in tabulis ſupponunt epicyclum in media longitudine eccentrici. Pro cæteris autem ſitibus verſus augem oportet ſubtrahi, & verſus oppoſitum ſuperaddi portiones quaſdã de diuerſitatibus diametri, ſecundùm proportionem minutorum proportionalium ad 60. ſumptas. Venus

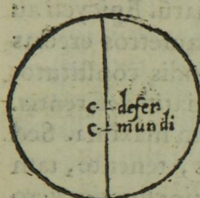
autem

autem & Mercurius sic colligantur cum Sole, vt ipsorum trium idem semper sit medius motus. Et eorum media coniunctio perpetua. Auges autem feruntur secundum motum Stellarum fixarum.

De Mercurio.

NOTANDVM, quòd in Mercurio Centrum Aequantis est medium inter Centrum mundi, centrumque parui circuli. In cuius periferia defertur centrum deferentis contra successionem signorum cum tenore motus planetæ medij. Et quoniam dicta periferia it per centrum æquantis, idcirco centrum deferentis semel in anno counitur centro æquantis. Cætera pro Mercurio definiuntur & supputantur, sicut in aliis planetis

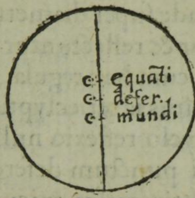
Theorica Solis



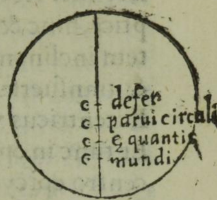
Theorica Lunæ



Theorica ♄.♃.♂ ♀

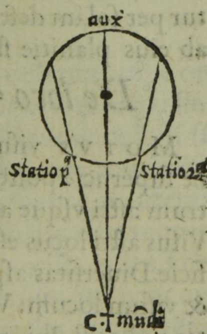


Theorica ☿



De directionibus regreßionibus & stationibus.

QVILIBET autem quinque errantium in superiori parte epicycli fertur secundum successionem signorum. In interiore contrà. In luna fit contrarium. Duæ autem lineæ à centro mundi eductæ secantes epicyclum utrinque à linea per centrum, in duobus inferiorum sectionum punctis determinant stationes. In puncto orientali planeta de directo fit retrogradus. In occidentali de retrogrado fit directus. Illud punctū statio prima: hoc aūt statio secunda nūcupatur. In illo motus planetæ in epicyclo incipit vincere motum deferentis epicyclum. In hoc autū vinci ab eo vnde in toto arcu epicycli superiore planeta est directus. In interiore autem retrogradus est. Luna verò non patitur regressionem, sed motus tantum intēsionem, aut remissionem. Quia motus deferentis non vincitur à motu Lunæ in epicyclo, sed tantum intenditur, aut retardatur.



De latitudine Lunæ & Planetarum.

NOTANDVM quod deferens Lunæ secat viā Solis, hoc est Ecly-

pticam. Et puncta sectionum dicuntur caput & cauda Draconis, siue Anabibazon & Catabibazon, hoc est, Ascensus & Descensus. Quæ puncta mouentur contra successionem signorum quotidie per tres minutias gradus ferè. Epicyclus autem Lunæ iacet in plano deferentis. Et maxima latitudo deferentis, est graduum quinq; inuariabilis semper. Deferentes quoque singuli trium superiorum planetarum declinant ab eclyptica. Et punctum maximæ declinationis in Marte est in auge deferentis. In Saturno ante augem per gradus 50. In Ioue post augem per gradus. 20. Et epicyclus inclinatur magis & minus ad deferentem. Sed dum centrum epicycli est in nodis; epicyclus iacet in plano eclipticæ. Alibi diameter, super quã fit inclinatio epicycli, æquidistat vt eclipticæ. Et maxima inclinatio fit in punctis maximarũ declinationum. Aux autem epicycli semper interiacet superficiebus eclypticæ ac deferentis. At deferentes duorum inferiorum deuiant mobiliter ab eclyptica, hinc & inde super diametro longitudinum mediarũ. Epicycli autem inclinantur & reflectuntur ad deferentes, super diametros erectas & transuersas, cum hac regula. Centro epicycli in nodis constituto, Eccentricus vnitus iacet eclypticæ, qui à nulla est deuiatio deferentis. Et tunc in epicyclo reflexio nulla est: inclinatio autem maxima. Sed centro epicycli punctum deferentis maxime deuians, tenente, tam deferentis deuiatio, quàm epicycli reflexio est maxima: inclinatio vero nulla. In locis autem mediis crescunt & decrescunt pro cremento latitudinum. Motus autem in Venere septentrionem & ortum: in Mercurio austrum & occasum poscit in primis semicirculis: in secundis cõtrarium. Sicut Georgius in Theoricis latius explicat. Ex his colligitur, latitudo singulorum planetarum ab eclyptica secundum situm epicycli in deferente, & planetæ in epicyclo. In Luna vero latitudo supputatur per solam deferentis declinationem, quãdoquidem epicyclus nihil ab eius planitie flectitur.

De loco viso astri, & diuersitate aspectus.

Motvs visus astri consideratur secundum visum nostrum in terræ superficie positum. Linea loci visi est, quæ ab oculo nostro per centrum astri vsque ad concauam primi mobilis superficiem extenditur. Visus astri locus est punctum, quod indicat dicta Linea in dicta superficie. Diuersitas aspectus astris est arcus Circuli altitudinis inter verum & visum locum. Vnde si astrum sit in vertice horizontis; talis diuersitas nulla est. Ibi enim eadem est linea veri & visi loci. In horizonte autem si ponatur astrum, diuersitas est maxima: quæ consideratur inde secundum longitudinem & latitudinem zodiaci. Visibilis coniunctio astrorum dicitur, secundum locos visos.

De

De Eclipsibus.

ECLIPSIS Solis nihil aliud eſt, quàm viſibilis eius cum Luna coniunctio. Hoc eſt lunæ inter viſum noſtrum & ſolem interpoſitio. Sicut cum luna videtur obiectu ſuo aliquem nobis ex planetis, vel aliquam ex ſtellis intecipere, quod ſæpe contingit. Vnde, propter diuerſitatem aſpectus, in diuerſis terræ locis diuerſam, accidit, vt ſi Luna totum nobis Solem obtegat, tunc in locis magis ſeptentrionalibus, aut auſtralibus, partem illius cœlet, aut ex eo nihil abſcodat. Atque ita ſolis eclipſis nobis fiat vniuerſalis; alicubi partialis, & alibi nulla, non ſecus ac ſi nubes Solem velaret. Sed Lunæ Eclipſis eſt verus luminis defectus. fit enim, cum Luna in plenilunio ingreditur aut tota, aut partim in vmbram terræ. Et ſic tota vel partim priuatur lumine Solis & tantundem deficit vere, ac deficere videtur omnibus in locis, in quibus apparet. Eclypſis igitur Solis ſit in coniunctione, Eclypſis Lunæ, & in oppoſitione luminariũ, tunc ſcilicet, cũ coniunctio, vel oppoſitio cõtingit iuxta eclypticam, hoc eſt iuxta nodos ſeu puncta ſectionum: in quibus lunaris deferens ſecat eclypticam, ſicut theoricarum authores & tabularum canones docent. Vbi termini eclypſiũ diffiniuntur vt puta digiti, minuta caſus, minuta moræ, & tempora durationum. Aſſignãtur autem limites, hoc eſt diſtantiæ à nodis, intra quos poſſibile eſt eclypſim fieri aut Solis, aut Lunæ. Et arctiores adhuc termini, qui neceſſitatem induceret, quamuis neglecti ab authoribus. Et notandum, quòd Sol aut Luna in ſex menſibus: item Luna in quinque menſibus. Et tũc Sol in diuerſi locis. Item ſol in ſeptem menſibus. Et in vno menſe in contrapoſitis locis, poteſt bis eclypſim pati. Poteſt & intra quindecim dies vtrunque luminarium deficere. Sol, ſcilicet in coniunctione, & Luna in oppoſitione.

De motu octauæ Spheræ.

EX numero autem motuum arguitur numerus cælorum, ſiue orbium Cæleſtium. Vnde certum eſt, luminaria & erraticos quinque ſingulis motibus delatos ſortiri cælos ſingulos. Vt ſic octauum cælum (ſi motum ſecundarium non habeat, vt vetuſtiſſimi aſtronomorum putabant) ponatur primum mobile. Sed, qui à Ptolemæo ſuas cum anteriorum obſeruationibus conferente, deprehenſum eſt ſtellas fixas moueri uerſus Orientem ſingulis gradibus per annos centenos; Et inde à Tebitio, ferri per motum trepidationis: idcirco neceſſarium fuit primum motum adſcribi nono cælo. Deinde quoniam Alfonſus motui trepidationis addidit motum longitudinis; oportuit unum ex his, ſcilicet trepidationem proprium eſſe octauæ: motum autem longitudinis attribui nono cælo, atque ita motum primum relinqui decimo. Quando

quidem necesse est supremum cœlum simplici motu ferri. Quod, si Alfonsi positio uera est, possent nonus & decimus orbis uocari, quasi deferētes & membra octaui: vt trium orbium aggregatū contineatur sub uno firmamenti uocabulo. Itaq; cū uetustissimi nōdum deprehendissent motū octauæ: ac Ptolemæus animaduertisset tardissimum unius gradus in annis centenis motum: Deinde Albategnius in annis 66. per vnum gradum ferri; Tebitius, ut saluaret hanc varietatem & maximarum Solis declinationum, primus cōmētus est trepidationis motum. Alfonsus vero, siue obseruatione, siue calculi coniectura inductus adierit trepidationi longitudinem. Tebitius dixit capita Arietis & Libræ octaui cæli circūferri in periferiis paruorum circulorum: quorum poli sint principia Arietis & Libræ noni cæli. Quo motu fit, ut eclyptica mobilis octaui cæli super aliis atque aliis punctis secans æquinoctialem, ob respectum talis sectionis (quæ periodus est motuum) & ob ipsum circularem ambitum, fecerit apparere motus diuersitatem in stellis fixis. Aequatio octauæ Sphæræ secūdum Tebitium, est arcus Zodiaci mobilis inter principium Arietis, & punctum sectionis Zodiaci cum æquatore. Argumētum autem motus trepidationis est, arcus parui circuli inter æquatorem & principium arietis mobilis. Ponit autem Tebit. Capita Cancri & Capricorni octauæ inseparabilia ab eclyptica nonæ. Alfonsus autem dixit capita Arietis & Libræ octaui cœli ferri in periferiis paruorum Circulorum, quorum poli sunt Capita Arietis & libræ noni cœli, in spatio. 7. millium annorum per integrum ambitum. Dictos autem polos cum Circulis, hoc est, totum nonum moueri per totum ambitum Zodiaci primi mobilis in spatio. 49. millium annorum: Ita vt arcus Zodiaci primi mobilis à principio Arietis primi mobilis secundum successionem computatus vsque ad Caput Arietis nonæ, siue polum parui Circuli, dicatur motus longitudinis nonæ. Arcus autem parui Circuli à supremo puncto versus Septentrionem vsq; ad caput arietis octauæ, dicatur argumentum motus accessus, & recessus, siue trepidationis octauæ. Arcus demum eclypticæ noni inter polum parui Circuli & Circulū per polos eclypticæ nonæ & Caput arieti octauæ interceptus, dicatur æquatio octauæ Spheræ. De quo latius in Theoricis. Vide Peurbastrium quoad speculationem: quo verò ad Calculum consule Alfonsum & Blanstrinum.

De numero, & ordine Spherarum.

NECESSE est igitur cœlos non pauciores esse, quàm nouem, vt scilicet supremus sortiatur motum primum, ab oriente in occidentē. Octo autem reliqui totidem singuli motus secūdarios. primum stellarum fixarum, quæ vnico motu ad orientē feruntur. Et septem reliquos planetarum.

planetarum : quorum ordinem uetustissimi philosophi ita posuerunt, vt nunc tenemus: vt scilicet Sphæra fixarum suprema sit: proxima Saturni : quem sequitur Iuppiter, Ioue Mars, hunc sequitur Sol superior Venere, & post Mercuriū Luna infima. Posteri uero, sicut Plato, quia nec Veneris, nec Mercurij interiectu Solis eclypsim fieri uidebant, eos supra Solem locandos esse censuerunt. Alpetragnius autem, qui motuum diuersitates per incurtationem quandam primi motus fieri putabat, sub Marte Venerem, sub qua Solem & inde Mercurium statuebat. Minus enim incurtat Venus à motu primo, quàm Sol ex parte quidem epicycli. Mercurius autem plusquàm Sol. Harum opinionum antiquissimam recentiores, vt verissimam susceperunt : quandoquidem nec Venus (cuius superficies subcentupla Soli ponitur ab Albategnio) Solem, & minus Mercurius obtenebrare sensibiliter potest. Amplius maxima lunæ à centro mundi distantia semidiametrum terræ. 64. vicibus: Minima vero Solis indidem remotio eandem diametrum. 1070. vicibus continet. Vnde sequitur, vt interstitium orbium luminarium semidiametrum terræ. 1006. vicibus contineat. Quod cum natura non sinat vacuum, iure Veneris ac Mercurii orbibus adscribetur: ne tāta moles vacua sinatur. Venerem autem Mercurio superiorem esse, nos in Cosmographiæ nostræ dialogis pulcherrimis coniecturis, & argumētis demonstrauimus.

Ad

Ad Lectorem.



ON tamen hæc scripsimus, candide Lector, ut, contemptis cæteris, nostra tantùm legeres: sed quo per nostram traditionem melius cætera intelligeres, & ab aliis omissa perdisceres. Nec dubito, quin ex nostris elementis, cautius sis lecturus, & acutius iudicaturus quidquid apud Sacroboscum, Robertum, aut Campanum uideris. Sed nec Robertus, Sacrobosci, nec Campanus Roberti lectionem exclusit, uti fortasse credidit. Sicut nec Theoricæ Peurbachij, quamuis exactissimæ, & secundum Ptolemaicam doctrinam traditæ efficere potuerunt, ut Alpetragrij dogmata, & Cremonensia delyramenta penitus excluderentur. Satisq; fuit Georgio & Regimundo admonuisse lectores, ut quid cauendum, quidue approbandum esset, optimè cognoscerent. Sed omnia perperam tradita emendare omnium animos ad rectitudinem conuertere nequidem Atlas, qui Cœlum sustinet, totis uiribus ualeret. Toleratur & Nicolaus Copernicus, qui Solem fixum ac terram in girum circunuerti posuit: & scutica potiùs, aut flagello, quàm reprehensione dignus est. Transeamus igitur ad reliqua, ne tempus frustra teramus.

COMPVTVS ECCLESIASTICVS IN SVMMAM COLLECTVS.

Et primùm de temporis diuisione.



EMPORA mensurantur secundum spacia motuũ. Motus autem precipui duo sunt. Conuersio, scilicet cæli ab Oriente in Occidẽtem super axe polisq; mundi, cuius cingulum est æquinoctionalis. Quo quidem motu Sol, Luna, & astra cætera oriuntur, occidunt, & reuolutiones perficiunt quotidiè. Alter verò motus fit ab Occasu in Ortũ sup axe, polisq; obliqui circuli, qui zodiacus dicitur: per cuius semitam Sol, & astra cætera non iisdem temporum spaciis deferuntur. Dies igitur est integra reuolutio Solis per motum primum, horas 24. continens. Annus autem est spacium, quo Sol percurrit zodiacum, dies 365. & quadrantẽ complectens. Mensis verò tempus, quo Luna, Sole relicto, ad eum reuertitur: quæ reuersio poscit dies 29. & dimidium. & horæ fermè dodrantem. Quoniam itaque annus comprehendit menses quasi 12. mensis verò dies fermè 30. propterea zodiacus secatur in signa 12. Signum autem in gradus 30. Vt scilicet, sicut circulus totus annum,

sic

ſic ſigna ſingula menſem: dieſq; ſinguli gradũ de motu Solis poſtularent. Hinc & numerus horarum duodenarius pro die artificiali, vel pro nocte. Et horæ vigintiquatuor pro toto die naturali. Licèt verò diuiſio temporum ad amuſſim non reſpondeat dictæ circuli diuiſioni: tamen id ipſum docet nos natura in ipſa circini deſcriptione: quodq; ibi per temporum interualla propè verum inducat, hic iam præcisè determinat. Nam bina ſigna prædicta ſuſcipiunt circuli ſextantem, cuius chorda eſt ipſa ſemidiameter: quæ periferiam totam circinabat. Vnde circulus in huiuſmodi ſex arcus (quæ ſigna Phyſica dicuntur) commodè ac quàm facillimè, per circinũ ſexies repetitũ, diſtinctus habebit in ſingulis his arcubus 60. gradus, & in toto ambitu gradus 360. ſicut prius. Et idcirco poſcit ratio, vt & gradus in 60. minutias: & minutiæ ſingulæ in totidem ſecundas, & ita deinceps diſtinguantur. Vnde Alfonſus Rex, perſpicaciſſimus tabularum author, tam diuidendo, quàm colligendo dies ſexagenario numero vſus eſt. Vt videlicet temporis diuiſio circuli diuiſioni proportionaliter reſpondens, faciliorem cõputum redderet.

De Die.

DIES eſt reditio Solis ad Meridianum. Quod & ſpacium integræ reuolutionis motus primi cum tanto arcu æquinoctialis, quantus reſpõdeat motui Solis proprio in zodiaco interim peracto. Qui arcus, ꝑpter inæqualitatem motus Solis, & propter obliquitatem zodiaci variatur. Quare dies tales, qui vulgares & apparentes dicuntur, ſunt inter ſe aliquantum inæquales. Aſtronomi verò vtuntur additamento mediocri, & dies ad æqualitatem redigunt. Sic fiunt dies æquales & aſtronomici. Aequatio dierum dicitur horum ab illis differentia. Dies artificialis eſt arcus Solis diurnus, qui cum arcu nocturno naturalem diem conſummat. Qui quidem arcus in Sphæra recta ſemper, in aliis verò locis tantum, Sole exiſtente in æquinoctiali, ſunt æquales.

De Hora.

HORARVM aliæ ſunt æquales, aliæ temporales. Hora æquinoctialis, ſiue æqualis eſt viceſima quarta pars diei naturalis: quæ poſtulat ſibi quindenos æquinoctialis gradus. Hæ ſunt horæ, quæ in horologiis per lapſus rotarum indicantur, & in Sciotericis per lineas horarias diſtinguuntur. Hora verò temporalis, ſiue inæqualis eſt duodecima pars, diurna quidem arcus diurni, nocturna verò nocturni. Vnde creſcit & decreſcit cum ipſo arcu: & proinde inæqualis eſt, & pro tempore variatur. Per has horas planetæ per ordinem ſuſcipiunt dominium, ita vt ſingulæ feriæ in hebdomada, nomen ſortiantur à planeta, cuius dominium in primam diei horam cadit. Quanquam poſtula-

ret rario, vt huiusmodi horarum diuisio fieret per diuisionem zodiaci. sicut horæ æquales distinguuntur per diuisionem æquinoctialis. Bene igitur dixit Ioannes Sacroboscus, cum diffiniuit horam naturalem, hoc est inæqualem, siue temporalem, esse spacium tēporis, quo perorituг dimidium signi in zodiaco. Quandoquidem in singulis arcubus tam diurnis, quàm nocturnis sex signa (quæ faciunt 12. horas) vbiq; peroriantur.

De Anno.

ANNVS est duplex, scilicet solaris dierum 365. & quadrantis. spacium stilum, quo Sol percurrit zodiacum. Et lunaris complectens dies 324. & horas 9. quod est spacium 12. lunationum, siue 12. mensium lunarium. Vnde aliqui, sicut Aegyptij & Romani, vtuntur anno solari. Aliqui autem, sicut Arabes, vtuntur anno lunari tantum. Nonnulli verò, vt Hebræi, dum vtriusq; luminaris rationem amplecti conantur, annos lunares, intercalatis quibusdam mesibus, ad mensuram solarium reuolutionum redigunt. De quibus nunc singilatim aliquid dicemus, scientiæ quidem, non vsus causa.

De anno Arabico.

ARABES vtuntur anno lunationum 12. hoc est dierum 354. & $\frac{11}{30}$ quæ fractio per annos 30. repetita fiunt dies 11. quos tāquam intercalares, seu bissextiles interponunt singulos tunc, hoc est in eo anno: quando collectum ex fractionibus præteritis excedit dimidium diei, hoc est $\frac{15}{30}$, vt docet Alfraganus, & Alfonsus in tabulis. Sic.n. anni tales 30. cōprehēdūt 360. lunationes, q̃uis 12. lunationes requirāt dies 354. horas 8. m̄. 48. 2̃. 36. $\frac{1}{2}$ At $\frac{11}{30}$ diei sint horæ 8. m̄. 48. præcisè. Quo fit, vt cētum quibusq; talibus annis Luna tardior fiat per horam: cum lunatio poscat dies 29. hō. 12. m̄. 44. 2̃. 3. $\frac{1}{20}$.

De anno Aegyptio.

ÆGYPTII vtuntur anno solari dierum 365. absque intercalatione diei bissextilis: ob id scilicet, ꝙ 25. anni tales comprehēdūt dies 9125. in quibus complentur lunationes 309. Quamuis tot lunationes ad amussim calculatæ poscāt sibi dies 9124. hō. 22. m̄. 51. 2̃. 48. Atq; ita lunatio retrocedat per horam 1. m̄. 8. 2̃. 12. in spacio annorum 25. vt ex calculo colligitur. Et tempora solaria varientur antrorsum in tali spacio per dies 5. fermè. Seruatur tamen in eo spacio vtriusq; luminaris ratio prope verum. Quādoquidem seruari præcisè nullo modo potest, vt scribit Ptolemæus in sexto magnæ constructionis.

De anno Romano.

ROMANI verò, & nunc Christiani per totum orbē vtimur anno solari

ſolari 365.dierum & quadrantis: pro tali quadrante diem quarto quoque anno intercalantes. Huiuſmodi annis conuenit fermè cyclus lunaris 19 annorum, qui cum ſuis quadrantibus faciunt dies 6939.& horas 18.Sed lunationes 235.perficiũtur in ſpacio dierum 6939. hõ.16. m̃.31. 2̃. 56. 3̃. 45. ſic Luna in tot annorum interuallo anticipat horã 1.m̃.28.2̃. 3.$\frac{1}{4}$ Et in annis 76.anticipat hõ. 5.m̃.52. 2̃.13. Item in annis 311.per diem fermè. Hunc annum primus inſtituit Caius Cæſar dictator, conſilio M. Flauij ſcribæ, & Soſigenis Philoſophi vſus, vt ſcribunt Plinius, & Plutarchus. Quamuis annus ſolaris præcisè contineat dies 365.hõ.5.m̃ 49. 2̃.16. iuxta calculum Alfonſi. Atq; ita æquinoctia, & Solſtitia retrocedant quolibet anno per minutias horarum 10. 2̃.44.

De Menſe.

MENSIVM alius ſolaris, alius lunaris. Menſis lunaris duplex. vel ſcilicet ſpacium, quo Luna motu proprio peragrat zodiacum: & habet dies 27.hõ.7.m̃.43.2̃. 7. Vel ſpacium, quo à Sole digreſſa eundem repetit. quod poſtulat dies 29.hõ.12.m̃.44. 2̃. 3.$\frac{1}{20}$, vt ſupra dictum eſt, quod ſpacium lunatio dicitur. Solaris item menſis duplex: vel ſpacium ſcilicet, quo Sol pertranſit ſignum: & habet dies 30. hõ. 10. m̃.54. 2̃. 6.$\frac{1}{3}$ quæ eſt $\frac{1}{12}$ pars anni totius. Vel ſpacium menſis vſualis. Sunt autem tales menſes duodecim ſecundùm vſum noſtrum, propter duodenarium tam ſignorum, quàm fortè lunationum numerũ. Scilicet Ianuarius habẽs dies 31. Februarius dies 28. cui in anno biſſextili ſuperadditur dies ipſe intercalaris in feſto S. Matthiæ. Martius habens dies 31. Aprilis dies 30. Maius dies 31. Iunius dies 30.Iulius dies 31. Auguſtus dies 31. September dies 30. October dies 31. Nouember dies 30. December dies 31. Qui dies collecti conficiunt in anno communi dies 365. in biſſextili dies 366.

De Kalendis, Nonis, & Idibus.

MARTIVS, Maius, Iulius, & October, ſinguli habent ſex Nonas. cæteri menſes quatuor nonas ſinguli. Quilibet ex omnibus Idus octo. Quidquid autem reſtat de menſe, Kalendarum ſortitur nomen, cum die primo ac nomine ſequentis. Diei primo ſuccedunt Nonæ: Nonis autem Idus. Kalendæ dictæ, quòd in initio menſis calatæ, hoc eſt, vocatæ in Capitolium plebi indicabatur, quot ad Nonas vſq; ſupereſſent dies. Nonæ dicuntur, quaſi nouæ obſeruationis initium, vel à nouem diebus vſque ad exordium Kalendarum interiectis. Idus demum à diuidendo menſe: vel à ſpecie plenæ Lunæ. Kalendis immolabatur Iunoni: Idibus ſacrum fiebat Ioui: Nonæ carebant tutela Dei.

De

De ingressu Solis in signa.

SOL ingreditur Arietem Martii decimo. In Taurum Aprilis 10. In Geminos Maii 11. In Cacrum Iunii 11. In Leonem Iulii 13. In Virginem Augusti 13. In Libram Septembris 13. In Scorpium Octobris 13. In Sagittarium Nouembris 12. In Capricornum Decembris 11. In Aquarium Ianuarii 10. In Pisces Februarii 8. Verùm hæ sedes in Kalendario retrocedunt, vt dictum est, quotannis per minutias horæ 10. A 44. Et in annis 400. per dies fermè tres. Ita vt in spacio 49. millium annorum redeant ad sedē pristinam. Quod tempus nona Sphæra postulat, vt Alfonso placuit, ad reuolutionem complendam.

De Aequinoctiis, Solstitiis, & quatuor Temporibus.

AEQVINOCTIA duo sunt. Vernum, quod facit Sol in principio Arietis, scilicet 10. Martii. Autunnale, quod fit in principio Libræ 13. Septembris, quando scilicet æquatur nox diei. Solstitia totidem. Aestiuum in principio Cancri 11. Iunii. Brumale in principio Capricorni 11. Decembris. In illo maximus dies, nox minima: in hoc autem nox maxima, dies minimus. Sed Veris exordium communiter in Cathedra Petri 22. Februarii. Aestatis in festo S. Vrbani 23. Maii. Autūni in festo S. Symphoriani 22. Augusti. Brumæ tandem in festo S. Clementis 23. Nouembris, statuitur ab authoribus Computi. Quæ tamen exordia cum sedibus Aequinoctiorum, Solstitiorum, & ingressuum Solis in signa, prædicto modo, retrocedunt.

De diebus Ægyptijs.

AD sciendum dies Aegyptios, ediscenda sunt istec carmina:

Augurior, decies, audito, lumine, clanguor.
Liquit, olens, abies, coluit, colus, excute, gallum.

In quibus versibus sunt duodecima dictiones singulis mensibus anni per ordinem seruientes, vtpote, augurior, Ianuario. In qua prima litera a. in alphabeto prima: ergo primus dies Ianuarij est ægyptius. Item g. litera sequentis syllabę, est septima in alphabeto: ergo septima dies Ianuarij à fine, est ægyptia, hoc est 25. Et similiter in cæteris dictionibus pro cæteris mensibus. Namque in his diebus perhibent Pharaonem & Aegyptios plagis diuinitus afflictos, tandemque submersos. Quæ obseruatio superstitiosa est. Et licèt tradatur à Sacrobosco, tamen deridetur à Campano. Romani etiam postridianos dies Kalēdarum, Nonarum & Iduum atros & infaustos rebus gerēdis habebāt, eo quòd in illis infeliciter dimicatum fuisse notassent, vt ait Gellius, & Cassius Hemiria. Vel quia sicut Kalendæ, Nonæ & Idus Diis superis: ita postidriani

postidriani Diis inferis dicabantur, vt ait Plutarchus, propter numerum parem, & perinde non fælices.

De hebdomada, & Planetarum dominio.

HEBDOMADA, siue septimana habet dies septem, propter numerum Planetarum, qui cum dominium habeant per singulas horas inæquales, siue temporales, siue naturales tam diurnas, quàm nocturnas (de quibus superius diximus,) secundum ordinem suorum orbium ♄ ♃ ♂ ☉ ♀ ☿ ☽, semper repetitum; singulę feriæ, seu dies Septimanæ nomen sortiuntur à planeta in prima hora diei dominium habente. Quæ obseruatio à Babyloniis inuenta, ut ait Hermes, ad Ægyptios, vt scribit Dion. inde ad Hebræos propagata est: postremo à Latinis suscepta. Nam Romani prisci non distinguebant ea ratione septimanam. Qui numerus fortasse mouit Alfonsum, vt Trepidationem Stellatæ ad motum nonæ spheræ septuplam in uelocitate faceret. Ecclesiastici vtũtur numero feriarũ pro vocabulis planetarum. Et feriam septimam sabbatum (quod Chaldaicè septem significat) appellarunt, diẽ scilicet quieti attributum: Primam vero dominicam à Domino planetarum.

De Cyclis.

CYCLVS est certus annorum numerus in seipsum, completa varietate, numeroque reuolutionum rediens. In his primo loco considera tur Cyclus solaris annorum 28. in quo redeunt bissextorum & literarum dominicalium diuersitates. Cyclus dein lunaris habet annos. 19. in quo redeunt lunationes ad pristinam in Kalendario sedem. Cyclus verò paschalis ex horum ductu procreatus conficitur in annis 532. reportans omnes diuersitate paschales. Item Cyclus Indictionalis 15. annorum, per quem indicabatur redditio censuum quinquennalium. Et qui adhuc notari solet in actis Scribarum & publicis decretis.

De Cyclo Solari.

CYCLVS solaris fit ex ductu Cycli ferialis in Cyclum bissextilem, hoc est, ex septenario in quaternarium ducto. Namque. 7. literæ alphabeti, a b c d e f g. singulæ indicant in Kalendario singulas hebdomadæ ferias. Et index diei dominici, litera dominicalis dicitur. Et quoniã annus communis habet hebdomadas 52. & insuper vnum diem: Bissextilis verò annus addit & alium diem, ad festum S. Matthiæ 25. Februarij: Idcirco propter excrescẽtiam talis diei, fit, ut in anno communi litera dominicalis semel, in principio scilicet Ianuarij; in anno autẽ bissextili bis, nõ solum in dicto principio, sed etiam rursus ad 25. diem Februarii mutetur. Quoniam igitur quartus quisque annus est bissextilis: & literæ dominicales in septenario numero versantur: & minimus

mus numerus ab his duobus inter se primis numeratus est. 28. (eorum scilicet productum) ideo in tali annorũ numero necesse est reuerti omnem bissextorum & literarum dominicalium diuersitatem. Quem numerum appellant Calculatores, solarem cyclum, eo quòd ad bissextum anni solaris, annuosq; recursus dominicalium literarum pertinet. Illi autem dies, qui super vltimam anni hebdomadam, hoc est, post vltimã anni sabbatum supersunt, efficiunt Concurrentes sequentis anni. Vnde cùm postrema dies anni sabbatum est; sequens annus nihil habet de Concurrentibus. Renouãtur tamen Cõcurrentes ad Martium, post locum bissexti, vt patebit. Postulat aũt ratio, ut Cyclus solaris exordiũ capiat à primo die anni, primoq; die hebdomadæ, prima litera alphabeti, primoque anno post bissextum. Ita, vt 4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. anni in cyclo semper appareant bissextiles. Quibus suppositis (vt ratio exposcit) necesse est, vt annus præcedens initium Cycli, hoc est 28. Cycli præcedentis, desinat cum hebdomada in sabbatum. Vtque Concurrentes in primo anno sint zifra: quoniam nihil superfuerit integræ hebdomadæ. Quare ordo literarũ dominicaliũ talis erit. A, g, f, e, d, c, b, hoc est 1. 7. 6. 5. 4. 3. 2. Ordo autem Concurrentium talis. 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. Vnde fit, vt numerus literarum coniunctus numero Cõcurrentium, cõficiat octonarium (in Concurentibus scilicet pro. 0. sumpto. 7.) Verum in annis bissextilibus singulis binæ literæ percurantur. & duo numeri Cõcurrentum. Et tunc ex literis vna à principio Ianuarij vsque ad 24. diẽ Februarii reliqua ad residuum anni accommodanda. Bis enim mutatur, ut dictum est. Ex binis vero numeris Concurrentium tenendus est posterior. Namq; is cũ Regularibus mensis (vt patebit) coniunctus ostendet feriam, à qua incipit mensis. Itaque cum ad annos Christi propositos quæris Cyclum solarem; appone annis datis 16. & summam partire per 28. Quod enim superest, indicat instantem Cyclum. Si nil supersit, Cyclus est 28. Exempli gratia, instat nunc annus salutis 1567. quæro Cyclum Solis. Annis propositis. 1567. appono. 16. & habeo. 1583. hunc partio in 28. & supersunt 15. igitur instat annus Cycli quindecimus.

De inuentione Bissexti, Concurrentium, & literæ.

SI ad annos salutis propositos vis bissextum, Concurrentes, & literam dominicalem reperirere; partire annos Christi propositos in 4. Si nihil superest, annus propositus est bissextilis: si aliquid, communis. Quod autem ex diuisione prosilit, indicat annos bissextiles elapsos. Illud itaque coniungito annis ipsis, quinario etiam superadiecto: summam diuidito per 7. quod enim superfuerit, erunt Concurrentes instantis

ſtantis anni. Hoc itaque quod ſupererit, vel 7. ſi nil ſuperfuit, ſubtrahito ab octonario. & reſiduum computa in ordine literarum ab A. Nam deſines in literam dominicalem anni propoſiti; quæ litera in anno communi renouatur à Kalendis Ianuarij : in anno autem biſſextili, renouatur à 25. die Februarii: ſequens autem in ordine literarum renouatur ab ipſo anni exordio. Exempli gratia, hoc anno 1567. volo prædicta comperire. Partior hunc numerum 1567. in 4. & proueniunt 391. ſuperſunt autem 3. igitur tertius annus eſt à biſſexto. Suntque anni 391. biſſextiles elapſi. Quem numerũ iungo cum annis Chriſti propoſitis 1567. & conflãtur 1958. quibus adiungo 5. & fiunt 1963. Quã ſummam diuido per 7. & proueniunt 280. atque ſuperſunt 3. Concurrentes ſcilicet anni propoſiti. Subtraho hoc reſiduum 3. ab octonario. & relinquuntur mihi 5. Igitur quinta litera, hoc eſt, e. eſt litera dominicalis huius anni. Eodem proceſſu vteris in reliquis caſibus. non enim negotium eſt multi momenti. Illud aútem notandum, quòd Dionyſius Abbas Romanus cognomẽto Exiguus, anno ſalutis. 500. inſtituit primus computare annos à Chriſti natali. Cum antea ab imperio Diocletiani computarẽtur. Hic etiam & Computi paſchalis, & cyclorum, quibus Eccleſia vtitur, author fuiſſe perhibetur.

De inuentione eorundem per Cyclus Solarem.

EADEM & eodem modo per Cyclum Solarem inuenies. Sed pro quinario, ſenarium adiicies. Exempli gratia: in anno inſtãti Cyclus ſolaris eſt 15. Hunc diuido in 4. & proueniunt 3. quod iungo cum 15. & fiunt 18. cui addo 6. & habeo 24. quem numerũ diuido, per 7. & ſuperſunt 3, Concurrentes ſcilicet huius anni. Subtraho 3. ab octo, & relinquuntur 5. igitur quinta litera, hoc eſt e. litera eſt dominicalis huius anni. Et quoniam in prima diuiſione ſupererant tria, idcirco annus eſt communis, & poſt biſſextum tertius. Vnde conſtat, quòd prima litera ſcilicet a. nihil habet pro Concurrente. Deinde quotannis additur vnitas, & in biſſexto binarius: ſeptenario ſemper abiecto. In ſequẽtibus autem 4. verſibus ponũtur 28. dictiones, quarum primæ literæ ſunt literæ dominicales annorum, totidem cycli Solaris, quæ ad anni principium renouantur, & iuxta exordium cyclo Dionyſiaci, quo vtitur etiam Sacroboſcus in ſuo computo.

Fallitur, Eua, Dolo, Cibus, Adæ, Gaudia, Finit,
Et, Cum, Botrus, Adhuc, Germinet, Eua, Dolet,
Chriſtus, Bella, Gerit, Finitur, Eo, Duce, Bellum,
Ad, Grauidam, Fit, Dux, Cuncta, Beauit, Aue.

De regularibus Solis.

MARTIVS habet 4. pro regulari, quia d. litera ferialis in principio Martii, est 4. in alphabeto. Hoc idem fit in sequentibus mensibus. Vel iunge 4. cum 31. numero dierum Martii, & fiunt 35. quod diuidatur in 7. & superest 0. Igitur regularis sequentis mensis erit 7. Cũ relinquitur minus, quàm 7. illud capiatur: similiter facies per singulos menses succedentes, vsque ad Februarium; quem pones vltimum.

De ingressu Mensium.

CONCVRRENTES iuncti cũ regularibus singulorum mẽsium indicant ferias, in qua menses singuli ingrediũtur (abiecto tamen septenario, si summa septenariũ excedat) Exẽpli gratia, huius anni 1567. Concurrentes, vt constitit, sunt. 3. Regulares Martii sunt 4. qui coniuncti cõficiunt 7. ergo septima feria, hoc est sabbato ingressus est Martius. Item regulares huius mensis Decembris sunt 6. qui coniuncti cum 3. qui sunt concurentes anni, conficiunt 9. vnde abiectis 7. supersunt 2. Ergo December intrauit in feria 2. hoc est die Lunæ. Et ita in cæteris procedes.

De inuentione feriæ per anno Christi.

INSTAT hodie dies 18. Decembris huius anni 1567. Volo scire feriam huiusce diei. hic erit calculus. Partior annos completos scilicet. 1566. per 4. & perueniunt 391. qui sunt anni bissextiles elapsi, & vlterius anni duo, qui supersunt. Multiplico dictos annos per 365. & produco 571590. quibus addo 391. & conficio 571981. Hinc subtraho vnitatem, & supersunt 571980. quibus addo dies à principio Ianuarij vsque ad hunc diem elapsos, diem scilicet 18. Decembris, qui sunt dies 352. Et sic aggrego dies 572332. à principio Ianuarii immediatè Christi Natalem sequentis ad hunc vsque diem inclisiuè elapsos. Quos partior per 7. & perueniunt 81761 hebdomadæ integræ: & supersunt dies 5. Et ideo feria quinta hodie instat. Similiter in quolibet anno proposito, & in quouis instanti die calculum tuum diriges.

Aliter per Cyclum Solarem.

QVOD si velim per cyclum solarem id ipsum inquirere, cum huius anni cyclus sit 15. capio 14. annos perfectos, quos diuido per 4. & exeunt 3. inde multiplico eosdem per 365. & produco 5110. quibus addo 3. & fiunt 5113. his addo 352. dies scilicet elapsos à principio anni vsque ad diem 18. Decembris instanté, & aggrego 5465. quos partior per 7. & prodeunt 780. supersunt autem 5. Igitur hodie est feria quinta, sicut antea. Memento tamen in anno bissextili tribuere Februario 29. dies. Hæc satis, quæ ad Solis cyclum spectant.

Nunc

Nunc exponetur tabella ipsius Cycli cum literis, bissextis & concurrentibus dictas Regulas compacta.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	Cyclus solaris.
A	g	f	ed	c	b	a	gf	e	d	c	ha	g	f	Litera dominicalis
0	1	2	4	5	6	0	2	3	4	5	0	1	2	Concurrentes.
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	Cyclus solaris.
e	dc	b	a	g	fe	d	c	b	ag	f	e	d	cb	Litera dominicalis.
3	5	6	0	1	3	4	5	6	1	2	3	4	6	Concurrentes.

REGVLARES SOLIS.

Martius 4. Aprilis 7. Maius 2. Iunius 5. Iulius 7. Augu. 3.
Septemb. 6. Octob. 1. Nouēb. 4. Decēb. 6. Ian. 2. Febr. 5.

De Cyclo Lunari, & quomodo inueniatur.

CYCLVS Lunaris, siue aureus numerus, continet spatium 19 annorum solarium (vt dictum est) in quo complent ur lunationes fermè 235. Vt igitur habeas hunc cyclum, ad annum salutis propositum; adde numero annorum currentium vnitatem. & totum diuide per 19. Nam, quod superest, indicat numerum cycli instantis. Exempli gratia: quoniam nunc instat annus 1567. hic numerum cum vnitate conficit 1568. qui diuisus per 19. exhibet in quotiente 82. ac residuat 10. Igitur cyclus lunaris huius annis est 10. & litera Martirologii, per quam profertur ætas Lunę, est 10. in alphabeto, hoc est K. Hic cyclus in kalendario indicat diem coniunctionis luminarium: quamuis sedes coniūctionum, propter prædictā retrocessionē annuā, scilicet horę. 1. m̄. 28. 2̄. $3\frac{1}{4}$ hac tēpestate retrocesserunt per 4. dies. De hoc numero meminit Aratus in Phęnomenis. Et Ruffus Festus eius interpres dicit hunc à Metone adinuentum, sumptumque ab antiquissimo Harpalo.

De coniunctionibus Solis, & Lunæ.

AVREVS numerus in Kalendario indicat, vt dixi, diem coniunctionis luminarium. Sed hac tempestate à loco aurei numeri retrocedendum est per 4. dies, siue 5. inclusiuè. Hic numerus primùm à Iulio Cæsare in Fastis locatus est, posita vnitate ad Kalendas Iani. Deinde ab Hebræis, ac priscis Latinis, posito ibi 19. numero. Demum ab Eusebio Cæsariensi Episcopo, ab Alexandrinis, & à Dionysio instauratus habens ibidem ternarium, quo nos in nostris Kalendarijs vtimur. Vnde,

de, si à nostris numeris singulis subtrahatur binarius, supererũt numeri Iuliani. Si minuatur ternarius, relinquẽtur numeri Hebraici, assumptis 19. vbi subtractio fieri nequit. Et 19. substitutis pro zifra.

De distributione Lunationum.

CVM cyclus Lunaris comprehendat 19. annos solares, vt dictũ est, in quo spacio peraguntur 235. fermè lunationes; iam tales anni solares rediguntur ad totidem annos lunares hac ratione. Duodecim anni lunares continent singuli 12. lunationes. sic faciunt lunationes 144. Item 7. reliqui singuli habent lunationes 13. & ideo in totum lunationes 91. Atq; ita omnes anni lunares 19. comprehendunt lunationes 235. Et illi 7. anni dicuntur Embolismi: Et ponuntur in ordine cycli 3. 6. 8. 11. 14. 17. 19. Vnde versus, *Christus, factus, homo, leuat, omnia, reddita, trono.* Totidẽ scilicet dictionũ, quot sunt embolismi. Nã quota est prima litera huius dictionis, *Christus*, in alphabeto, scilicet c. tertia: totus in ordine annorum cycli, hoc est tertius annus est Embolismus. Et sic in cæteris dictionibus. Item versus, *Mobilis, ibo, cosis, ace, liber, habeto, coæuum.* totide dictionum Embolismorum locos indicantium. Cum primæ dictionis prima litera M. sit 12. in alfabeto; iam lunatio primi embolismi, in 3. scilicet anno tribuitur duodecimo mensi, scilicet, Decembri. Cunq; b. prima litera secundæ syllabæ dictionis eiusdem sit 2. in alphabeto; iam lunatio præfata incipit in 2. die dicti mensis. Idemq; faciendum in cæteris singulis dictionibus. Sed nota, ꝙ annus in hoc casu, incipiendus est à Septembri. vnde incipit Epacta, & regulares lunares, vt dicam. Item impari mensi datur lunatio 30. Pari autem lunatio 29. dierum. vt maiori numero detur maius spacium: & vt crementum vnius, suppleat defectum alterius. Cũ lunatio poscat sibi 29. dies ac dimidium.

De dispositione Auri numeri.

POST hæc tradẽdus est modus locandi, aut restituendi auri nume ri in Kalendario. Quæ regula continetur in sequentibus metris. quos Io. Sacroboscus fecit. Robertus Lingoniensis transtulit aliquãtum mutatos in suum Computum. Et Campanus, vt erant in suum.

Sequuntur versus:

Aureus hac arte numerus formatur à parte.
Prima dies Iani: quæ Ianua dicitur anni,
Ternarium retinet: ne posterus ordo uacillet.
Per præcedentem numerum dant octo sequentem.
Si decimum nonum superabis sic numerando;
Tolle decem, pariterq; nouem, reliquum retinendo.
Maiori numero debetur tertius ordo:
Siq; minor sequitur, maiori continuatur.

Per

Per loca bissena non est hæc regula uera.
Tres februi quarto nonarum continuato.
Quattuor apponas sub Aprilis pridie nonas.
Tot Iunius laterat, ubi nonas quattuor aptat.
Augusti capite tres debes continuare.
Quattuor Octobris lateratim pone Kalendis.
At quarto nonas duodeni deniq; mensis.
Linea tredecimum tenet una, simulq; secundum.
Excipe sex menses, Iulium prius atq; sequentes,
His, quamuis crescat, undenis summa propinquat.
Octo minor sequitur numerus, nec continuatur.
Tali quippe modo describitur aureus ordo.

Qui versus non indigent expositione. Sed possumus id idem efficere, si subtrahamus vndecim, assumptis 19. vbi subtractio fieri non potest. Et si nihil supersit, substitutis 19. Robertus autem miscuit istã regulam cum regula Io. Sacroboschi. Præcepit enim, si numerus non sit maior, quàm 11. vt addantur octo. quando autem maior, vt subtrahantur vndecim. Atq; hoc modo, illic vitat laborem abiiciendi, hic assumendi 19. Laudandus quidem tali artificio. Sed in discussione iunctionum & embolismorum, tam ipse, quàm Campanus, & Ioãnes sunt nimium curiosi: præsertim cùm Ecclesia procedat per integros dies. Mihi verò satis est ostendisse conuenientiam 19. annorum solarium cum totidem lunaribus: permisso interim situ auri numeri, sicut disponitur per dictos versus in Kalendario. Item retrocessionem sedium æquinoctiorum, & lunationum, secundum calculum Alfonsi: quem omnes Astronomi sequuntur. Nam differere de suppositione, Albategni, vel Tebitii, superuacuum esse duxi.

De Epacta, & eius inuentione.

EPACTA nihil aliud est, quàm excrescentia solaris anni super lunarem, hoc est, dierum 365. supra dies 354. Et ideo primus cycli lunaris annus nullam habet Epactam, cum excrescentia nondum præcesserit: Sicut primus cycli solaris annus nihil habet concurrentium, cùm dies post integram hebdomadam abundans nondum præcesserit. Vnde errãt, qui primo cycli lunaris anno vndecim dant pro Epacta, quæ danda est secundo. Vt igitur Epactam anni propositi inuenias, quære cyclum lunarem talis anni: & eius numerũ multiplica per 11. (prius vnitate subtracta) & productum partire per 30. nam residuum indicat Epactam anni propositi. Exempli gratia, nunc in anno salutis instanti, cyclus lunaris est 10. hinc minuo vnitatem, & supersunt. 9. quod multiplico per 11. & proueniunt 99. quem numerum partior in 30. &

superſunt 9. Epacta ſcilicet anni inſtantis. Vel, ſi vis per Epactam alicuius anni comperire Epactam anni ſequentis; minue ab ea 19. aſſumptis 30. ſi ſubtractio fieri nequit: ſic enim ſupereſt Epacta ſequentis anni. Vel adde propoſiti anni epactæ 11. abiectis 30. ſi aggregatum exceſſerit 30. & conflabis Epactam ſequentis anni. Vel ſic partire cyclum lunarem anni propoſiti per 3. & ſi ſupereſt vnum, minue à numero ipſius cycli vnitatem: Si duo, adde eidem numero 9. Si ſupereſt nihil; adde ipſi numero 19. abiectis tamen 30. cum ſumma tricenarium excedit. Sic enim ſupererit, vel conflabitur numerus Epactæ anni propoſiti. Vel ſic: Vide quota ſit Luna ad 22. diem Martii, ſecundum ſitum aurei numeri. talis enim erit numerus Epactæ inſtantis anni. Mutatur autem Epacta ad initium Septembris, quamuis aureus numerus mutetur ad Ianuarii principium. Namq; Epacta eſt inuentio Græcorum, qui annum indidem exordiuntur.

De regularibus Lunæ.

INITIVM regularium Lunæ ſumitur à Septembri: quia ibi innouatur Epacta. September habet 5. pro regulari: quoniā ſcilicet Luna quinta eſt in initio Septembris in anno primo cycli lunaris. quamq̄ tunc aureus numerus eſt 19. quoniam exordium capit ab initio anni ſequentis, ad Kal. Ianuarii. Iunge igitur 5. regulares Septembri. cū 30. qui eſt numerus ſuorum dierum. & fiunt 35. hinc minue Lunam Septembris, ſcilicet 30. & ſuperſunt 5. regulares, ſcilicet Octobris. Item iunge 5. cum 31. numero dierum Octobris: & fiunt 36. hinc minue Lunam Octobris ſcilicet 29. & ſuperſunt 7. regulares ſcilicet Nouembris. Et ſic faciendum ſucceſſiue per ſingulos menſes vſque ad Auguſtum. Vel ſic. Quota eſt Luna in Kalendis ſingulorum menſium, in anno primo cycli lunaris (initio ſumpto à Kalendis Septembris præcedētis) tot ſunt regulares lunares ipſius menſis.

De ætate Lunæ.

SI vis habere ætatē Lunæ in principio cuiuſpiā mēſis: cōiūge regulares Lunares talis mēſis cū Epacta propoſiti anni, abiectis 30. ſi ſūma tricenariū excedat. Nā aggregatū indicat ætatē Lunæ in primo die talis mēſis. Fallit tamē regula ī aliquib. locis De qua fallacia tradunt verſus.

Octauo, undecimo, poſtremo fallit Epacta.
Fallitur octauo cum Maio Julius anno.
Ni ſit biſſextus Martem fallit decaprimus.
Vltimus Auguſtum fallit; fallit quarto Maium.

Sed noſtra tempeſtate ſunt addendi 4. numero ætatis lunaris prædicto modo inuentæ. Nā regula dat ætatem Lunæ ſecundùm ſedē aurei numeri in Kalendario. Quod ſi velis ætatem Lunæ ad datum diem menſis;

sis; quære per modum prędictum lunarem ætatem in principio mē sis: & ei numerò iunge numerum dierum de mense elapsum, abiecta lunatione mensis, scilicet summa lunationem excedit. Et habebis nu merum ætatis instantem.

De loco Lunæ in zodiaco.

SI vis scire in quo signo sit Luna, eius ætatem duplica & duplicatam partire per quinq;. Nam ex diuisione prodibunt signa, & in residuo quintæ partes, quantum scilicet Luna tunc distat à Sole. Ex qua regula, per experimentum scies, quòd sicut in luminarium coniunctione Luna est in eodem loco cum Sole: sic in prima quadratura (quia tunc ætas eius habet dies 7 $\frac{1}{2}$) distat à Sole per tria signa. In plenilunio autem, quoniam est fermè 15. distat per sex signa: quoniam opponitur ei per diamentrum. In 2. verò quadratura (quando est dierum 22 $\frac{1}{2}$.) distabit per nouem signa.

Quandiu Luna luceat.

QVOD si scire lubet, quot horas Luna luceat: tunc ætatem Lunæ, si non excedat 15. aut si excedit; eius complementum ad 30. multiplica per 4. & productum partire per quinq;. Sic enim exibunt horæ, & quintæ partes horæ, quibus lucet. Namq; (vt ait Plinius) Luna lucet in dies addens horę dodrantem, & semunciam: quod est paulo minus, quàm quatuor quintæ vnius horæ. Aliter multiplica id idē, quod dixi, per 5. & productum partire per 6. Ita enim prodibunt horę & sextantes horarij, quantum Luna lucet. Namque, vt alibi scribit idem Plinius, tempus dicti luminis crescit indies per dextantem, & sicilicum: quod est paulò plus quàm quinque sextę vnius horæ.

Hic attēde, ingeniosè lector, ꝙ ex his duabus regulis prima respicit motū primū simpliciter: Reliqua verò includit additamentum motus lunaris. Et vtrobiq; intelligendum est de horis temporalibus: quarum 12. semper consummant noctem vel diem, quantacunq; sit. Quæ præcepta, sicut & Plinii verba, non sunt ad viuum resecanda. præsertim cum tale tempus lunaris fulsionis (quæ vespertina est increscente: matutina verò indecrescēte) cum uelocitate Lunæ ac latitudine septētrionali crescat: decrescat verò, cum tarda est ac meridionalis. Igitur ex Pliniano calculo, experieris Lunam in omni plenilunio lucere 12. horas temporales, hoc est totam noctē, quantacunq; sit. In omni quadratura, sex horas, hoc est, dimidium noctis. Cùm Luna quinta est, aut 25. per quattuor horas, hoc est trientem noctis. Si 4. aut 26. per tres horas, quadrantem scilicet noctis, vt calculus primæ regulæ indicat. Nā altera regula videtur addere tpi p primā cōpto, quasi vicesimā quartā ipsius partē, quantū fermè Luna contranititur primo motui.

De clauibus festorum, & earum inuentione.

NVMERVS clauium, per quas inueniuntur festa mobilia, cum cyclo lunari procedit: neq; inferior est, quàm vndecim, quasi ab Epacta ortum habeat: neq; maior, quàm 39. Nam ascensus Paschæ fit ex numero dierum lunationis Aprilis, & ex numero minimo clauium, scilicet vndecim, quantum distat infimum Pascha à sede clauis: atq; ita maxima clauis debuit habere 40. dies: sed subtrahitur vnitas: quoniã eius numerus desinit pridie festi. Et quoniam infimum Pascha cadere non potest, nisi in annum, cuius aureus numerus sit 16. propterea talis annus (qui sortitur infimam 14. Lunam post æquinoctium vernũ, quæ semper præcedit paschalem dominicam) habet infimum clauium numerum, scilicet 11. quem authores primi fecerunt minimo Epactæ numero parem: vt infimum festum tanto à sede suæ clauis distaret. Sequentes autem claues fiunt per additionem continuam 19. Ita, vt si summa excedat 39. quę maxima clauis est, abiiciantur 30. & teneatur reliquũ pro claue: quãuis vbi ad aurei exordium redieris, clauis sit 26. Vel sic: minue à claue semper 11. Nam relictum (assumpto tricenario, vbi subtractio fieri nequit) erit clauis sequentis anni. Sed adde 30. relicto, si fuerit inferius gradus 11. Vel sic: partire aureum numerum per quinq; in anno proposito. Et si supersit vnitas; adde aureo numero 25. Si supersint 2. adde 13. si supersint 3. adde 31. Si supersint 4. adde 19. Si nihil supersit, adde 7. Sic enim conficies numerum clauium ipsius anni. Si tamen summa excedat 39. abiicito 30. tenens reliquum. Vel sic multiplica aureũ numerũ anni propositi p 19. & producto adiice semper 7. summam verò partire per 30. Nam relictum à diuisione, erit clauis anni propositi: quę si minor sit vndenario, adiiciantur 30. nam aggregatum erit clauis quæsita. Vel sic: semper à numero 26. subtrahe anni propositi Epactam, assumptis 30. si subtractio fieri nequeat. Nam relictum erit clauis talis anni. Sed si supersit minus, quàm 11. appone 30. & accipe aggregatum. Vel sic: minue aureum numerum anni propositi de 20. & residuum partire per 3. Si superest 1. residuo prędicto iũge 37. Si supersunt 2. iunge 17. Si supersit nihil, iũge 27. & conflabis clauem talis anni. Sed si summa excedat 39. abiice 30. tenens reliquum pro claue quęsita. Sic habes regulas seu modos sex comperiendi claues, ad curiositatem potius, quàm ad necessitatem spectantes.

De clauium æquatione.

NVMERA in Kalendario ab 11. die Martii numerum tuæ clauis per singulos dies: & si desinis in literam a. æquatio tunc nihil est. Secus verò, numera sequentes dies vsq; ad a. inclusiuè: & tantus erit numerus

merus æquationis. Vel sic: à claue anni propositi subtrahe 11. et residuum partire per 7. et quod superest, aufer de quinq; (appositis 7. si aliter fieri nequit subtractio) & quod remanet erit æquatio clauium. Ab hac æquatione subtrahe concurrentes anni propositi, assumpto septenario, si aliter subtractio fieri nequeat: & residuum, vel 7. si nihil superfit, iunge cum claue anni tui. Nam aggregatum erit Clauis æquata talis anni.

De festis mobilibus inueniendis.

IN primis statuendę sunt sedes clauium in Kalendario pro singulis festis. Clauis Septuagesimę 7. Ianuarii. Clauis ferię 4. Cinerum 24. Ianuarii. Clauis Paschę 11. Mar. Clauis Ascensionis 19. April. Claues Pentecostes 29. Aprilis. Clauis Corporis Christi 10. Maii. Cum quęris itaq; horum festorum quodlibet, numera in Kalendario, ab eius sede clauem æquatam. Nam desines in diem ipsius festi quęsiti. Verùm in anno bissextili Septuagesima, ac etiam feria quarta Cinerum, si intra Februarium ceciderit, celebranda erit postridie, quã numerando desieris. Quòd si vtaris claue simplice, hoc est, non æquata: post eum diẽ, in quẽ numerando desieris, expectandus est dies sequens dominicus ꝑ Septuagesima: pro Paschate, pro Pẽtecoste. Sed pro Quadragesima capiat prima 4. feria. Pro Ascẽsione demũ, aut pro corpore Christi, prima feria quinta. Sicuti facere consueuimus in ipsa festorum mobilium tabula: in qua sub aureo numero currentis anni quęrimus primam literam dominicalem, è cuius directo habemus Pascha, & cęteras obseruationes. Et in anno bissextili, è duabus literis posteriorem: procrastinãtes tunc Septuagesimam, ac Quadragesimam in Februario cadentem per vnum diem.

De institutione Paschatis.

SED hæc variatio festorum dependet à celebratione Paschæ. Nam Phase, id est, Transitum Domini, celebrari, & agnum immolari 14. die mensis primi, præcepit Dominus per Moysem Hebræis, Exodi 12. Leuitici 23. Numeri 9. & 18. Deuteronomii 16. Esdræ 6. Ezechias autem Rex eandem solennitatem obsoleta, magnis sumptibus restitutam instaurauit, vt patet Paralipomenon 30. Iosias Rex in eadem solennitate largitus est populo pecudum capita 30. millia, boum tria millia. Itaque Asiani olim 14. luna mẽsis primi, in feria qualibet, celebrabant Pascha, ita sibi traditum à Ioanne apostolo referentes. Latini verò post 14. lunam diem dominicum expectabãt, normam talem à Petro apostolo Marcum euangelistam, seque à Marco accepisse asserentes. Alii statum festum ponebant, donec Pius primus Papa statuit hoc festum dominico die post 14. lunam mensis primi celebrandum. Itaque Herme-

tem

tem heliopolis episcopum oraculo tunc admonitum, vt fieret, fuitque præceptum hoc in Nicena Synodo per Syluestrum & Constantinũ congregeta, confirmatum. Sed primi mensis exordium Anatholius Laodinensis episcopus anno salutis 280. Dionysius abbas anno Domini 500. Beda presbyter anno salutis 700. declarauerunt esse ipsum vernum æquinoctium. Igitur vbicunque ab octauo die Martii in kalendario reperitur anni propositi aureus numerus, ille est index lunæ paschalis. Et à tali die numerando 14. lunam semper desines, aut in 21. diẽ dicti mensis (vbi Dionysius prædictus statuit ęquinoctii locũ) aut post eum diem. Nota igitur diẽ 14. lunæ: nam proximè sequens dominica erit Pascha. Neque obstat, quòd tam æquinoctiorum, quàm lunationum sedes, vt dictum fuerat, retrocesserint. Cum quibus si paschę locus retraheretur. aut, si intercalatis diebus, anni vel mensium exordia transferentur; omnis fastorum, annorum & temporum supputatio confunderetur. Quare, iudicio meo, seruádum est semel traditum à maioribus præceptum: vt retrocessio prędicta per veteres kalendarii notas signata sit antiquitatis tantæ venerabile testimonium. Tum etiam, quia certum est, non posse Ecclesiam in hoc animaduertere ac speculari astronomicas minutias, suo tantum aureo numero, suaque dominicali nota contentam. Frustra igitur ac multo curiosius, quàm decebat, Paulus de Mildeburgo Forosepronensis episcopus ingenti volumine, Ioannes Regimontius, Ioannes Stoflerinus, Ioannes Lucidus, Petrus Pitatus: aliique quotidie super hac re disputant. Quippe qui magis vt ingenium ostentẽt, quàm vt necessitati satisfaciant, laborant. Cognito igitur die paschæ, retrocẽde per 46. dies, & inuenies feriam 4. Cinerum. A qua per 17. dies rursum retrogradiens venies ad dominicã 70me. Item à paschatæ numeratis 40. diebus celebratur Ascensio. Et inde diebus decem exactis, Pentecoste. Post quam 11. diebus interiectis, occurret Eucharistia. Aduentus Domini incipit in ea dominica, quæ à 27. Nouembris vsque ad diem tertium Decembris occurit. Quatuor autem tempora ieiuniorum occurunt in feria quarta, sexta & sabbato post festum S. Luciæ, post primã dominicam Quadragesimæ, post Pentecosten, post festum S. Crucis in mense Septembri. Cyclus Indictionis innouatur ad Septembrem. Adde autẽ annis salutis instãtibus ternarium, & aggregatũ partire per 15. Nam residuum post diuisionem indicat instantis anni Indictionem. Si nihil supersit, instat inductio 15. Nunc exponam tabellam cycli lunaris, Epactarum, Clauium, Æquationis, & literæ Martyrologij ex præhabitis quidem regulis contextam.

1558

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Aure' num.
0	11	22	3	14	25	6	17	28	9	20	1	12	23	4	15	26	7	18	Epacta.
26	15	34	23	12	31	20	39	28	17	36	25	14	33	22	11	30	19	38	Claues.
A	b	c	d	e	f	g	h	i	K	l	m	n	o	p	q	r	ſ	t	Litera ma'.
4	1	3	0	4	6	3	5	2	6	1	5	2	4	1	5	0	4	6	Æquatio.

1558 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15.

De cyclo Paſchali.

CYCLVS Paſchalis continet omnes diuerſitates in celebratione paſchatis prouenientes: quarum repititio fit in annis 532. qui numerus eſt minimus numeratus à cyclo ſolari & lunari, hoc eſt, à 28. & 19. à quibus dependet obſeruationis paſchalis regula. Fuit autem initium cycli paſchalis anno ſalutis 1273. finis autem erit anno ſalutis 1804. Nam in illo tam cyclus Solis, quàm Lunæ, fuit vnitas. In hoc autem vterque in anno ſui circuitus poſtremo, Solis ſcilicet 28. Lunæ 19. Vt igitur ſcias in hoc anno 1567. cyclum paſchalem inſtantem, ab iſtuc numero minue 1272. & ſupererunt 295. Et tantus eſt hoc anno cyclus Paſchæ: Per quem, ſi vis ſcire cyclum Solis, partire ipſum 295. per 28. & ſuperſunt 15. & tantus eſt nunc cyclus ſolaris. Vt autem ſcias cyclum lunæ, partire eundem 295. per 19. & relinquentur 10. & tantus eſt nunc cyclus lunaris. Quibus vti poteris, vt prius: hinc enim ſcies, literam dominicalē eſſe e. & paſcha incidere in 30. diem Martij.

De diſpoſitione temporum, & obſeruationum.

LIBAMEN in ceremoniis Hębraicis conſtabat ex ſimila oleo mixta, & vino, quæ cum hoſtia ſimul adolebantur. Iuge ſacrificium quotidie fiebat ſumptu publico. Nam mane & veſpere offerebatur agnus, pro quibus nunc Eccleſia offert matutinas & veſpertinas laudes. Solēnitates Hebræorum legales erāt ſeptem, ſcilicet Sabbatum, Neomenia, Phaſe, Pentecoſte, feſtum clangoris, feſtum propitiationis, & Scenophegia. Sabbatum, id eſt, requies, vel ſeptima dies: quia in ea Deus quieuit ab opere, quod in ſex præcedentibus diebus patrauerat. Immolabātur duo agni, & ceſſabat omne opus. Neomenia, id eſt, Nouiluniū, principium mēſium. Kalendæ legales. Immolabantur vituli duo, aries vnus, agni ſeptem, & hircus cum libaminibus. Phaſe, id eſt, tranſitus 14. die menſis primi, in memoriam tranſitus maris Rubri, quod feſtum dicitur Paſcha, id eſt, immolatio. ſequebantur 7. dies azymorum. In paſchate

per

per ſingulas domos comedebatur agnus paſchalis. Et in ſingulis diebus azymorum offerebantur hoſtiæ, quæ in Neomenia, quarum prima & vltima ſolennis erat. Pẽtecoſte, id eſt, quinquageſima, quia exactis à Phaſe ſeptem hebdomadis, celebrabatur in memoriam datæ legis, quę 50. die ab exitu Ægyptii data fuit Moyſi: quod feſtum protelabatur per 7. dies, cum iiſdem immolationibus, ſicut Phaſe. Feſtum tubarum fiebat prima die menſis ſeptimi, in qua buccinabant cornibus pecorinis: quoniam ea die liberatus fuerat Iſaac, ne immolaretur, & pro eo ſubſtitutus fuerat Aries. Immolabantur vitulus, aries & agni ſeptem, & hircus cum libaminibus. Feſtum propitiationis 10. die menſis prædicti: quia tunc rediẽs Moyſes ad populum, retulit Deum placatum ſuper offenſam vituli conflatilis, tunc ieiunabant, & ſanguine vitulę ruffæ expiabant tabernaculum, & immolabantur ea, quæ in feſto tubarum. Scenephegia, id eſt, tabernaculorum conſtructio 15. die dicti menſis per 7. dies habitabant in tabernaculis, in memoriam 40. annorum in deſerto peractorum: octauo die fiebat collatio in pauperes: cum iiſdem immolationibus, quibus in Phaſe, & Pentecoſte. Et ſabbatum quod in illis 7. diebus cadebat, ſabbatum magnum vocabatur.

De feſtis noui Teſtamenti.

NON dubium igitur, quin ab his legis veteris ceremoniis emanauerint feſta temporis gratię. Itaque nos Chriſtiani, pro ſabbato quietis veteris, Dominicam obſeruamus: quæ quietem æternæ vitæ repreſentat. Pro Neomenia, feſtum beatiſſimę Virginis, quę ſicut Luna Stellas, ſic virgines & cęlicolas dignitate præcellit. Pro Phaſe, Paſcha reſurrectionis, quæ poſt cruentum vitæ mortalis tranſitum, confert beatitudinem nunquam terminandam. Pro Pentecoſte legis, Chariſmatum Sancti Spiritus infuſionem, & ſeptiformis gratiæ munera. Pro feſto Clangoris & Iſaac liberati, Martyrum victoriam ac triumphũ, iactura corporis, animæ gloriam adeptorum. Pro feſto Propitiationis, Confeſſorũ memoriam, qui meritis & precibus veniam nobis procurant. Pro Scenophegia demum, templorum dedicationem, ne quid prætermittatur.

De diſtinctione temporum.

DISTINGVENDVS eſt & annus in partes, Aut enim agimus tempus peregrinationis, aut diſtinctionis ętatum, Aut aduentus expectati. Tempus peregrinationis poteſt eſſe duplex. Aut ſcilicet vitæ contemplatiuę: & hoc agimus in eo interuallo, quod Epiphaniæ & Septuageſimæ interiacet, in quo moralia leguntur. Aut vitæ actiuæ, quod repreſentamus à Pentecoſte ad Aduentum, quando ſcilicet hiſtoriæ Regum & Prophetarum recitantur. Tempus diſtinctionis ætatum agimus à

Septua-

Septuagesima ad Pascha. Nã in dñica Septuagesimę repręsentatur exordiũ Mundi & primæ ætatis ab Adamo. In dñica Sexagesimę, initium secundæ ætatis à Noe. In dominica Quinquagesimæ, initium tertiæ ætatis ab Abrahamo. In dominica Quadragesimæ initium quartæ ætatis à Moyse. In sexta dominica, initium quintæ ætatis à Dauide. In dominica de passione, initium sextæ ætatis à Christo Saluatore. Sic in paschate repræsentatur ætas septima, quæ pertinẽt ad glorificationem. Et in eius octaua vniuersalis Resurrectio, & vita æterna. Qui numerus ætatum repręsentatur etiam per numerum dierum septimanæ secundum singulorum proprietatem, & planetarum, à quibus denominantur, qualitatem. Tempus expectationis repræsentatur in Aduentu. Et potest intelligi quadruplex aduentus. Scilicet iudicii nouissimi. Saluatoris mundũ terrestrem visitantis, peccatorem reconciliãtis. Et ad gloriam vocantis. Quæ omnia & singula patent per lectiones & euangelia, quæ tunc in officio diuino per dominicas recitantur: & essent pluribus verbis, & multo latiùs explicanda.

De festorum conuenientia.

QVO autem ad festa particularia tangendæ sunt & quædam congruentię. In primis congruum fuit, vt Pascha festorum præcipuum celebraretur, quãdo duo luminaria præcipua sunt in situ suo dignissimo, scilicet Sol in pũcto æquinoctii verno: & Luna ex opposito in suo plenilunio. Pentecosten post septies repetitam septimanam: propter septiformem septem charismatum gratiam. Item Christum lucis & ueritatis authorem nasci decuit ad initium crescẽtis luminis, hoc est, in imo solstitio, & exordio solaris ascensus. Et perinde Pręcursorem eius, ad initiũ decrescentis lucis, hoc est in æstiuo solstitio, nascentem inferre Saluatoris aduentantis præconium. Quandoquidem hoc decremẽtum vmbrã ac figurã veteris testamenti terminabat. Illud vero lucis crementũ exordium luminis ac significatæ gratiæ denotabat. Quibus suppositis conuenientissimè sequitur, vt Virgo beatissima, ad æquinoctium vernũ concepto diuino Verbo, ad montana properaret, cognatã Helisabetam sub sexto mense grauidam visura, & trimestris visitationis officium exhibitura. Post hæc 40. dies à partu Purificationem postulabat. Nam eiusdẽ Virginis natalem & conceptum oraculo innotuisse, constat. Demum, quando poterat ad gloriam assumi conuenientius, quàm ad id tempus, quo Virginis signum recipit Solem e regia domo prodeũtem? Sed Apostolorum ac discipulorum memoriæ ita Kalẽdarium, quasi Stellæ cęlũ, adornant. Et successiuè Theologi cæteri ac pontifices. Matthias diem intercalarem sortitus est, sicut ipse apostolicũ numerum pro Iuda intercalatus suppleuit. Philippus, & Iacobus, Maii mensis initium adornarunt,

sunt à maioribus denominari. Stephano, propter martyrii primatum, locus post Saluatoris natalem datus: subsequente Ioannis quamuis dilecti memoria. Cætera per authores Fastorum ac Martyrologii, Hieronymum, Bedam, Vsuardum, Oponem, ac reliquos Chronologos literis mandata, & in notas signata fuerunt.

De die Resurrectionis.

NOTANDVM, quod secundùm Dionysium abbatē, eiusque Computum, Christus passus est 26. Martii; cum pridie pascha cum discipulus egisset. Nec mirum est, si plenilunium per biduum, aut per triduum præcesserat. Nam propter inæqualitatē lunaris motus, non adamussim respondebat 14. luna festo. Sicut curiositas multorum credit. Itaq; secundum verum & simplicem calculum, Christus passus est anno salutis currēte 34. instāte litera dominicali C. aureo numero 16. die 26. Martij. ita, vt 28. mensis eiusdē, qui fuit dies dominicus resurrexerit. Falluntur ergo Paulus de Mildeburgo, Io. Lucidus & cæteri, qui aliter sentiunt, & annos ad propositum suum ex industria coaptant & torquēt. Similiter Regula paschæ, qua vtimur, supponit vernum Aequinoctiū ad 21. diem Martii, in quem cadit Luna 14. index infimæ paschæ. Nunc verò sedem æquinoctiorum retrocessere per dies 12. sedes autem lunationum per dies quinque inclusiuè. Vtimur tamen sedibus antiquis per Dionysium Abbatem statutis. Et hæc regula seruanda est, vt retrocessio talis sit testimonium statuti & antiquitatis. Sed & illud est consideratione dignum, quòd in lege veteri Pascha celebrabatur 14. die mensis primi: nūc autem in tempore gratiæ cadit (vt calculus poscit) in 28. diem Martii. Sic numerus ille 14. duplicatus euasit perfectus. Namque vmbra in luce, figura in significato, & lex in gratia perficienda erat.

De retrocessione Æquinoctiorum.

DIFFERENTIA anni Solaris, & anni vsualis est causa retrocessionis Aequinoctiorum in Kalendario. Nam cum annus vsualis sit dierum 365 $\frac{1}{4}$. annus autem solaris habeat dies 365. horas 5. m̄. 49. 2̄. 16. iam eorum differētia fit m̄. 10. 2̄. 44. horæ. & tantum retrocedūt Aequinoctia quotānis. Quo fit, vt in 400. annis per tres aut paulominus dies retrocedāt. In quatuor vero millibus annorū per mensem fermè. In 24. millibus & quingentis annis per sex menses, aut per anni diuiduum. In 49. tandem annorum millibus ad pristinam sedem redeant. Hæc forsitalle ratio mouit Alfonsum, vt tantum temporis concederet vni reuolutioni Sphæræ nonæ, ita vt in eo spatio Firmamentum repeteret suum trepidationis circulū, toties epicyclorum per capita Arietis: & Libræ peragrato ambitu: præsertim cùm congrueret numerus is septenario

nario

nario planetarũ numero: saluata interim per istam suppositionem motus stellarum apparentia : quod in primis est necessarium. Vnde non temerè communis Astronomorum Academia sequitur Alfonsi positionem, cùm præsertim asseruetur motuum connexio. Nam sic Sol, qui Lunæ secundum eccentricum, duobus inferioribus secundùm longitudinem, tribus superioribus secundum epicyclum, motus normam impartitur idem cum fixis etiam constellationibus istanc seruat colligantiam, vt cum earum reuolutione redirent per ambitum anni ad sedem pristinam æquinoctia. Eiusq; semita Ecliptica secundùm illarum loca motum esset communis longitudinarium motuum mensura, & periodus, & latitudinum vtrinq; sumptarum exordium.

De Horis canonicis.

SEPTEM sunt horæ canonicæ, iuxta illud, Psalmi : Septies in die laudem dixi tibi. Matutinum, Prima, Tertia, Sexta, Nona, Vesperæ, Completorium. Quoniam autem horæ diei naturalis sunt 24. & laudes recitari solent tertia quaq; hora; sequitur, vt horæ canonicæ debeant esse octo : scilicet tres nocturnæ, totidem diurnæ: & duæ in crepusculis ortus & occasus. Nam laudes matutinæ, & vespertinæ sunt horæ laudatoriæ & extraordinariæ: hoc est, extra numerum octonariũ. Sic in totum conflantur horæ canonicæ decem. Ex tribus autem nocturnis prima recolit tempus legis naturæ : vbi recitantur veteres historiæ. Secunda commemorat tempus legis scripturæ : vbi legi solent Sermones monitorii. Tertia repręsentat tẽpus legis gratię : & tũc Euãgelium incidens cum Homelia pronunciatur. Dicendum & de tribus horis diurnis, scilicet Tertia, Sexta, Nona : quæ prædictis tribus nocturnis singulæ singulis opponuntur. Harum Tertia Spiritussancti aduentum, & Iudæos, Crucifige, clamantes. Sexta Crucis eleuationẽ, & Christi Ascensionem. Nona Saluatoris mortem, & eius ad inferos descensum reminisci videtur. Prima veræ lucis ortum repręsentans, sequentium actuum successum & incolumitatem præfatur. Completorium, Christi sepulturam recolens, noctis superuenientis tutamen & quietem postulat. Supersunt matutinæ laudes, in quibus Præcursoris Christum annunciantis, & Agnum Dei demonstrantis præconium, item expectatę lucis aduentus cum laudatoriis Psalmis, & cãtico prophetico celebratur. Dein vesperæ tam instantis diei, ac solennitatis terminum claudunt, quàm postriduani officii exordium (vt vetus scriptura pręcipit) excipiunt. Vbi Maria Deum salutarem, eiusq; potentiam ac misericordiã magnificat. Hęc nũc summatim. Plura leges apud Theologos, ex quorum dictis Ioã. Ekius optima ac necessaria quęq; carptim ĩ Enchyridiũ suũ cõtulit. Et nota, ꝙ horę canonicę distinguunt̃ ꝑ spacia horarũ tpaliũ, vt similis fiat diuisio lõgarũ & breuiũ tã dierũ, q̃ noctiũ.

IN

IN TRACTATVM INSTRVMENTORVM ad Lectorem Prologus.

SICVT multi sunt, ingeniose Lector, tam ueteres, quàm recentes, qui de Astronomicis instrumentis scribunt; ita mihi non fuit intentio (neq; enim poteram) omnia in hoc pauxillum compendium conferre. Tractabo hìc instrumenta præcipua: et singulorum theoriam, fabricam & usum in paucissima uerba coarctabo. Nam prolixitas inutilis est obtusis, & fastidiosa ingeniosis. Illis enim multa nil prosunt: his uerò pauca sufficiunt. Sunt autem præcipua & necessaria instrumenta, Quadratum, quod Geometris & Astronomis est commune. Quadrans ad captandas altitudines maximè commodum. Astrolabum, quod in plano Sphæram repræsentat, artificiosissimum. Armillare instrumentum, quo maximè in suis obseruationibus usus est Ptolemæus. His additur Sphæra solida, quæ cœlum totum cum circulis & astrorum locis repræsentat. De his itaque singulis quàm breuissimè potero, agam. Lectoris acumen supplebit ea, quæ ulterius desiderantur: quippe, his intellectis, facillimè sequuntur. Cætera instrumenta curiosioribus relinquo. Illud autem in hoc compendio minimè paruifaciendum censeo, quòd per descriptionem planam circulorum, chordarum, & sinuum, tradidi doctrinam calculi: ut scilicet quiuis per circulum & canonem ea se inuenire posse iactet, quæ alij per sinuum ductus ac diuisiones, non sine labore supputare solent. Itaque post Quadrati ac Quadrantis negocium, quasdam de sinuum descriptione regulas ingessimus: per quas, declinationem, ascensionem, ortus latitudinem, differentias ascensionalem, arcum diurnum ac nocturnum, horam instantem, locum astri, ac distantiã metiri possis. quod à nemine attentatum fuisse uideo.

DE QVADRATO GEOMETRICO.



OMNE instrumẽtũ fabricari debet ex tenacissima quapiã materia, vt ex lapide, vel metallo; vt tutum sit ab omni extrinseca iniuria. Tale ita fabricandum est Quadratum geometricum, vtq; docet Euclides, lineandũ. Eius duo latera ad angulũ contigua singula in partes æquales diuidenda. At in opposito angulo filum cum perpendiculo applicandum: Et in dextero reliquorum laterum, tabellæ cum foraminibus singulis opponendæ: vt inspecto apice vel extremo mensurandi spacii, perpendiculum liberè pendens indicet in vno diuisorum laterum partium siue punctorum numerum. Vt inde notescat vmbræ rectæ, seu versæ, siue altitudinis

tudinis cuiuſpiam, vel longitudinis ſpacium. Nec magno negocio opus eſt, ad intelligendum huiuſmodi inſtrumenti rationem, fabricam vſumq; : quandoquidem hæc non hominibus geometrię penitus ignaris, aut rubibus ſcribimus.

CVM igitur per foramina dextri lateris Quadrati inſpicitur cacu- 1
men altitudinis, vel terminus longitudinis plani: ſi filum perpendiculi cadat ſuper diametrum Quadrati, facit vmbram tam rectam quàm verſam æqualem ſuo gnomoni. Si autem filum abſcindit latus dextrum, terminat in eo puncta vmbræ rectę. Si verò filum ſecat latus ſiniſtrum (quod foraminato opponitur) abſcindit ex illo puncta vmbræ verſæ: illius enim vmbræ puncta indicat, quæ minor eſt ſuo gnomone. Itaq;, ſi ponatur gnomon, exempli cauſa 12. partium, vel, vt aiũt, punctorum; tunc quadratus numerus duodenarij, ſcilicet 144. per numerum punctorum vmbræ cognitę diuiſus, exhibet in quotiente numerum punctorum umbrę ignotę. Vnde ſi recta vmbra fuerit trium partium, tunc vmbra verſa habebit partes 48. Hìc enim vmbra quadrupla eſt ad gnomonem: ibi gnomon quadruplus ad vmbram. Id idem euenit in cęteris proportionibus.

VNDE manifeſtum eſt, quod gnomon ſemper eſt medius proportionalis inter vmbram rectam & verſam.

SI ſolaris altitudinis angulus ſit recti dimidium, hoc eſt graduum 2
45. Tunc tam recta vmbra, q̃ verſa eſt æqualis ſuo gnomoni. Si aũt altitudo maior ſit, quàm dimidium recti, vmbra recta minor eſt ſuo gnomone: verſa verò maior. Si demum altitudo minor extiterit dimidio recti, vmbra recta longior fit ſuo gnomone; ſed verſa breuior. Si altitudo nulla ſit, cum videlicet Sol ponitur in horizonte: vmbra recta infinita: at verſa nulla fit. Si altitudo ponatur maxima, ſcilicet 90. graduum, cum Sol in vertice loci ſiſtitur: tunc econtrario, vmbra recta nulla eſt: verſa verò infinita.

QVAM autem rationem habet vmbra recta ad ſuum gnomonem, 3
eandem habet longitudo plani ad altitudinem plano perpendicularẽ.

ITEM ſicut eſt gnomon ad vmbram ſuam verſam, ſic eſt longitudo 4
plani ad dictam altitudinem.

Vnde ſequitur, vt differentia duarum vmbrarum rectarum ad gnomonem ſit, ſicut differentia longitudinum ad altitudinem.

Quæ quidem proportiones ortum habent à ſimilitudine triangulorum, & proportione laterum correlatiuorum. Nam in obſeruatione altitudinis, filum perpendiculi abſcindit de Quadrato triangulum orthogonium ſimile illi triangulo, quod facit altitudo perpendicularis in planum cum ipſa plani longitudine & radio viſuali. Hinc ex regula quatuor proportionalium magnitudinum: cum ex tribus co-

gnitis quæritur quartum ignotum, sequuntur hæ regulæ.
5 Vt scilicet, posito gnomone (exempli causa) partium 12. si lõgitudo plani multiplicetur per 12. & productum diuidatur per numerum pũctorum vmbræ rectæ, tunc ex diuisione prodeat altitudo.
6 Item si longitudo multiplicetur per numerum punctorum vmbræ versæ: & productum secetur per 12. exeat similiter dicta altitudo.
7 Adhuc, si altitudo cognita multiplicetur per numerum punctorum vmbræ rectæ, & productum diuidatur per 12. exibit tunc longitudo, plani, cum quæritur.
8 Demum si altitudo multiplicetur per 12. & productum secetur per numerum punctorum vmbræ versæ: exhibit ex diuisione longitudo quæsita. Posito enim gnomone partiũ 12. si vmbra recta fiat partiũ 6. vmbra versa tunc erit partium 24. cum gnomon sit medius proportionalis inter vmbras: in quo casu, si longitudo plani ponatur (exempli causa) pedum 50. fiet altitudo pedum 100. Atq; ita regulæ respondent exemplo. Rursum, si ponatur vmbra recta partium 4. tunc fiet vmbra versa partium 36. & in eo casu altitudo erit tripla longitudinis. Et regulæ procedunt.
9 QVANDO autem mensuranda occurrit altitudo quępiam vel propter vallem, seu rupem, vel paludem mediam inaccessibilis: tunc talis altitudo, aut recedendo, aut accedendo ex duobus locis obseruetur: & notentur vtrobiq; rectę vmbræ partes, & earum differentia. Deinde locorum interuallum multiplicetur per 12. & productum diuidatur in dictam differentiam: exibit enim ex diuisione altitudo quęsita ad perpendiculum. Quæ regula sequitur ex corollario quartæ.
Notandum etiam, quòd cum obseruatur altitudo, terminatur ad oculum inspectoris: & longitudo plani ad pedem obseruantis.
10 QVANDO autem quærenda proponitur profunditas putei; tunc consideratur amplitudo, eius quasi longitudo plani, & profunditas, quasi altitudo calculatur.

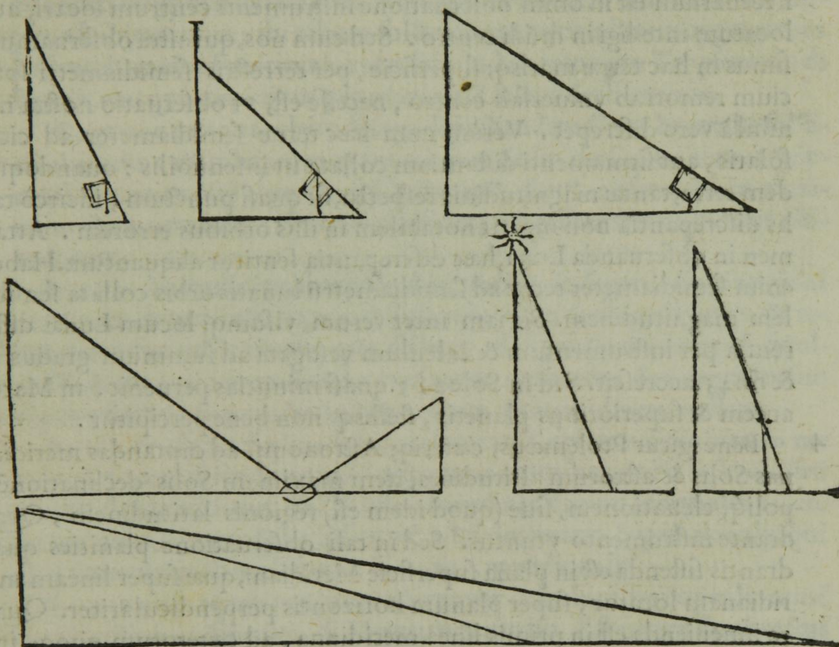
Aliæ mensurandi regulæ.

11 POSSVMVS & aliis viis dimetiri altitudines. Primò, scilicet per vmbram. Nam ea est proportio vmbræ ad altitudinem, cuius est vmbra, quæ proportio partium vmbræ rectæ ad suum gnomonem. Vnde si vmbra recta fuerit æqualis suo gnomoni: tunc altitudo rei est æqualis longitudini vmbræ. Si vmbra recta sit dimidium sui gnomonis; vmbra quoq; turris, aut arcis erit dimidium eius celsitudinis. Si triens, & hæc triens: Si quadrans, & hæc quadrans.
12 SECVNDO licebit & per virgam visoriam id ipsum obseruare. Nam distantiæ ab oculo ad virgam & ad turrim sunt proportionales

virgæ

virgæ longitudini & turris altitudini.

TERTIO id idem conſiderari & inſpici poterit per ſpeculum iacens, aut per aquam æqualiter libratam: quæ ſpeculi fungitur officio: & in qua videatur apex adſtantis ædificij, vel menſurandæ cuiuſpiam altitudinis. Nam diſtantiæ à loco viſi apicis in ſpeculo, hinc ad pedem inſpectoris, inde ad baſim ædificij receptæ ſunt proportionales celſitudinibus duobus oculis, ſcilicet inſpicientis & ædificii. Vnde, cum ex his tria nota ſint, noteſcet & quartum.



DE QVADRANTE.

QVAM ſimplex ac facile, tã neceſſarium ac commune inſtrumentum fuit Quadrans: quod inde nomen ſortitur, quòd ſit quarta circuli pars. In cuius dextra ſemidiametro bina (vt in Quadrato) foramina ſunt applicanda: per quæ dum tranſmittitur Solaris radius, aut Lunaris, ſiue aſtrum quodpiam inſpicitur: filum cum perpendiculo à centro inſtrumenti (quod eſt concurſus ſemidiametrorum) liberè dimiſſum indicat ipſius luminaris, aut aſtri celſitudinem: quantus ſtilum eſt arcus periferiæ in limbo inſtrumenti, in 90. gradus diſtincto, quæ filo, ac reliquæ diametro interiacet.

2 Sic, cognita Solis vel astri altitudine, siue diurna, siue nocturna sit obseruatio, notescet hora: & cum hora simul zodiaci stilus, ac planetarum loci. Ita nec Arolabo, nec Torquato, nec Armillari, aut alio quolibet difficili instrumento nobis opus erit.

3 Verùm hoc erit generaliter notandum: quòd, cum omne circulare instrumentum repręsentet circulum aliquem in concaua primi mobilis superficie descriptum ac mundo concentricum, & omnis periferia instrumenti referat dicti circuli sibi similem arcum: propterea necessarium est in omni obseruatione instrumenti centrum locari, aut locatum intelligi in mũdi centro. Sed cum nos, qui astra obseruamus, simus in hac terræ marisq; superficie, per terrestris semidiametri spacium remoti ab vniuersali centro, necesse est, vt obseruatio nostra nõ nihil à vero discrepet. Verùm cum hæc terræ semidiameter ad cicli solaris, aut firmamenti distantiam collata sit insensibilis: quandoquidem terra, tantæ magnitudinis respectu, sit quasi punctum; idcircò talis discrepantia non ingerit notabilem in illis orbibus errorem. Attamen in obseruanda Luna, hæc discrepantia sentitur aliquantum. Habet enim semidiameter terræ ad semidiametrũ lunaris orbis collata sensibilem magnitudinem. Sic iam inter verum visumq; locum Lunæ differentia per instrumentum & calculum vestigata ad summum gradus 1. & m̃. 43. accrescit. Sed in Sole ad 3. quasi minutias peruenit. in Marte autem & superioribus planetis, stellisq; non bene percipitur.

4 Bene igitur Ptolemæus, cæteriq; Astronomi, ad captandas meridianas Solis & astrorum altitudines, item maximam Solis declinationẽ, poliq́, eleuationem, siue (quod idem est) regionis latitudinem, Quadrante instrumento vtuntur. Sed in tali obseruatione planities quadrantis sistenda est in plana superficie Meridiani, quæ super lineam meridianam locatur, super planum horizontis perpendiculariter. Quare inuenienda est in primis linea meridiana, ad cæterorum quoq; instrumentorum locationem necessaria.

5 VT autem tradũt Proclus, Victruuius, Io. de Monteregio & alij, linea meridiana sic inueniri potest. In plana ac perfectè collibrata horizontis superficie Circulus describatur. Et ab eius centro stylus perpendiculariter excitetur erectus, ita breuis, vt eius vmbra interdiu Circuli semidiametro sit breuior. Mox in sereno die ad Solem obseruanda est styli vmbra, quæ ante meridiem, & rursus post meridiẽ in periferia Circuli in duobus punctis terminetur. Tunc arcus inter puncta huiusmodi diligenter signata receptus per æqualia diuidatur. atque per punctũ diuisionis & centrum Circuli linea recta ducatur. Hæc enim erit linea Meridiana loci. Nam vmbra styli semper & quotidie super eam lineam cadet in ipso instanti meridiei. et super eam locanda est plana superficies

ies Quadrantis in obſeruatione meridianarum altitudinum Solis, Lunæ, & aſtrorum. Sic etiam & Aſtrolabi. in tali obſeruatione. Item axis mundi tam in inſtrumento armillari, quàm in Sphæra ſolida locandus erit in ipſo meridiani plano, eleuatus ſcilicet ſecundum polarem locis altitudinem.

MAXIMAM Zodiaci ab æquatore declinationem inuenire. Capiantur duæ ſolſtitiales Solis in meridie altitudines, & earum differen- 6
tia: nam ipſa eſt tropicorum diſtantia: Et eius dimidium erit maxima Solis, ſeu eclypticæ declinatio. Verùm, ſi obſeruatio talis fiat intra tropicos habitantibus; ibi talium ſolſtitialium altitudinum aggregatum auferendum eſt à ſemicirculo: vt relictum habeatur pro Tropicorum diſtantia, eiusque dimidium pro maxima Zodiaci declinatione.

ÆQVINOCTIALIS altitudinem deprehendere. Cum hyemalis ſolſti- 7
tii altitudine meridiana iunge maximam Solis declinationem ex præmiſſa repertam. Vel ab æſtiui ſolſtitii merna altitne aufer eandem maximam declinationem: Nam ſic conficies, vel reſiduabis æquatoris altitudinem.

LOCI latitudinem, ſiue poli eleuationem indagare. Aequatoris al 8
titudinem ex præmiſſa cognitam ſubtrahe de circuli quadrante, & relinquetur loci tui latitudo: quæ ſcilicet eſt diſtantia tui zenit ab æquinoctiali, ſiue poli mundi ſuper horizonte celſitudo. Sed degentes ſub æquinoctiali habent polos in horizontem, & latitudinem nullam.

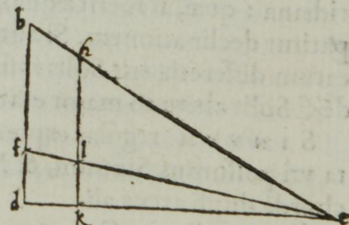
SOLIS vel aſtri declinationē perſcrutari. Capiatur eius altitudo me 9
ridiana: quæ, ſi fuerit æqualis æquatoris altitudini, nullā Sol vel aſtrū patitur declinationem. Si aūt tale altitudines fuerint inæquales: tunc earum differētia erit Solis ipſius vel aſtri, declinatio. Septētrionalis quidē, ſi Solis altitudo maior erat. Si minor, meridionalis.

SINVVM regulas exponere. Sicut per calculum, ita & per lineamē 10
ta vti poſſumus Sinuum, & Mordarum medio. Eſt autem ſinus rectus chorde dupli arcus alicuius dimidium. Cuius ſagitta dici ſolet ſinus verſus. Vnde ſinus maximus, ſiue ſinus totus, eſt ſinus ſemicirculi, hoc eſt ſemidiameter. Sinus ſecundus arcus cuiuſpiā eſt ſinus rectus ſui complemēti ad quadrantē. Exēpli gratia: in ſemicirculo. abc. cuius centrū d. ac ſemidiametri ad. dc. db. quadrātes ab. bc. ipſius arcus ebg. corda ſit recta efg. punctis bf. diuidētibus arcū & chordā per æqua

 lia.

lia. Sic enim recta ef. erit chorda ipsius arcus eb. Sinus autem versus ta lis arcus erit recta bf. Et sinus secundus fd. recta : quia sinus rectus arcus e a. quod est complementum arcus eb. Deinde, sicut sinus totus seu maximus bd. per rectas ipsius efg. & ipsius adc. diametri parallelos (quæ quadrantes aeb. bgc. in arcus æquos diuidunt) secatur in portiones inæquales; ita & singulæ ipsius bd æquidistantes, vtpote ipsam hk. & cætere ipsi paralleli per lineas à punctis singulis sectionum lineæ bd. ad punctum c. concurrentes, in totidem partes proportionales distinguuntur. Atque ita, sicut bd. semidiameter; ita & ipsi æquidistans hk. & singulæ ipsarum paralleli (tanquam sinus maximi) distinguuntur in suos sinus per dictas lineas ad c. punctum concurrentes. Vt scilicet, constituto quouis sinu max° cui debetur circuli quadrans, tunc & singulis eius partibus arcus debiti adscribãtur. Vt exempli causa, posito hk. sinu max°; sinui Kl. debitus arcus sit gc. sicut ipsi hk. respondet quadrãs bgc. Item tunc sinus versus arcus bg. erit recta hl. Quod, si ducatur recta gc. cui ad punctum m. occurrat lm. parallelus ipsius fg. ipsa lm. fiet sinus secundus arcus gc. dum sinus hK. ponitur maximus. Quoniam sic secundum quam proportionem breuiatur sinus maximus, secundum eandem breuiantur & sinus particulares.

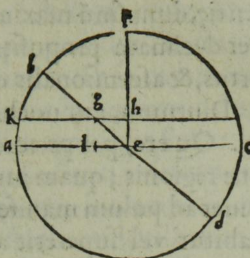
11 Propositis duabus lineis, ex quibus vna sit diuisa; reliquam ad eandem proportionem diuidere. Vtar trianglo bcd. quorumcunque sit angulorum. In quo, si datarum linearũ diuisa sit bc. & punctum diuisionis h. reliqua iam cd. secabitur in puncto. k. ad eãdem proportioné, propter æqui distantiam linearum bd. hK. Vel si datæ lineæ intelligãtur bd. hk. vt scilicet bd. diuisa detur in puncto f. tunc & hk. similiter secabitur in puncto l. propter dictam ęquidistantiam, & triangulorum similitudinem. Sic facile absoluitur problema.



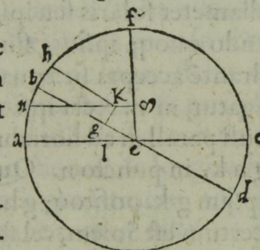
12 Loco Solis, siue cuiuis eclypticæ dato, declinationem & ascensioné rectam adscribere. Esto colurus solstitialis abcd. cuius cum æquatore communis sectio sit recta aec. Cum eclyptica verò, recta linea bed. posita scilicet. ab. maxima eclypticæ declinatione. Sitq; recta eg. sinus rectus arcus eclypticę inter æquinoctiale punctum, & punctum propositum: Tũc per g. punctum ducatur ipsi aec. parallelus kgh. quæ iam erit communis sectio paralleli solaris, seu puncti propositi cum dicto coluro: & perinde arcus ak. erit puncti propositi declinatio. Mox ducta fhe. perpẽdiculari ad ipsam aec. quæ perpendicularis est iam axis æquatoris: sicut est kg. linea ad ipsam g h. sic sit per præcedentem al. linea ad ipsam l e.

Tunc

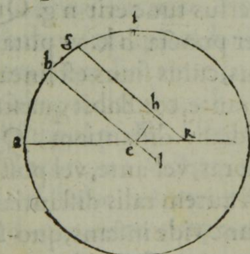
Tunc enim poſito ae.ſinu maximo:arcus ipſi lc. ſinui debitus, erit aſcēſio recta Solis vel dati pūcti,à dicto puncto ęquinoctij computanda.Item, poſito hk. ſinu maximo,arcus ſinui gh. ſinui recto reſpondens erit eandem recta aſcenſio. Hoc pacto ex doctrina ſinuū per ante præmiſſam tradita, tam Solis declinatio, quàm recta aſcenſio noteſcet.



Stellae, cuius lōgitudo ac latitudo notæ proponuntur, declinationem ac rectam etiam aſcenſionem determinare.In eodem Coluri plano,abcd.intelligatur ſimiliter,æquatoris quidem diameter aec.Eclytici vero diameter bed.& ponatur eg.linea ſinus rectus arcus eclypticæ inter punctum æquinoctii proximum,& locum ſtellæ. Itē arcus bh.latitudo ſtellæ:& linea h k. ipſi b e d. parallelus,cui gk. pependiculariter occurat:ſinus ſcilicet rectus dictæ latitudinis bh. mox per punctum k.ipſi aec.parallelus eat mkn. quæ iam erit communis iunctio paralleli ſtellæ propoſitę cum dicto Coluro. Et idcirco arcus.an.erit quæſita ſtellæ declinatio. Quod,ſi punctum k.caderet ſuper æquatoris diametrū aec.tunc ſtella in æquatore eſſet abſq; declicatione. Itē,poſito axe æquatoris fine.ſicut eſt,linea mk, ad ipſam km.ſic ſit linea.a l.ad ipſam,l e.eritque le.ſinus rectus aſcēſioni rectæ aſtri debitus, dum ſcilicet ſinus maximus eſt ae.linea. Vel km.fiet ſinus prędictæ aſcenſionis : ſi ſupponitur ſinus maximus mn.linea. Itaque ex notis ſinibus,iam per doctrinam decimæ propoſitionis, tam declinatio, quàm recta ſtellæ aſcenſio notæ uenient. 14



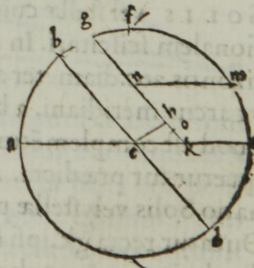
15 Solis vel ſtellæ cuiuſpiam ortus latitudinem,ac differentiam aſcenſionalem ſciſcitari. In meridiani plano abcd intelligatur diameter horizontis aec.diameter autem æquatoris bed.Ita; vt arcus meridiani. a b. ſit altitudo æquatoris: quod eſt complemētum latitudinis loci,ad quē quæruntur prædicta. Arcus autem bg.ſit declinatio Solis vel ſtellæ per præmiſſas comperta. Ducatur recta gk.ipſi bed.parallelus.cui perpēdicularis occurrat eh.portio ſcilicet axis æquatoris.Deinde ſicut linea gh.ad ipſam hk.ſic ſit linea be. ad ipſam el. Et habes lineam ek. ſinum rectum latitudinis ortiuæ. Et rectam el.ſinum differētiæ aſcenſionalis; poſito ſinu maximo be. Item ſi lubet,lineam hk.ſinum eiuſdem differentiæ,



rentię, dum sinũ maximum facis g h. Quam ob rem, ex regula sinuum per decimam propositionem tradita, notescent arcus, s. latitudinis ortus, & ascensionalis differentiæ ad datam loci latitudinem quæsitæ.

15 Diurnum, aut nocturnum Solis vel Stellæ alterius arcum addiscere. Quære, per præcedentem, eius differentiam ascensionalem propositæ regionis; quam iunge cum quadrante circuli: si Sol, vel Stella declinet ad polum manifestũ: subtrahe verò, si ad occultum. Sic enim cõflabitur vel supererit arcus semidiurnus astri. Qui de semicirculo ablatus relinquet arcum seminocturnum. Quorum dupli sunt diurnus ac nocturnus integri. Porrò cum Sol, vel Stella declinatione caret: tunc, quoniam in Aequinoctionali sistitur, caret differentia ascensionali: & ideo arcum tam semidiurnum, quàm seminocturnum habet quadrantem, & diurnum totalem, siue nocturnum semicirculum. Et in horizõte recto semper.

16 Per datam Solis, vel Stellæ altitudinem in quouis loco, eius à meridiano distantiam determinare. Intelligatur, sicut in antepręmissa meridianus a b c d. in quo sit a e c. diameter horizontis: & b e d. diameter æquinoctionalis. Punctum autem f. sit polus horizontis, seu vertex loci propositi. Arcus autem b g. declinatio Solis, vel Stellæ. & g h k. diameter solaris seu ipsius Stellæ paralleli, æquatori æquidistans. Altitudo quoq; ipsius, siue antemeridiana, siue postmeridiana, per Quadranté accepta sit æqualis arcui meridiani m c. Hinc per punctum m. agatur m n. recta ipsi a e c. æquidistans: quippe quæ diameter erit circuli paralleli ad horizontem per locum Stellæ descripti, occurrens ipsi g h k. in puncto n. Quibus peractis, ductaq; e h. perpendiculariter ad ipsam g k. positoq; g h. sinu toto: si recta m n. cadat in punctum h. certum est Solem, vel stellam semoueri à meridiano per quadranté sui paralleli: si autem m n. cadat inter puncta g h. tunc arcus, cuius sinus est h n. linea, subtractus à quadrante relinquet stellæ à meridiano distantiam. Cuius scilicet siversus tunc erit n g. Quod si m n. ceciderit inter puncta h k. vt puta in punctum o. tunc arcus, cuius sinus est linea h o. coniunctus cũ quadrante, conflabit quæsitam Solis vel stellæ à meridiano distantiam. Quæ si fuerit Solis, habes horas, vel ante, vel post meridiem numerandas. Si autem talis distantia fuerit stellæ cuiuspiam: tunc vide instans, quo stella tangit meridianum: & ab horis ipsius instantis aufer, vel appone talem distantiam ad tempus conuersam. capiens scilicet pro quadrante sex horas: pro quindenis gradibus singulas, pro singulis autem gradibus quattuor horæ minutias. Atq; hoc



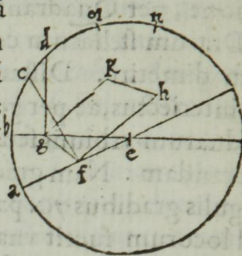
quidem

quidem pacto interdiu per Solem, noctuq; per stellam potes horas ante vel post meridiem supputatas ad instans propositum, in quauis regione, per Quadrantem, absq; alterius instrumenti vsu comperire.

Drarum stellarum cognitos in longitudine locos habentium distan- 17
tiam dimetiri. Distantia talis est arcus circuli magni inter stellas ipsas interiectus, ac per gradus computatus. Quæ doctrina inseruiet etiã ad duarum vrbium seu locorum in terra positorum intercapedinem captandam. Nam gradus conuerti possunt ad stadia, vel milliaria: si singulis gradibus 70. passuum millia vendicaueris. Si ergo stellarum, vel locorum fuerit vna longitudo, & latitudines eiusdem nominis: tunc latitudinum differentia erit earum distantia. Si latitudines diuersorum nominum: earum congeries conflabit remotionem. Si autem longitudines differant per semicirculum, & latitudines sint eiusdem nominis: tunc latitudinum congeries subtracta semicirculo relinquet distantiam. Si latitudines fuerint diuersorum nominum, earum differentia dempta de semicirculo residuabit distantiam. Quòd si tũc latitudines sint diuersorum nominum & æquales: in eo casu astra, vel vrbes erunt oppositæ per diametrum: qualis est in terra situs Antipodum. Hìc & illud attende, quòd si fortè stellarum altera iaceat in eclyptica, & longitudinum differentia sit quadrans circuli (tunc quantacunq; & quorsumcunq; sit latitudo reliquæ stellæ) iam in eo casu earũ distantia semper habet circuli quadrantem. Nam tunc locus stellæ in eclyptica iacentis est polus circuli latitudinis reliquæ stellæ: & perinde per quartam circuli ab eo vndiq; remouetur. Id idẽ dic de locis duobus vel ciuitatibus, si earum vna sit sub æquinoctionali, & longitudinum differentia sit quadrans, quantacunq; sit reliquæ latitudo. Quòd si astrorum vel locorum situs aliter se habeat: tunc eorum distantia in globo astronomico seu geographico, poterit captari officio circini: sicuti fieri solet in charta nauigatoria per scalam milliarium. Quòd si globo astronomico, seu Pappi mundo sphærico careas, cũ descriptione astrorum aut vrbium, oportebit te vti calculo sinuũ: sicut in astronomicis quæstionibus affatim tradidimus, ad habendam ipsam stellarum seu locorum distantiam. Sed nos hìc geometrico lineamento in planitie vna, talem distantiã eliciemus, sic: Describatur circulus a b c d. super centro e. tanti spacii, vt in gradus bene distingui possit. Sitq; arcus a b. differentia longitudinum stellarum vel locorum: ductisq; diametris a e. b e. Ponatur arcus a c. latitudo loci vel stellæ a. arcus verò b d. latitudo loci vel stellæ b. Mox à punctis c d. ducantur perpendiculares c f. quidem ad a e. & d g. ad ipsam b e. Quæ perpendiculares sunt ipsarum latitudinum sinus recti, inde ducatur g f. super quam erigãtur perpendiculares f h. & g k. singulæ suis conterminis f c. g d.

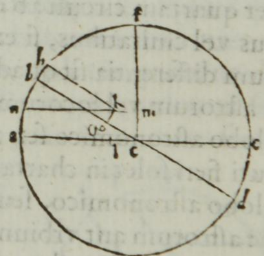
æquales.

æquales. Demum ducatur recta h k. quæ tanquam chorda respōdeat arcui m n. Hic enim arcus erit distantia quæsita stellarum seu locorū. Cuius operationis ratio facilis est intellectu. Nā puncta k h. representant stellarum siue vrbium locos in ipsa globi seu Sphæræ superficie, in quā caderent si ppēdiculares g k. f h. perpendiculares in planum circuli a b c. sisterentur. Quod quidē lineamentum supponit latitudines locorum seu stellarum sumptas versus eundem polum. Nam cum sunt diuersarum partium; perpendiculares quoq; g k. f h. in diuersum erunt deducendæ.



Debētur autem vni gradui terrestris ambitus (vt superius dixeramus) millia passuum 70. ita vt passus habeat pedes quinq;. Sic totus ambitus habebit millia passuum 25200. Diameter autem millia passuū 8018 $\frac{2}{11}$. secundùm Eratosthenem. Quod si facias passum pedum quatuor, tunc totus ambitus habebit milliaria 31500. siue stadia 252000

18 Stellæ locum per Quadrantem inuestigare. Stellæ declinationem per nonam, & horam, in qua cœlum mediat, per 16. Item punctum zodiaci cœlum hinc medians, & per 11. ascensionem rectam talis puncti disce: quæ est ascensio recta talis stellæ. Itaq; ex ascensione recta, & declinatione stellæ potest elici longitudo & latitudo ipsius in ecliptica: sicut per 13. ex longitudine & latitudine eliciabatur declinatio & ascensio. Hoc autem fiet, mutatis officiis & nominibus circulorum vt scilicet in ipsa descriptione 13. b e d. intelligatur Aequator. linea e g. sinus ascensionis. arcus b h. declinatio. a e c. zodiacus. Eritq; arcus a n. latitudo stellæ. & linea l e. sinus longitudinis stellæ. hoc est arcus eclipticæ inter æquinoctium proximum & locum Stellæ. dum sinus maximus supponitur a e. Vnde ex noto sinu, per 10. notescet ipsa longitudo. Ita neq; Astrolabo plano, neq; armillari, ad captanda loca stellarum indigebimus. Simulq; constat Quadrantis vsum posse ad multas vtilitates adcommodari. Sed cum multa tradantur à variis authoribus de Quadrante, quæ passim nota sunt studiosis: nos ab aliis omissa tractamus: cætera summatim percurrentes.



19 Longitudines autem locorum, quæ ab aliquo Occidentis termino: quem Ptolemæus meridianum insularum fortunatarum posuit, vestigari possunt per vnam lunarem eclipsim diuersis in locis obseruatam. tanta enim erit intercapedo meridianorum, quanta temporum in ipsis meridianis obseruatorum differentia. Vnde in quot vrbibus siue locis

fiet

fiet vnius eclipsis lunaris obseruatio, totidem locorum longitudo notescet. Quod etiam per interualla itinerum & distantias locorum deprehendi via geometrica poterit. Sed idem perpendi potest à nauigantibus ortum, vel occasum versus per horologium rotarum, vel per clepsydras, siue ampullas harenarias. Nam tempus inter nauigandum elapsum per tales machinas cognitum docet, quantum, nauigando, sit de longitudine æquinoctialis, aut eius paralleli peractum. Exempli gratia: si quis à Gadibus, instante meridie, & horologio motum exordiente, versus Orientem nauiget, donec rursus videat Solem ad meridiem loci, ad quem appulerit, reuersum: certus erit, Solem vnam reuolutionem primi mobilis peregisse, & vlterius arcum meridianis Gadium & loci, ad quem appulerit, interiectum. Qui quidem arcus indicabitur per tempus, quod vltra 24. horas horologium, vel clepsydra transegerit: vt puta, si tale tempus fuerit trium horarum: non dubium erit, locum in quem nauis appulerit, à meridiano Gadium elongari per spaciũ triũ horarum, hoc est per arcum æquinoctialem 45. graduum talibus meridianis interiectum. Vnde, si Gadium longitudo ponatur graduũ $5\frac{1}{6}$. iam loci, ad quem nauis appulerit, longitudo fiet graduum $50\frac{1}{6}$. Quod si Sol nondum accessisse ad meridinnum dicti loci comperiatur: tunc spacium, per quod distat à meridiano, adiiciendum erit 45. gradibus: subtrahendum verò, si Sol præteriisse meridiem coniiciatur. Quod spacium, obseruato per instrumentum Sole, sicut & instans meridiei deprehendetur. Sed inditium Eclipsis lunaris certius est, ac melius. quod per plures obseruatores plurium locorũ longitudines indicabit.

Terrestris orbis ambitum dimetiri. Comperienda est per 17. duorum locorum vel ciuitatem sub eodem meridiano iacentium distantia. 20
Illi autem loci habent eundem meridianum, qui eandem longitudinem sortiuntur, vel quorum longitudines semicirculo differunt. Sed dum Geometra incedit per meridianam lineam in superficie terræ, per quintæ doctrinam delineatam, semper locos eiusdem meridiani peragrat. Itaque huiusmodi locorum distantia per gradus numerata, & per stadia, vel passus mensurata questioni satisfaciet: diuisio enim numero stadiorum, vel passuum per numerum graduum, prodibit ex diuisione numerus stadiorum, vel passuum vni gradui debitus, qui per numerum graduum totius ambitus, hoc est per 360. multiplicatus producet numerum stadiorum, vel passuum totius terrestris circuitus. Quod quidẽ exemplo quopiam apertius constabit. Rhodus & Alexandria sub eodẽ fermè sunt meridiano: distantia talium vrbiũ habet gradus $7\frac{1}{7}$. Quoniam Canobus stella insignis (quæ in temone Argus) apud Rhodum obseruata incipit apparere horizontem radere, cum in locis Septentrionalioribus nusquam videatur. Alexandriæ verò eleuatur supra horizontem

rizontem

rizontem in meridiano per gradus $7\frac{1}{2}$. Tanta eſt igitur earum vrbium in gradibus diſtantia: menſurata verò ſtadiis, habet ſtadiorum quinque millia: vt ait Poſidonius. Sed cum talis diſtantia $7\frac{1}{2}$. graduum, ſit pars quadrageſima octaua totius circuli; iam 5000. ſtadia quadragies octies multiplicata, exhibebũt totũ ambitũ per ſtadia, ſcilicet ſtadia 240000. Cum verò ſtadia 8. milliariũ conſtent; diuiſa in 8. præſtabũt milliaria 30000. poſito, ſcilicet paſſu quatuor pedum. Cui ſi dentur quinq; pedes, tũc fient milliaria 24000. Hæc Poſidonii obſeruatio indicat, Rhodi latitudinem eſſe graduum $38\frac{1}{2}$. cum Alexandriæ latitudo per Ptolemæum ſuum ciuem proculdubio habeat gradus 31. quarum differẽtia ſit graduum $7\frac{1}{2}$. Et eſt error notandus in Ptolemaicis numeris circa latitudinem Rhodi, quæ ponitur graduum 36. Hoc idem confirmatur per certiſſimam hydrographorum deſcriptionem. Quoniam à freto Siculo directè verſus Orientem nauigantes relinquunt Gnidum, & Ielyſſum vrbem Rhodi: (vbi incipit apparere Canobus) verſus Septentrionem. Porrò fretum Siculum, cui adiacet Meſſana, habet in numeris Ptolemæi latitudinem graduum $38\frac{1}{6}$. ſicut & nos obſeruauimus: maiorem ergo neceſſe eſt Gnidi & Ielyſſi latitudinem. Adducam nunc aliud exemplum, per diſtantiam duarum ciuitatum Alexandriæ & Syenes: cuius latitudo habet gradus 23. m̃. $51\frac{1}{3}$. quanta eſt maxima Solis declinatio ſecundùm Ptolemæum. Cum autem latitudo Alexandriæ (vt dictum eſt) ſit graduum 31. ſintq; vrbes ſub eodem meridiano: iã earum diſtantia fiet graduum 7. m̃. $8\frac{2}{3}$, hoc eſt, graduum ferè $7\frac{1}{7}$. in ſtadiis autem menſurata, ſit quinq; millium ſtadiorum: quæ diuiſa in $7\frac{1}{7}$. exhibẽt 700. & tot ſtadia debentur vni gradui. Vnde totus ambitus comprehendet ſtadia 252000. Quibus per 8. diuiſis, exeunt milliaria 31500. dum paſſus ſupponitur pedum quatuor. Si verò paſſus habeat pedes quinq;, fiẽt milliaria 25200. Atq; ita gradus poſcet milliaria 70. Hæc eſt obſeruatio Eratoſthenis.

Globi terreſtris diametrum ſciſcitari. Terræ ambitum ex præceden
21 ti cognitum multiplica per 7. & productum partire in 22. exibit enim inde diameter. Exempli gratia: Terræ circuitus habet ſecundùm Eratoſthenem milliaria 25200. Hunc numerum multiplica in 7. & produco 176400. Quod productum partior per 22. & prodeunt ex diuiſione $8018\frac{2}{11}$ & tot milliaria complectitur diameter globi terreſtris. Semidiameter autem milliaria $4009\frac{2}{11}$. Ptolemæus autem ponit ambitũ terræ milliariũ 22500. Alfraganus verò & Tebit. 20400. Hipparchus 34625. Neq; alia eſt diſcrepantiæ cauſa, quàm diuerſitas menſuræ, qua vtuntur. Nam qui ponit plura milliaria, vtitur minore paſſu. quemadmodum latius in dialogis Coſmographiæ tradidimus.

22 Quod ſi ſemidiameter ducatur in dimidium ambitus, producetur

plana

plana superficies circuli maximi terrestris. Quæ si quadruplicetur, vel si diameter in totum ambitum ducatur: producetur sphęrica superficies globi. Quæ demum in trientem semidiametri multiplicata, producet globi soliditatem siue corpulētiam. Item notandum quòd circulus ad Quadratum suæ diametri se habet, sicut 11. ad 14. Sphæræ verò soliditas ad cubum sphęricæ diametri, sicut 11. ad 21. Verū hæc & alia huiusmodi pertinent ad geometriam.

Hinc magnitudo molis terrestris coniici poterit: & simul certissimè 23
concludi multo maiorem esse terræ, quàm aquę corpulentiam; & proculdubio decipi aliter sentientes. Verùm de magnitudinibus terræ, luminarium, astrorum & distantiis scripsere Aristarchus, Ptolemæus, Alfraganus, Tebitius, & alii recentiores. Quorum sententias nos in summam collegimus, & in calce Cosmographiæ dialogorum exarauimus.

Cognitis autem duorum locorum longitudinibus ac latitudinibus, 24
& quantum ab his singulis distat tertius locus; poterit ex distantiis pēpendi longitudo ac latitudo tertii loci. Idq; per scientiam triangulorū sphæralium. Vel si distantiarum arcus parui sunt, vti possumus geometria linearum rectarum: sicut in calculo Eclypsium, pro minutis casus, per latitudines ac visuales diametros, supputandis, propter paruitatem arcuum facere consueuimus. Id idem intellige, si per loca duarum stellarum cognita, & earum distantias ad tertiā, volueris & ipsius tertiæ locum in longitudine & latitudine indagare. Vnde Corollarium *Corol.*
illud infertur Ioannis Regimontii magnum. Si duarum stellarum tantum, aut ciuitatum constet longitudo ac latitudo, omnium verò distantiæ inter se notæ sint; notescent etiam singularum longitudines ac latitudines, stellarū scilicet respectu zodiaci: ciuitatū verò, respectu Aequinoctialis. Sed hæc satis, quo ad locupletandam practicam Quadrātis. Nam scientia triangulorum planorum, quo ad speculationem, in elementis Sphæralium in Sphæricis. Quo ad praxim & calculum, in quęstionibus Arithmeticis & geometricis, ac simul Astronomicis copiosè traditur. Nunc libanda est instrumentorum reliquorum maximè communium materia.

DE ASTROLABI THEORIA ET FABRICA.

De astrolabo multi tum veteres, tum recentiores scripsere. Messealla fabricam instrumenti huius, vsumq; satis tradidit, parcius autem speculationem. Hanc dum Ptolemæus explicat in Planisphærio, lectorem laborioso calculo fastigat potius, quàm docet. Nicephorus & Proclus apud Græcos adeò sunt obscuri & mutili, vt vel ipsi nō intellexisse speculationem, vèl intellectam exprimere nescisse iudicętur.

Solus

Solus Iordanus videtur attigiſſe theoriam: quæ tota ferè ex Apollonii Conicis propagatur. De Stoflerino nihil audeo dicere: nemo enim negare poteſt tam fabricam, quàm vſum ab eo luculenter traditum. Miror tamen Ptolemęum, ſicut Theodoſii ac Menelai, ita & Apollonii ſtudioſum, in tali negocio (quod in Speculi Vſtorii libello fecit) Conicorum doctrina non vſum: præſertim, cum ex geminis eius concluſionibus tota ſpeculatio Aſtrolabi dependeat. Id nos paucis, ad ingenioſorum ſatisfactionem, in hoc Enchyridio exequi conabimur. Ita vt ex hoc fabrica & vſus facilius lectoribus innoteſcat.

SI polus Sphæræ Septentrionalis tangat planum: tunc, quoniam axis Sphæræ perpendicularis eſt plano, locus omnis ſtellæ, vel puncti in ſphærica ſuperficie conſtituti proiicitur in planum per lineam à reliquo polo per ſtellæ centrum punctumue propoſitum ductam.

Vnde manifeſtum eſt, quòd polus Septentrionalis in plano eſt ipſum punctum contactus. Cætera verò puncta & loca ſtellarum ſphæricæ ſuperficiei, in planum alicubi (hoc eſt in aliquo puncto, proiecta terminantur: excepto duntaxat meridionali polo, qui nuſquam in plano apparet.

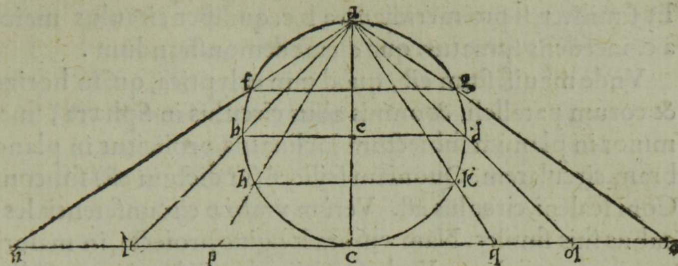
Quod, ſi lumen à meridionali polo radiare intelligatur: tunc vmbrę circulorum per dictum polum in ſphærica ſuperficie deſcriptorum in planum proiiciuntur per lineas rectas. Nam plana ſuperficies in cultrum ſpectata, per quam ſcilicet iacentes feruntur viſuales radii, tanquam recta linea viſui apparet.

Vnde manifeſtum eſt, quòd Meridianus, Coluri, & omnes declinationum circuli (qui ſub polo degentibus ſunt altitudinum circuli) & omnis horizon rectus, reprę ſentatur in plano per lineas rectas ſe inuicem in puncto contactus interſecantes. Item omnis circulus minor, per polum meridionalem (ſicut prædicti) in ſuperficie Sphæræ deductus, in rectam quoq; proiicitur lineam in plano, ſed extra polum contactus ductam.

Circulorum autem in eadem ſphærica ſuperficie deſcriptorum, & plano tangenti æquidiſtantium vmbræ in ipſum planum proiiciuntur in circulos concentricos, & commune centrum in puncto cõtactus habentes. Verùm circulus polo meridionali propinquior in maiorem periferiam proiicitur, & vmbræ circunferentiarum ſunt ipſis circũferentiis ſimiles. Nam ſi recta à polo dicto indefinita per circunferentiam alicuius ex dictis circulis in Sphæra, ſemel circunducatur, Conũ nectum rectum deſcribet. Et perinde planum ipſi circulo (qui baſis conicus eſt) æquidiſtans circulum in cono, quem ſecat, facit: ſicut in conicis oſtenſum eſt.

Vnde manifeſtum eſt, quòd Æquinoctialis, horizon pro vertice polum

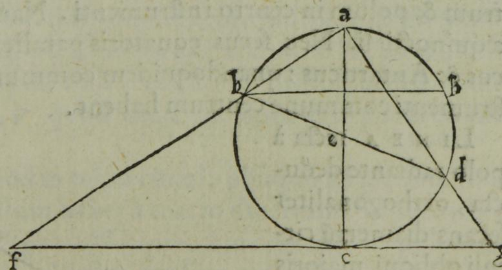
lum habens, duo Tropici, circulus arcticus, antarcticus, & omnes eorum paralleli siue per Solem, siue per Stellas, aut quæcunq; puncta in Sphæræ superficie descripti, & Climatum, prædicto modo in planum tāgēs proiecti, vmbras faciunt circulares, hoc est circulos concētricos, & commune centrū in



polo contactus (quod est Astrolabi centrum) habentes. Verùm hanc circulorum proiectionem Astronomi terminant in Tropico Capricorni, pro vsu instrumenti: ne descriptio moderatum excedat terminum.

Vt si Sphæra intelligatur a b c d. in qua polus meridionalis sit punctum a. Centrum Sphæræ e. Axis Sphęræ a e c. Polus borealis & pūctum contactus in plano sit c. Diameter æquinoctionalis b e d. cuius vmbra plano erit l c m. Hyemalis Tropici diameter f g. Et eius vmbra n o. quæ terminat limbum instrumenti. Diameter æstiui Tropici h k. Cuius vmbra p q. recta. Quæ diametri, sicut & omnium parallelorum sunt inter se æquidistantes. Quòd antem vmbræ in plano similes sint suis periferiis patet per collationem & æqualitatem triangulorum sub lineis radialibus & chordis arcus subtendentibus contentorum.

Obliquorum quoque circulorū in Sphęra existentium vmbræ in planum subiectum circulares proiiciuntur. Intelligat in meridiani a b c. planitie circulus siue maior, siue minor in planū subiectum obliquus: cu-



ius diameter b d. & plana superficies in rectum insistens ipsi meridiano. Dico, ꝙ talis circuli vmbra in planū tangens proiecta circulus est. Producantur enim radiales lineę à polo meridionali a. vsq; ad planū tangens. rectę a b f. a d g. Et agatur ipsi f g. parallelus b h. Eritq; angulus f. æqualis angulo a b h. & perinde angulo a d b. (quia super æquos arcus a b. a h. sunt) & ideo simile est triangulum a f g. triangulo

a d b.

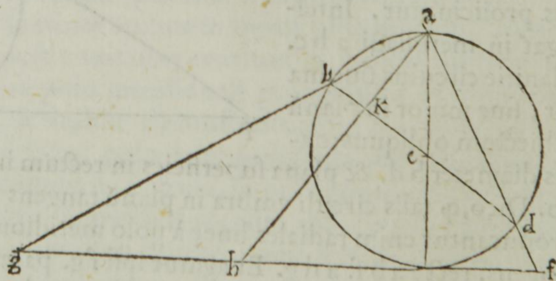
a d b. Quam ob rem, in cono, cuius vertex punctum a. basis autem circulus b d. planum subiectum subcontrariam facit sectionem ipsi basi. Et perinde sectio in plano facta (quæ vmbra est basis circularis b d.) circulus est, cuius est: cuius diameter f g. sicut in Conicis ostensum est. Et similiter, si pro meridiano a b c. quilibet circulus maior per polos a c. incedens sumatur. quod erat demonstrandum.

Vnde manifestum est, quòd tam eclyptica, quàm horizon obliquus & eorum paralleli, & omnis alius circulus in Sphæra, siue maior, siue minor in planum subiectum inclinatus, proiicitur in plano ipso in vmbram circularem. Quoniam scilicet (vt dictum est) subcontrària sectio Coni scaleni, circulus est. Verùm vmbræ circunferentiales non sunt arcubus suis similes. Nam vmbra longius proiecta, in maiorem circunferentiam proiicitur. Vnde semicirculus Eclypticæ meridionalis proiicit vmbram in plano semicirculo maiorem: borealis verò minorem. & circunferẽtia vmbræ Capricornum repręsentans maior est, quàm duodecima pars circuli. Cancrũ verò repręsentans vmbra, est minor, quàm duodecima pars. Signa verò à Solstitio ęqualiter remota proiiciunt arcuales vmbras æquales. Quæ omnia sequuntur ex collatione triangulorum sub lineis radialibus & chordis arcus singulos subtendentibus contentorum: & ex eorum inæqualitate, aut æqualitate.

Circulorum in Sphæra plano subiecto ęquidistantium vmbrę in plano ipso circulares, tam centrum, quàm polum sortiuntur in ipso contactus puncto, qui polus est Sphęrę, & Astrolabii centrum. Patet hoc, quoniam axis Sphæræ est talium circulorum communis axis & communes poli. sicut in anteprępmissa fuit ostensum.

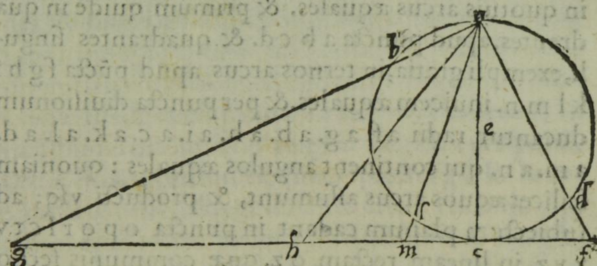
Vnde horizon habens pro zenit ipsum mundi polum sortitur centrum & polum in cenrro instrumenti. Namq; est vnus & idem cum æquinoctiali. Nec secus ęquatoris paralleli, scilicet Tropici, Arcticus & Antarticus: quandoquidem communes polos, & in plano instrumenti commune centrum habent.

Linea recta à polo radiante deducta, orthogonaliter secans diametrũ circuli obliqui maioris in Sphæra descripti, cadit in centrũ vmbræ circularis dicti circuli, in plano: & est ęqualis semidiametro ipsius vmbræ. Vt, si in plano meridiani a b c d. intelligatur diameter circuli ad planum subiectum inclinati, quæ



quæ ſit b d. quam linea recta a k h. orthogonaliter ſecans in puncto k. cadat in punctum h. in plano. Dico tunc, quòd punctum h. eſt centrũ vmbræ circularis à circulo b d. in planum proiectę. Producãtur enim rectæ a b. a d. in planum ad puncta f g. cadentes: eritq; f g. diameter circularis vmbræ proiectæ. Namq;, vt in anteprę miſſa oſtenſum eſt, triangulum a b d. ęquiangulum eſt triangulo a f g. & perpendiculares a c. a k. diuidunt dicta triangula ſingula in bina triangula ſibi inuicẽ & totis ſimilia. Hinc ſequitur, vt anguli a g h. g a h. ſint æquales: & ideo, vt lineę g h. h a. ſint ęquales. Item ſequitur, vt anguli a f h. f a h. ſint ęquales. & perinde lineæ f h. h a æquales. Igitur centrum circuli g f. (quæ eſt vmbra circuli b d proiecta in planum) erit punctum h. & ipſa linea a h. quę indicat centrum ęqualis ipſis g h. h f. Semidiametris ſingulis: ſicut demonſtrandum proponitur.

Recta verò, quæ angulum ſub radiis per extrema diametrorum ductis comprehenſum per æqualia diuidit, producta in planum cadit in polum circularis vmbræ in ipſo plano factę. In eadem enim deſcriptione angulum b a d. per ęqualia diuidat linea a l m. cadẽs in planũ ad pũctũ m. Dico iã, punctum m. polus eſt circuli in planum proiecti: cuius diameter f g.



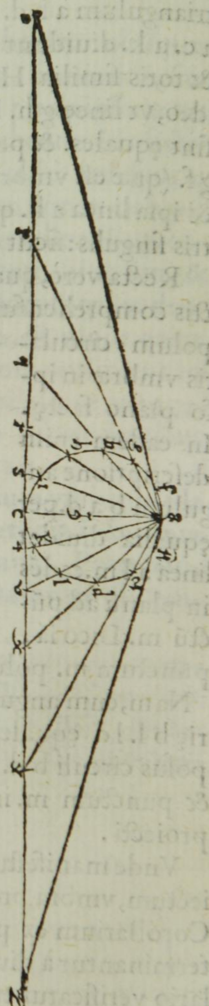
Nam, cum anguli b a l. l a d. ſint ęquales, erunt ſuſceptę ab eis periferię b l. l d ęquales. cumq; l. punctum in ſemicirculo b l d. medium ſit polus circuli b d. ſecantis ipſum a b c. circulum orthogonaliter; iam & punctum m. in plano, in quod cadit a l. linea erit polus circuli proiecti.

Vnde manifeſtum eſt, quòd in omni circulo obliquo ad planum ſubiectum, vmbra proiecta polum habet à centro diuerſum. Sequitur hoc Corollarium ex præſenti & præmiſſa: quoniam centrum & polus determinantur à diuerſis lineis. Verùm præſens propoſitio cum Corollario verificatur etiam de circulo minori: quandoquidem circulus maior cum ſuis parallelis habet communes polos: & paralleli obliqui centra ſemper à polo diuerſa. Item linea poli circuli maioris per æqualia diuidit angulum ſub lineis centrorum circuli dicti & Aſtrolabi contentum, hoc eſt angulum h a c. Item ſi in circulo a b c. capiatur pũctũ n. diametraliter oppoſitum pũcto l. erit l e n. axis circuli b d. cuius vm-

E bra

bra proiicitur in plano. & ideo n. polus reliquum talis circuli. Quare linea recta a n. producta cadet in planum, & indicabit ipsum polum in plano.

Vnde patet, quòd tam duo radii a b. a d. terminantes diametrum circuli obliqui maioris, quàm duo radii l a. a n. indices polorum in plano, continent angulum rectum.

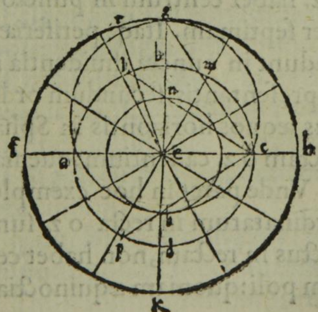


Circvli per polũ radiantem in Sphæra incedentis (qui recti lineam vmbram proiicit) æquales periferiæ per radios, sub quibus æquales anguli cõprehenduntur, in spacia inæqualia in subiectũ planum proiiciuntur: quorum à contactu remotius maius est. Duo autem spacia æque à contactu remota sunt æqualia: siue ille circulus sit maior, siue minor. Sit polus radians punctum a. & circulus per eum ductus a b c d. centrum e. Punctum, in quo Sphæra planũ tangit c. Secetur circulus a b c d in quotuis arcus æquales. & primùm quidẽ in quadrantes, apud puncta a b c d. & quadrantes singuli, exempli gratia, in ternos arcus apud pũcta f g h i k l m n. inuicem æquales. & per puncta diuisionum ducantur radii a f. a g. a b. a h. a i. a c. a k. a l. a d. a m. a n. qui continent angulos æquales: quoniam scilicet æquos arcus assumunt, & producti vsq; ad subiectum planum cadant in puncta o p q r s c t v x y z. in lineam rectam o z. quæ communis sectio est plani circuli a b c. cum plano subiecto. Iam ostẽdendum est, quòd spacia o p. p q. q r. r s. s c. & totidem reliqua, sunt inter se inæqualia, in quæ scilicet quasi vmbras proiiciuntur arcus ęquales, singuli singulas. hoc est, quòd spacium o p. maius est spacio p q. & hoc maius spacio q r. & hoc maius spacio r s. & hoc demum maius ipso s c. Nam per tertiam sexti elemetorum: sicut a q. a d. ipsam q r. sic est a s. ad ipsam r s. cunq; a q. sit maior, quàm a s. erit & q r. maior, quàm r s. Et similiter de duobus cæteris collateralibus spaciis ad eandem partem puncti c. ostẽdã. Bina verò spacia s c. c t. & bina sequentia quęque à puncto c. ęqualiter remota, erũt inter se ęqualia, propter æqualitatem laterum in triangulis. Quod erat demonstrãdum. Sed nota, quòd si a b c. est circulus maior in Sphæra; ipse tanget planum in puncto c. & centrum commune cum ipsa Sphæra habebit

bit c. punctum. Si autem circulus a b c. ponatur minor, tunc non tanget planum: sed habebit c. punctum plani inter puncta proiecta sibi proximum.

Vnde manifestum est, quòd tam meridianus, quàm Colurus Solstitialis, & æquinoctius, & quàm horizon rectus, & circuli per polos mundi, qui diuidunt æquinoctialem, & sunt circuli altitudinum sub polo degentibus, & habentibus pro horizonte æquinoctionalem: & quàm omnis circulus minor incedens per polum inspectorem, proiiciuntur in planum subiectum in vmbram linearem rectam: & eius circuli partes seu arcus æquales in spacia inæqualia & correlatiua, sicut ostensum fuit.

HORIZON habens pro vertice polum mundi: qui & vnus & idẽ est cum æquatore, diuiditur per circulos magnos per vtrunq; polum ductos. Qui proiiciuntur in planum subiectum per lineas rectas se inuicem in astrolabi centro secantes, & æquatorem ac omnem eius parallelum in arcus æquos partientes. Periferiæ autem diuidentium circulorum, proiiciuntur in spacia inæqualia distincta per æquatorem, eiusq; parallelos. Constat hoc totum per præmissam, eiusq; corollarium, & per tertiam. Exemplum habes in hac descriptione: in qua circulus a b c d. est æquator. e. centrum: in quo diametri a c. b d. & cæteræ se inuicem intersecantes repræsentant circulos singulæ singulos per polũ, vel zenit ductos: & tam ipsum æquatorem, quam ipsum f g h k. & ipsum n o. Tropicos in arcus æquos distinguunt. Itẽ arcus l b. b m. d p. singuli, æquales maximę declinationi zodiaci. Meridiana linea g k. vmbra meridiani. Cui recta c m g. occurrit in puncto g. & ipsa c l. in pũcto n. Item c p. in puncto o. per punctum g. incedet periferia tropici hyemalis. Per puncta n o. Tropicus æstiuus. Sic enim seruatur quantitas angulorum sub lineis radialibus contentorum: sicut tertia propositio in suo processu & lineamento docuit. Qui Tropici cum æquatore concentrici sunt. Et quoniam p a m. arcus est semicirculus, iam angulus g c o. rectus est: quẽ continẽt radii c g. c o terminantes g o. diametrũ zodiaci a g c o. per puncta Solstitialia g o. & per puncta æquinoctialia a c. incedentis. Quæ quidẽ lineę radiales in lineam meridianam incidentes deduci à puncto h. in periferia extremi Tropici, sicut postea declarabimus. Siquidẽ recta linea h b. ipsi c l. iam æquidistãs & producta abscinderet de tropico arcum g r. æqualẽ maximè declinationi.



Quare linea h r. ostenderet in linea meridiana punctum b. per quod ducenda est periferia æquatoris.

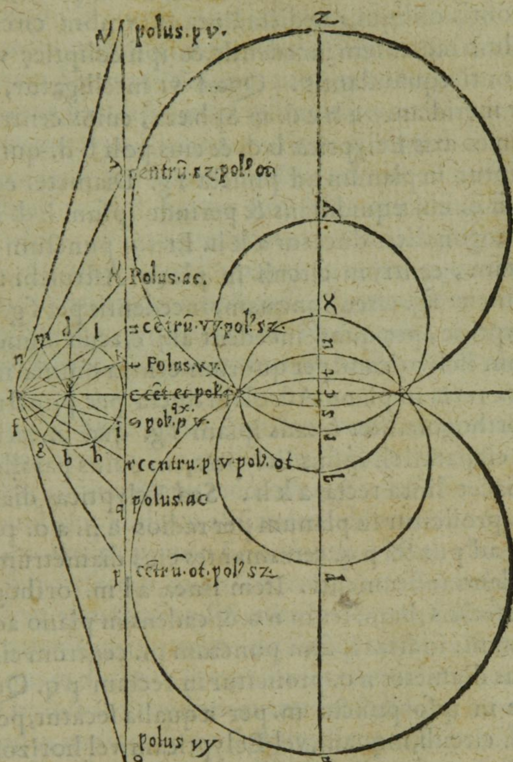
RECTVS horizon, qui in Astrolabo repręsentatur per colurum æquinoctiorum (quæ in plano ipso instrumenti linea recta est) diuiditur per circulos ductos per vtrunq; ipsius polum in æquatore dimetraliter constitutos) : de quorum numero est meridianus, qui proiicitur per lineam rectam alterius coluri. Et ipse æquator habens centrum in sectione rectarum, & circulorum proiectorum in planum & diuidentium lineam rectam horizontalem minimus. Et ipsius horizontis recti æquales periferiæ proiiciuntur in spacia ordinata, quemadmodum in antepræmissa ostensum est: quæ sunt partes dictæ rectę horizontalis: quæ transit per centra circulorum. Quorum tam periferiæ, quàm centra & poli cadunt in puncta diuidentia. Repeto descriptionem anteprę missę, in qua circulus a b c d. repręsentet horizontem rectum distinctum, exempli causa, in arcus æquos duodecim. per quorum puncta diuisionum ducantur circuli sex. in primis videlicet meridianus a c. proiectus in rectam, quæ secat ipsam o z. quæ vmbra est horizontis recti in plano, orthogonaliter Secundus Aequator, cuius diameter b d. & eius proiectio in planum q x. Item alij quatuor circuli: quorum diametri in plano horizontis recti sunt f k. g l. h m. i n. & quorum semicirculi proiecti in planum assumunt spacia c t. p v. r y. s z. Quam ob rem, per secundam meridianus (vt dictum est) proiicitur in rectam. Aequator autem, cuius diameter b d. per quintam habet centrum, polumq; in puncto c. contactus. Reliqui autem quatuor, scilicet circulus, cuius diameter f k. proiectus in spacium o t. in plano habet cētrum in puncto p. per sextam, polos autem in punctus r y. per septimam. Circulus, cuius diameter g l. proiectus in spacium p v. in plano habet centrum in puncto r. per sextam, polos autem in punctis s z. per septimam. Circulus, cuius diameter h m. proiectus in spacium r y. habet centrum in puncto v. per sextam, polos autem in punctis o t. per septimam. Circulus demum, cuius diameter i n. proiectus in spacium s z. habet centrum in puncto y. per sextam, polos autem in pūctis p v. per septimam. Itaq; periferiæ, centra, & poli circulorum diuidentium, cadunt in puncta diuidentia rectæ o z. in plano hic rectum horizontē repręsentantis, secundùm ordinatam distinctionem radiorum per arcus æquos horizontis in Sphæra descripti ductorum, & in planum ad rectam o z. cadentium: quemadmodum demonstrandū proponebatur.

Vnde patet in hoc exemplo, quòd in vndecim punctis diuisionum ordinatarum in recta o z. sunt quinq; centra. nam meridianus proiectus in rectam, non habet centrum, vel habet in puncto c: Et vndecim poli: quoniam æquinoctialis in plano habet vnum polum b. & cę-

teri.

teri quinque circuli singuli binos polos. Similiter procedere potes, si rectus horizon adhuc in plures æquas diuisiones partiatur. Nam multiplicatis diuisionibus, multiplicantur circuli,& perinde centra & poli. Paralleli autem circuli habent eosdem polos cum suo maiori.

Sicvt autem linea recta meridiana, siue recti horizontis, (quæ in plano astrolabij coluros repręsentant, & ad rectos angulos se inuicē in centro secant) distinguitur, ut dictum est, in spacia ordinata per radios, qui comprehendunt angulos æquales in periferia meridiani, siue recti horizonti in cultrum erecto super planum Astrolabij: Sic etiam eadem linea meridiana, uel recti horizontis in planitie nstrumenti, distingui poterit per diuisionē circuli in planitie dicta iacentis; ut puta per diuisionem Aequinoctialis, aut Tropici extremi, ut in antepręmissa dictum est. Item similiter linea recta, quæ in plano Astrolabij ducitur per centra circulorum diuidentium Eclypticam, uel horizontem obliquum, per eius polos incedentium; poterit distingui per diuisionem circuli medij inter ipsos diuidentes, & habentis centrum in linea meridiana. Sic enim producentur radij æquas periferias assumentes, & eiusdem ordinatæ proportionis spacia in linea diuidenda ita, ut in diuisionum puncta cadant periferiæ, centra & poli circulorum diuidentium, quemadmodum canones fabricæ præcipiunt.



Itaqve, quoniam tam Eclyptica, quam horizon obliquus (ut dictum est) diuiditur per circulos per utrumque polum suum ductos; idcirco, iam sicut diuisimus in antepręmissa horizontem rectum, sic &

Eclypticam & horizontem obliquum distinguemus: hoc excepto, quòd linea recta, quę in ipso plano Astrolabi per centra circulorum diuidentium ducta, in distinctione horizontis recti, reprę̨sentat ipsum horizontem rectum: In distinctione autem Eclypticæ, aut horizontis obliqui, prædicta linea est vmbra circuli per polum radiantemq́; incedentis, & ipsi eclypticę vel horizonti æquidistantis. Quod vt intelligatur, ponatur meridianus a b c d. in Sphæra, cuius centrum e. & in eo axis Eclypticæ b d. & eius poli b d. qui proijciuntur in planum ad puncta f g. Diameter eclypticæ n o. cui æquidistans & perinde ipsum b d. secans orthogonaliter ducatur a k h. Eritq́; punctum h. per sextam, centrum circuli in plano Astrolabi: cuius diameter f g. circuli, inquam, incedentis per f g. polos eclypticæ, per quos incedent alij circuli diuidentes ipsam Eclypticam: per quorum centra omnia incedit linea recta in plano Astrolabi ducta per punctum h. & orthogonaliter secans ipsam f g. quæ linearis vmbra est paralleli ipsius Eclypticę: in cuius paralleli plano iacet linea recta a k h. Sed Eclypticæ diameter n o. proiicitur in planum per radios a n. a o. productos ad puncta p q. terminantes eius diametrum. p q. in plano instrumenti. Item linea a l m. orthogonaliter secans diametrum n o. & cadens in plano ad punctum m: indicat ipsum punctum m. centrum circuli, cuius diameter n o. proiicitur in rectam p q. Quippe quæ in ipso puncto m. per æqualia secatur, per sextam. circuli, inquam, vel Eclypticam vel horizontem obliquum repræsentantis: cuius axis (ut diximus) b d. poliq́; b d. Hoc itaq; pacto diuidetur tam Eclyptica, quàm horizon obliquus per circulos per utrunq; polum ductos. qui Arabicè azimut uocantur.



PARALLELI autem circulorum maiorũ ducuntur per terminos diuisionum in linea meridiana: & singuli centrum habent in medio puncto sui diametri. Ex quibus quidem parallelis vnus, qui incedit per polum radiantem, proiicitur in lineam rectã, quæ transit in plano Astrolabi per centra circulorum diuidentium. describtorum per polos ipsius circuli maioris & ipsum Cæteri verò paralleli proiiciuntur in vmbras circulares hinc & inde à

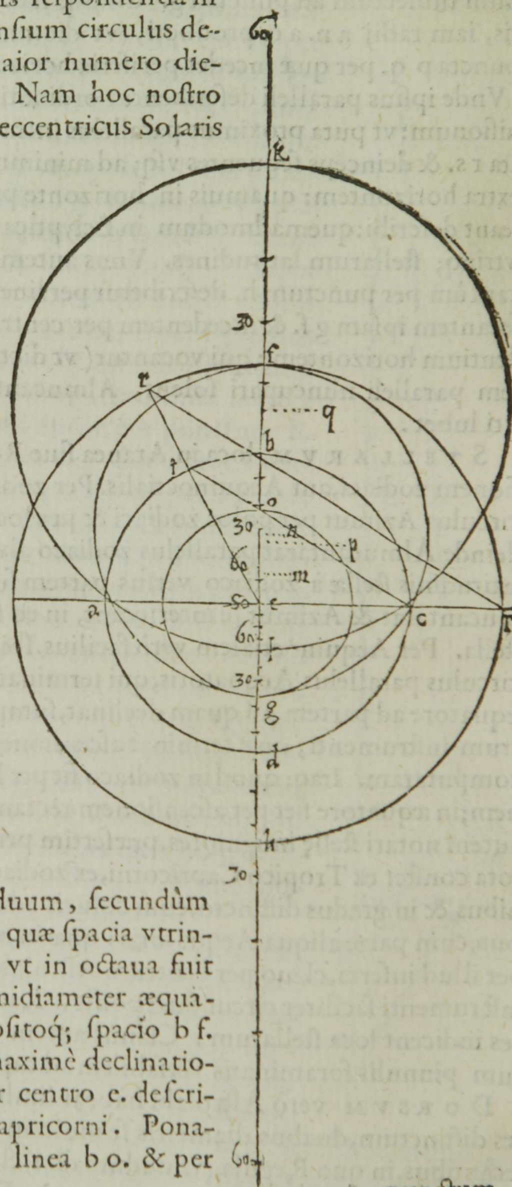
dicta

dicta recta polum ipſius circuli maioris circumambientes, nec concentricos, propter inæquales differentias diametrorum. Inſpice præcedẽtis deſcriptionem, in qua circulus a b c d. repræſentat meridianum: in quo b d. ſit axis horizontis obliqui: cuius poli b d. proiiciuntur in planum ſubiectum ad puncta f g. Cumq; n o. ſit diameter ipſius horizōtis, iam radij a n. a o. producti, (vt dictum eſt) indicabunt in plano puncta p q. per quæ incedet periferia horizontis in planum proiecta. Vnde ipſius paralleli deſcribentur ordinatim per ſequentia puncta diuiſionum: vt puta proximus parallelus intra ipſum horizontem per pũcta r s. & deinceps ſequentes vſq; ad minimum citca polum f. Ita & extra horizontem: quamuis in horizonte paralleli exteriores non ſoleant deſcribi: quemadmodum in Eclyptica fieri ſolet ad diſtinguẽdas vtrinq; ſtellarum latitudines. Vnus autem exteriorum parallelorum tantùm per punctum h. deſcribetur per lineam rectam orthogonaliter ſecantem ipſam g f. & incedentem per centra polosq́; circulorum diuidentium horizontem: qui vocantur(vt dictum eſt) Azimut. Ipſi autem paralleli nuncupari ſolent, Almucantarat, ſi Arabinis terminis vti lubet.

STELLARVM loca in Aranea ſiue Reti ſtatuentur aut per diuiſionem zodiaci, aut Aequinoctialis. Per zodiacum ſcilicet, vt ducatur circulus Azimut per polos zodiaci & per locum longitudinis Stellæ. & deinde Almucantarat parallelus zodiaco abſcindens de azimut arcum latitudinis ſtellæ à zodiaco verſus partem ſui nominis. Nam vbi Almucantarat & Azimut ſe interſecant, in eo ſectionis pũcto locanda eſt ſtella. Per Aequinoctialem verò facilius. Ibi enim locabitur ſtella, vbi circulus parallelus Aequatoris, qui terminat declinationem Stellæ, ab æquatore ad partem, ad quam declinat, ſumptam interſecat ſemidiametrum inſtrumenti, quæ terminat aſcenſionem rectam ſtellæ, in limbo computatam. Itaq; quod in zodiaco fit per longitudinem & latitudinem; in æquatore fiet per aſcenſionem rectam & declinationem. Solẽt autem notari ſtellę inſigniores, præſertim primi ordinis. Aranea verò tota conſtet ex Tropico Capricorni, ex zodiaco in ſigna cum ſuis nominibus & in gradus diſtincto, cum coluris ad rectos ſe inuicem ſecantibus, cum parte aliqua Aequatoris: quæ in medio foramen habeat, & per illud inſerta, clauo per centrum Aſtrolabi tranſmiſſo, ſuper faciem inſtrumenti faciliter circunduci poſſit. Radij quidam ſiue appendices indicent loca ſtellarum. Clauus autem ex dorſo habeat Regulam cum pinnulis foraminatis verſabilem ad captandas altitudines.

DORSVM verò Aſtrolabi habeat limbum in quatuor quadrantes diſtinctum, duabus diametris ſe inuicem orthogonaliter in centro ſecantibus. in quo Regula (vt dudum dixi) clauo inſerta & circa centrũ

volubilis, transmisso astri per tabellarum foramina radio, indicat astri super horizontem eleuationem, siue à zenit regionis distantiam: quæ computatur in circulo altitudinis, quem repræsentat limbus instrumẽti. Intra limbum distinguuntur in ambitum signa zodiaci 12. totidẽ mensibus in dies distinctis respondentia in spacio interiori. Qui mensium circulus debet fieri eccentricus: vt maior numero dierum detur maior arcus. Nam hoc nostro tempore (quoniam Aux eccentricus Solaris est in principio Cancri) Sol peragit semicirculũ æstiuum zodiaci in diebus ferè 187. scilicet a die decimo Martij, vsq; ad 13. Septemb. reliquum verò semicirculũ in diebus 178.



Colligam nũc faciei Astrolabi descriptionẽ, repetitis regulis. Sit Aequator in plano instrumenti per tertiam, & per vndecimam descriptus a b c d. cuius cẽtrum e. iam linea meridiana b d. vtrinq; in indefinitum producta. & per radios, vt octaua docuit, diuisa in partes ordinatas vtrinq; à centro e. hoc est in spacia singula ternorum, quinorum, aut senorum graduum, secundùm capacitatem instrumenti: quæ spacia vtrinque à centro e. crescunt, vt in octaua fuit ostensum. Iam ex his semidiameter æquatoris e b. assumet 90. Positoq; spacio b f. graduum 23 $\frac{1}{2}$. Solaris maximè declinationis. per punctum f. super centro e. describetur periferia Tropici Capricorni. Ponatur & totidem graduum linea b o. & per

punctum

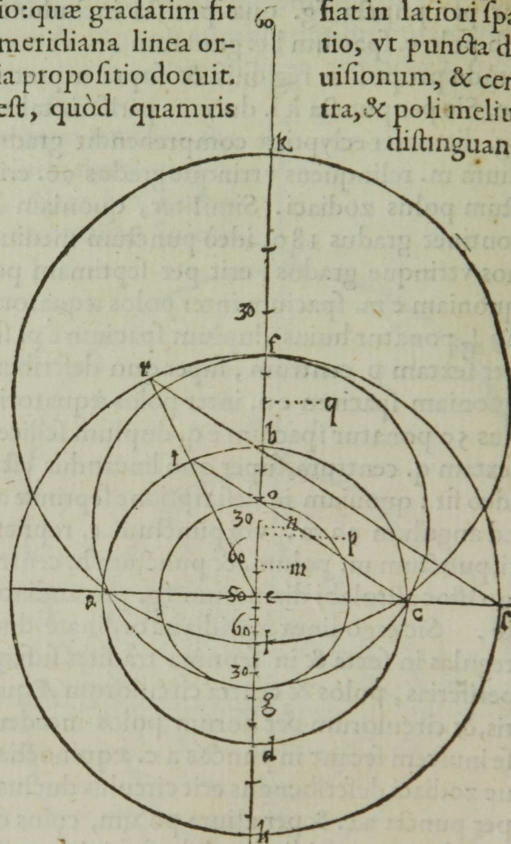
punctum o. ibit Tropicus Cancri. Vnde periferia zodiaci deducetur per puncta f g. quæ puncta includunt gradus 180. Sumatur sub polo e. ſpacium l e. graduum 40. vt tanta ſit, exempli cauſa, latitudo propoſitæ regionis. & ſupra æquatorem linea b k. graduum 50. Sic per puncta k l. ducetur periferia talis horizontis. Et quoniam f g. diameter eclypticæ comprehendit gradus 180. ſit punctum medium m. relinquens vtrinque gradus 90. eritq; per ſeptimam m. punctum polus zodiaci. Similiter, quoniam k l. diameter horizontis, continet gradus 180. ideò punctum medium n. relinquens nonagenos vtrinque gradus, erit per ſeptimam polus horizontis. Deinde quoniam e m. ſpacium inter polos æquatoris & zodiaci, habet gradus 23 $\frac{1}{2}$. ponatur huius duplum ſpacium e p. ſcilicet gradus 47. eritque per ſextam p centrum, ſuper quo deſcribetur zodiacus. Similiter, quoniam ſpacium e n. inter polos æquatoris & horizontis habet gradus 50 ponatur ſpacium e q. duplum ſcilicet gradus 100. eritque per ſextam q. centrum, ſuper quo lineandus eſt horizon. Quæ duplatio ideò fit: quoniam in deſcriptione ſeptimæ angulus h a c. duplus erat ad angulum c a m. vbi punctum c. repræſentat centrum inſtrumenti, punctum m. polum. & punctum h. centrum circuli habentis in plano iſtoc aſtrolabi diamerum f g. pro zodiaco, k l. autem pro horizonte. Sic ergo linea meridiana ordinatè diuiſa per octauam, iam per regulas in ſexta & in ſeptima traditas ſuſcipit in punctis diuiſionum periferias, polos & centra circulorum Æquatoris, Zodiaci, & Horizõtis, & circulorum per horum polos incedentium: quorum periferiæ ſe inuicem ſecant in punctis a c. æquinoctialibus. Itaque pro diuiſione zodiaci deſcribendus erit circulus ductus per m. polum zodiaci, & per puncta a c. & per alium polum, cuius diameter orthogonaliter ſecans lineam meridianam h k. ſuſcipiet periferias, polos, & centra reliquorum circulorum diuidentium zodiacum, & per eius polos ductorum. Similiter, pro diuiſione horizontis, delineabitur circulus per n. polum horizõtis, & per ipſa a c. puncta, & per alium polum, cuius diameter ad rectos item ſecans ipſam meridianam h k. & ordinate diuiſa ſuſcipiet in punctis diuiſionum periferias, polos, & centra reliquorum circulorum diuidentium horizontem, & per ipſius polos euntium, ſicut duodecima ratiocinatur. Item, ſi de Tropico Capricorni f h. ſumatur arcus f r. graduum 23 $\frac{1}{2}$. Tunc recta r ſ. ibit per punctum b. Eſt autem ſ. punctum, in quo a e c. diameter occurrit Tropico. Item recta r e. ſecet æquatorem in puncto t. Nam tunc recta t c. tranſiet per punctum o. Atq, ita deſcripto primum Tropico Capricorni, habebis punctũ b. p quod circinabitur æquator, & punctum o. per quod circinatur Tropicus Cãcri: ſuper e. centrũ. Sicut in q. factũ eſt.

SVPEREST

SVPEREST parallelorum tam zodiaci, quam horizontis delineatio: quæ gradatim fit per puncta diuisionum in meridiana linea ordinatarũ: sicut decimatertia propositio docuit.

ADHVC notandum est, quòd quamuis instrumenti descriptio non egrediatur (vt diximus) Capricorni Tropicum: tamen nõ ideo Astrolabũ imperfectionis argui potest, vel debet. Nam Sphæræ portionem à dicto Tropico abscissam ad polum australem, quę in instrumento nõ apparet: supplere potest portio, quę à Cancri Tropico ad reliquum polum, quod instrumenti centrũ est, sumitur: vt scilicet hæc illius vice fungatur, mutatis tantùm signorum nominibus & latitudinum partibus. videlicet, vt Cãcer Capricorni, & cætera cæterorũ, singula singulorum oppositorum signa nomen induant & officiũ. & vt latitudo septentrionalis appelletur australis; & econtrario. Nam, si cum isto nostro Astrolabio ad antœcos nostros migraremus: hanc permutationẽ per totum instrumentum facere cogeremur. Nec magnus labor, si cæteris intactis, opposita quæq; bina signa commutent inuicem nomina: vtq; polus tangens planum Astrolabi sit australis; & superstans, vnde radij ad planum fluunt, septentrionalis. Huc accedit, quòd si portio illa relicta describeretur in planum, postularet immensum spacium.

Hæc descriptio fiat in latiori spatio, vt puncta diuisionum, & centra, & poli melius distinguant.



a b c d. Aequator: centrum, & polus e.
f a g c. zodiacus, polus m. centrum p.
f h. Tropicus Capricorni, o g. Tropicus Cancri.
k a l c. horizon r s. Polus q. Centrum f r. arcus gr. 23. $\frac{1}{2}$. t b. totidem b d. diam. æquatoris gr. 180. f g. diam. zodiaci gr. 180. K l. diam. horizõtis gradus 180. spacia f b. b o. g d. d h. singula gradus 23. $\frac{1}{2}$. m e. gradus 23. $\frac{1}{3}$.
b n. spacium vel e l. gradus 40. altitudo poli in dicto horizonte.
e p. gradus 47. p n. grad' 3. e n. gradus 50. n q. gra. 50.

De

De quadrato, quod in dorſo Aſtrolabi deſcribitur, ad captandas vmbras rectas ſeu verſas, & ad obſeruãdas turrium celſitudines, vel planetarum longitudines, ſiue puteorũ profunditates, nihil hic dicam. Nam de hoc in □^to inſtrumento geometrico ſatis actum eſt.

Item de lineis horarum inæqualium ſatius tacere duxi: quoniam neque periferiæ, quoniam neq; periferiæ, quæ in dorſo, neque illę quæ in ſanè Aſtrolabi delineari ſolent, certis innituntur geometrię fundamentis. Vnde melius exiſtimo, eas ex ſupputatione horarum æquinoctialiũ elicere. Adde, quòd horæ, in quibus diſtinguitur ſucceſſiuum dominiũ planetarum, nõ ſunt 12^æ partes arcuum diurnorum ac nocturnorum, ut communiter aſtronomi opinatur; ſed debent eſſe ſpacia temporum, in quibus quindeni gradus de zodiaco peroriũtur. Vt ſicut horę ęquales ſequuntur Aequinoctialis eodem ſemper tenore procedentis diſtinctionem; ita horę inęquales, ſiue temporales cum arcubus zodiaci ſucceſſiue orientibus computentur. Quo fit vt horę temporales vnius diei, uel noctis non ſint 12^æ partes diei uel noctis: ſed inter ſe inæquales: quantas poſtulat ſingulorum arcuum zodiaci æqualium mora ad exoriendum. Quòd & ſi ratio uideatur poſtulare, nihil tamen decerno: eſſet enim res longiori tractatu diſcutienda. Quem ad modum in ipſa domiciliorum 12. diuiſione non parua inter Aſtronomos controuerſia uerſatur. Et adhuc ſub iudice lis eſt. Sed de his alibi.

Regula uolubilis in dorſo circa clauum centralem inſtrumenti Arabicè uocatur Allidada. In qua linea recta per centrum ducta dici ſolet linea fiduciæ, ſuper quam directe locari debent foramina tabellarum, ipſi regulę in cultrum inhærentium. Quę tranſitum ſolaris, lunariſúe radij, uel ſtellę uiſionem tranſmittant ad obſeruandam altitudinem.

Almuri autẽ uocatur index in Aranea principio Capricorni in limbo adhęrens, ad iudicandos, ſupputandoſque gradus exterioris limbi, per quos Aranea tota circum cẽtralem clauum uerſata circumducitur.

Hæc de Theoria, ſtructuraq; Aſtrolabi pro modulo compendij ſatis eſſe duxi: arbitratus prolixitatem ſicut non prodeſſe craſsis, ita obeſſe acutis ingenijs. Nunc ad uſum paucis explicandum ueniemus.

Vſus Aſtrolabi.

SVSPENSO igitur ex armilla inſtrumento, ut libere, atque ad perpendiculum pendeat; vertatur ſic pendens, in cultrum verſus aſtrum, quod obſeruat. Et eleuata aut depreſſa Regula, ita ut Solis, Lunęúe, aut aſtri radius per foramina tabellarum tranſmittatur: capiatur in limbo graduum numerus inter regulam & diamẽtrum dorſi tranſuerſam cõprehenſus: tanta enim erit Solis, lunæúe, aut ſtellæ altitudo. Mox in faciẽ Aſtrolabi uoluatur ſuper clauum ſuum centralem Aranea, donec

locus

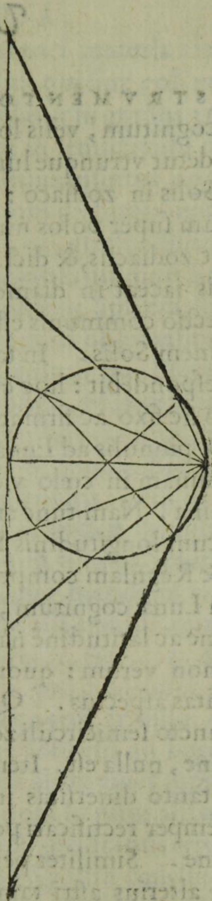
locus Solis vel aſtri cadat ſuper parallelum ſiue Almucātarat horizontis, qui determinat altitudinem in dorſo cludion acceptam, ſuper partē quidem horizontis orientalem, ſi obſeruatio fuit meridiana : aut occidentalem, ſi fuit poſt meridianam. Sic enim Aranea cum zodiaco, & locis ſtellarum in ipſo inſtrumento ſiſtetur ad ſitum cæleſtis zodiaci: & quidquid de Aranea in Aſtrolabo ſuper horizonte extat: ſic & in cælo extat. Et quidquid ibi latet ſub horizonte : latet etiam de cælo. Vnde gradus zodiaci in inſtrumento tangens periferiam orientalem horizontis (quæ ſcilicet ad leuam tibi ſtat) erit gradus aſcendens ad inſtās obſeruationis. Gradus autem oppoſitus cadens ſuper periferiam horizōtis occidentalem, erit cuſpis ſeptimæ domus. Duo autem gradus ſuper lineam meridianam cadentes, & oppoſiti erunt gradus medij cœli ſupraterraneus, & mediæ noctis ; quæ ſunt cuſpides, ſiue anguli decimæ & quartæ domorum. Voluatur deinde Aranea donec locus Solis cadat ſuper horizontem occidentalem : nam periferia limbi, per quam mouetur almuri ſiue index, indicat tempus inter inſtans obſeruationis, & occaſum Solis elapſum vel elapſurum. Similiter habebis tempus inter inſtās dictum & ortum Solis, aut inter inſtans ipſum & meridiē, ſiue mediam noctem cadens, loco Solis illucuſq; per motum Araneæ deducto : & arcum limbi, per quem mouetur almuri capiendo: ſi pro quindenis gradibus horas ſingulas, & pro ſingulis gradibus quaternas horę minutias acceperis. vnde & arcus diurni, ac nocturni Solis & aſtrorum in horizonte tuo noteſcent. Item aſcenſiones ac deſcenſiones Solis, ac ſtellarum tam rectæ, quàm obliquæ : & differentiæ ipſarū aſcenſionum: Nec non declinationes in ipſa linea meridiana, vtrinque ab æquatore computandæ.

Accepta denique hora, potes præciſius, ſi lubet, ad ea loca planetarum cum aſcendente, cęterisq́; domibus per Diarium, ſiue per quaſuis tabulas ſupputare. Sed ex aſcendente noteſcunt aliæ domus, ſecto in 12. arcus ęquales zodiaco. Quæ diſtinctio ab Hieronymo Cardano comperta, mox à Ioāne Schonero, à Nicolao Copernico, alijsq́; commendata fuit, ac probata, & meo quidem iudicio, imò ipſa ratione dictante, hæc ſolaris orbita, per quam annuo & perpetuò motu fertur hic vnicus mundi oculus, hæc unica & admirabilis uniuerſi lampas, hic venerabilis aſtrorum princeps, Naturæ miniſter, & temporis menſurator. Quam ſcilicet Luna & planetæ cæteri hinc inde ad eius nutum & obſeruatam regulam, obambulant: Hæc, inquam, notabilis ſemita, & arte, ac prouidentia diuina obliquatus, & ad generationes rerum adcommodatus circulus tantæ eſt excellentiæ, tantæ dignitatis, tantæ prærogatiuæ, ut non ſolùm 12. domorum diuiſio, ſed etiam aſpectuum ac radiationum dimenſio, item omnis directionum ac profe-

ctionum

ctionum computatio in eius periferia & arcubus computanda & numeranda ac distribuenda sit. Quamquam si directio consideretur in æquatore, vt pręcipit Alberagel, parum discrepet à zodiaco. Abraamus & Trapezuntius omnia referunt ad zodiacum.

VNDE sequitur, vt omnis alius calculus, siue secundùm Campanum, siue secundùm Gazulum, siue secundùm Io. Regimontium circa æquandas domos, omnisq; labor circa positionis circulos ad dirigendos significatores, siue promissores, sit frustratorius & inanis. & vt omnia secundùm zodiaci longitudinem sint consideranda. Sed hæc alibi sunt latius discutienda.



DE ARMILLARIS INSTRVmenti fabrica.

DVAE Armillæ fiant, quarum vna zodiacum, altera colurum Solstitiorum repræsentet. In polis zodiaci, qui scilicet in ipso coluro iacet, duo clauiculi interius & exterius prominentes figantur: in quibus clauis duæ armillæ, vna interior, altera exterior, ipsi zodiaco contiguæ, super ipsos clauos (qui poli sunt zodiaci) facile circunduci possint. Zodiacus & interior armilla distinguatur in gradus: & interior habeat Regulam cum pinnulis foraminatis circa centrum volubilem. Mox in polis Mundi, qui sunt in dicto coluro, & à polis zodiaci per arcum maximæ declinationis solaris distant, duo claui figendi sunt, axem Mũdi repræsentantes. Qui claui sunt inserendi in foraminibus duobus diametraliter oppositis in quinta armilla totum instrumentum complectente & meridianum repræsentante. Quæ armilla in ipso meridiano vrbis tuæ sistenda est, ac firmanda in basim, ita quidem, vt poli mundi eleuati sint secũdùm situm & latitudinem loci. vnde sequetur, vt axis instrumenti æquidistet axi Mundi, super quo fit motus diurnus Cœli. Et ipse meridianus perpendiculariter instet horizontis plano.

Vſus inſtrumenti.

INSTRVMENTO ita, vt dictum eſt, collocato, ſi per locum Solis cognitum, velis locum Lunæ cognoſcere; quando ſcilicet interdiu videtur vtrunque luminare: Pone armillam exteriorem ſuper locum Solis in zodiaco: & ibi eam firma. Inde volue totum inſtrumentum ſuper polos mundi, verſus Solem, donec vtraque armilla, ſcilicet zodiacus, & dicta exterior, ſeſe obumbret. vt ſcilicet linea loci Solis iaceat in diametro communi harum duarum armillarum: quæ ſectio communis eſt zodiaci cum armilla tunc determinante longitudinem Solis. In tali enim ſitu zodiacus inſtrumenti zodiaco cœleſti reſpondebit: hoc eſt ſitus huius illius ſitui. Tunc itaque inſtrumento ſic fixo ac firmato, volue armillam intrinſecam cum Regulæ ſua, & pinnulis ad Lunam, donec per foramina, aut acies pinnularum Lunam in cœlo videas, ſiue Lunæ radius tranſmittatur per ipſa foramina. Nam tunc armilla ipſa interior in periferia zodiaci indicabit locum longitudinis Lunæ. Et eiuſdem armillæ arcus inter zodiacum & Regulam comprehenſus, erit latitudo Lunæ. Non aliter per locum Lunæ cognitum, planetarum & Stellarum loca ſingula in longitudine ac latitudine nanciſceris. Sed locum Lunæ hic intellige viſum, non verum: quorum locorum diuerſitas ſeu differentia dicitur diuerſitas aſpectus. Quod, ſi obſeruatio fiat, Luna exiſtente in medio puncto ſemicirculi zodiaci extantis: tunc diuerſitas aſpectus in lõgitudine, nulla eſt. Item quanto Luna fuerit vertici horizontis vicinior; tanto diuerſitas in latitudine minor erit. Tamen inſtrumentum ſemper rectificari poterit, ſecundùm viſum Lunæ locum in longitudine. Similiter per locum alicuius Stellæ cognitum, poterit inuenri alterius aſtri tam in longitudine, quàm in latitudine locus. Namque in aſtris ſuperioribus, ac fixis Stellis diuerſitas aſpectus eſt inſenſibilis. Quandoquidem terra firmamenti reſpectu puncti quaſi vicem habeat, & perinde centrorum inſtrumenti & terræ diſtantia nullam ſenſibilem differentiam obſeruationibus dictarum Stellarum ingerat. Hæc de inſtrumento armillari ex quinto magnæ Ptolemaicæ conſtructionis in ſummam redacta ſint ſatis. Nam Ioannes de Monte regio in libello quodam ſuarum obſeruationum, huiuſmodi inſtrumenti, ac Torqueti, & Quadrati fabricam, vſum & deſcriptionem ſatis expoſuit. Nobis tamen, qui tam inſtrumentorum, quàm librorum penuria in hiſce regionibus & hac tempeſtate laboramus, ſatis ſuperque fuerit Quadrans: & pro miraculo Aſtrolabum uix intellectum oſtentatur, adeo terrenorum curis inuoluimur.

DE

DE SPHAERA SOLIDA.

SPHAERA construatur ex metallo, aliave tenaci materia: in qua statuantur duo puncta diametraliter opposita, qui sint poli zodiaci. & zodiacus super vnũ polorũ descriptus diuidatur in gradus 360. & in 12. signa nominibus adscripti. Mox laminam in semicirculũ curua bis: qui polis zodiaci, clauis affixis, per duo foramina insertus applicetur, ita vt sup polos ipsos circũuolui possit per totũ ambitum zodiaci. Qui semicirculus hinc inde à periferia zodiaci, in 90. gradus distinguatur, ita vt positus super longitudine astri, in termino latitudinis Septentrionalis, vel australis indicet astri locum in superficie Sphæræ signandum. Hoc modo loca singula stellarum firmamenti per obseruationem, (vt præcedentis doctrina nos instruit) vel per calculum siue Ptolemaicum, siue Alfonsinum cognita, in superficie Sphæræ, vt in cęlo iacent disposita locabuntur. & imagines singularum constellationum graphicè depingi poterunt. Mox per polos eclypticæ & puncta Solstitialia describatur circulus colurum solstitialem repræsentans: & in eo duo puncta per maximã Solis declinationem à polis eclypticæ remota referant mũdi polos. In quibus duo claui figantur: sup quibus Sphæra circunuolui possit inter armillã p gradus diuisam, quæ meridiani vicẽ gerat: & in meridiani plano fixa statuatur. Sed inter aliã armillã, quæ horizontis officio fungatur, in horizontis plano iacentẽ, eleuari ac deprimi possit cũ tota Sphæra, secundùm altitudinem poli cuiuslibet regionis ac loci. Deniq; opus erit quadrãte cuiusdã quartæ armillæ, qui à vertice horizõtis (quod summũ in meridiano punctũ est) ad horizõtẽ descẽdẽs, inq; 90. partes diuisus, terminet stellarũ altitudines supra horizõtẽ. Nã reuoluta Sphæra, donec stella (cuius nota sit prius altitudo) statuatur in pũcto suæ altitudinis in periferia dicti quadrantis terminato; iam tota Sphæra sistetur, in eo instanti ad sitũ Sphæræ cœlestis, hoc est, Firmamẽti. Vnde tũc cõstabit in instrumẽto, quæ stellæ ad talẽ horizontẽ, oriantur, quæ occidãt, quæve in meridiano cõsistãt. Item, quę in ꝑpetuũ delitescãt, & quæ occasum nesciãt. Et quo pacto, dũ poli mundi sistuntur in horizõte (hoc est in Sphæra recta) vniuersa astra oriãtur, & occidãt: & quo demũ pacto, dũ polus Sphæræ collocatur in vertice summo meridiani, dimidiũ cęli nunquã occidat, ac reliquũ dimidium (qm̃ ibi Aequator vnitur horizõti) nũquã oriatur. Itẽ cõstabũt stellarũ declinatiões, ascẽsiones, arcus diurni ac nocturni: & reliquę reliquorũ sitũ passiones, q̃ in astronomicis rudimẽtis exponunt. Hæc ex 8. magnæ Ptolemaicæ cõstructionis. Hæc cõpendio nostro sunt satis. hinc enim curiosus lector poterit sibi vnũquoduis ex dictis instrumẽtis fabricare. aut si instrumẽtũ paratũ habeat, hinc speculationẽ ad ingenij sui ornamentum, addiscere, & vsum instrumento adcommodare.

DE

DE LINEIS HORARIIS

BREVIS TRACTATVS,

D. Franc. Maurolyco Authore.

PROLOGVS.



E Gnomonica ratione, lineisq; horariis complures, tum antiqui, tum neoterici scripsere. Anaximenes Milesius fertur primus, Lacedæmone Sciotericum horologium inuenisse. Romæ primùm in xij. tabulis, ortus & occasus tantùm Solis notabatur. Post aliquot annos, meridies per Accensum consularem pronunciabatur, in serenis tantùm diebus. Post primum bellum Punicum, M. Valerius Messala Consul Solarium secundùm rostra in columna posuit; ut scribit Varro. Post captam Catanam hemicyclium excauatum fecit Berosus Caldæus, Aristarchus Samius scaphã, siue Hemisphærium, & Discum Planum; Eudoxus Araneam in Astrolabo, siue Apollonius antiquior. Scopas Syracusius plinthum, siue lacunar, quod Romæ in Circo Flaminio positum erat. Scipio Nasicam clepsydram, anno ab urbe condita quingentesimo nonagesimo quinto. Ctesibius Alexãdrinus horologium ex aqua, & hydraulicas machinas. Arenariæ ampullæ sunt multo recentiores: sicut horologia, quorum rotæ dentatæ uersantur ui ponderum per funes: Quæ autem sine ponderibus, per inuolucra laminarum ex chalybe rotas per uim intrinsecam mouentium: tum & aliæ machinæ innumeræ astrorum motus & loca indicantes, uel imaginum incessum facientes sunt recentissimæ: nisi quis Archytæ columbam uolatilem & Archimedis Sphæram (ut Claudianus putat) uersatilem pro ueris adducat. Sed loquamur de lineis horariis. hæc enim est compendij nostri materia. De his recentiores quidam scripsere. Sebastianus quidam fabricam earum tradidit: sed speculationem neglexit. Federicus noster Vrbinas, dum theoriam nimis affectat, obscure locutus est. Sunt & alij, qui non succurrunt, huiusmodi negocium tractantes: qui ad praxim fabricæ ac descriptionis usui esse possunt. Nos autem rem ipsam tribus olim libellis complexi sumus, fundamentum Theoriæ & praxim exponentes. Lubet hìc summã, & quasi hypothesim quandam totius operis tradentes repetere: idq;, ut prolixitatem uitemus, & tam breuiori, quàm faciliori uia studiosis satisfaciamus. Oportebit autem lectorem in hac nostra speculatione prænoscere terminos Conicorum elementorum, & diffinitiones ac proprietates Conicarum Sectionum, circuli; Ellypsis, Paraboles, & hyperboles, atque Non tangentium.

Theoria

Theoria Solarij.

HORARII circuli, qui horas à meridie cœptas distinguunt, & quorum medius est meridianus, sunt duodecim: qui per mundi polos incedunt: & Aequatorem in 24. arcus æquales (quæ horæ æquinoctiales dicuntur) diuidunt, in omni horizonte. Sed in recto, iidem horas ab occasu & ortu inceptas determinant: quoniam rectus horizon est vnus de numero horum circulorum, quandoquidem per polos incedit.

IN obliquo autem horizonte, prædicti circuli partiuntur in 24. portiones æquas duos circulos (sicut Aequatorem eiusq; alios parallelos) maximum, scilicet extantium integre, & maximum integre occultorum: quos tangit horizon in illis punctis, in quibus secat Meridianũ. Deinde in punctis diuisionum singulis tangunt dictos duos parallelos 24. circuli magni: de quorum numero est ipse horizon tangens dictos parallelos, in quibus eosdẽ secat Meridianus. Hi 24. circuli distinguũt horas ab occasu vel ortu exorsas. Nam, sicut dictorum parallelorum arcus inter puncta contactuum sunt inuicem æquales: ita arcus æquatoris & cuiuslibet eius paralleli, dictis circulis tangentibus interiecti sunt æquales, scilicet quindenorum graduum (vt in sphæricis elementis ostensum est: quæ sunt horaria spacia, per motum diurnum, in quolibet parallelo computata. Itaq; circulos, qui horas à meridie ceptas distinguunt, appellabimus secantes. Eos autem qui horas ab occasu, vel ortu exorsas determinant, vocabimus tangentes. Quod, si duo Coni communem verticem in centro mundi, & pro basibus dictos parallelos (qui horizontem tangunt) sortiti intelliguntur; iam tunc circuli secantes, qui super axe mundi (qui & axis est conorum) se inuicem intersecant: & ipsos conos secabunt super 24. latera singulos: in quibus & circuli tangentes tangunt conos. Hinc pendet tota linearum horariarum theoria. Nam quodcunq; planum horologij solaris secuerit siue vnum, siue vtrunq; conum; tunc communes sectiones plani secã-tis cum planis circulorum secantium factæ: erunt lineæ horariæ, quę horas à meridie cœptas distinguunt: de quarum numero est linea meridiana, à meridiano facta. Quæ quidem lineæ in plano horologij Aequinoctialis, horologij horizontalis, & etiam verticalis in ipso axe se inuicem intersecant: sed in horologio meridiano, & horizontis recti æquidistant. Communes autem sectiones plani secantis cum planis circulorum tangentium, erunt lineæ horariæ: quæ horas ab occasu, vel ortu cœptas indicãt. De quarum numero est linea horizõtalis, vnde sumitur exordium. Demum communis sectio plani secantis cũ vna vel vtraq; conica superficie fiet curuilinea periferia, in horologio qui-

dem æquinoctiali circulus: in cæteris ſectio aliqua ex conicis, cuius periferia, quam lineæ à meridie horas partitę, ſecant: & in ipſis diuiſionum punctis tangunt lineæ horarum ab occaſu vel ortu ceptarum terminatrices. Nam huiuſmodi curua periferia in horologio horizontis obliqui, & in horologio verticali loci latitudinis 45. graduum eſt Parabola. In verticali autem maioris latitudinis, & in meridiano horologio, fiunt duæ periferiæ contrapoſitarum hyperbolarum. In horologio verticali minoris latitudinis eſt Ellipſis. Itaq; ſicut lineæ, quæ horas à meridie diſcernunt in obliqui horizontis horologio, in æquinoctiali & verticali ſe inuicem ſuper vnum punctum axis interſecant, & in horologio meridiano & horizontis recti æquidiſtant; ita lineæ, quæ horas ab occaſu diſtinguunt, tangunt ductas periferias: hoc eſt, in horologio æquinoctiali circulum: in horizontali omni, & in verticali 45. grad. latitudinis, Parabolam. In verticali minoris latitudinis Ellipſim. In verticali maioris latitudinis: & in omni meridiano horologio Hyperbolas contrapoſitas: tangunt, inquam, in illis punctis, in quibus eaſdem periferias ſecant lineæ horarum à meridie ceptarum terminatrices. Item illud nota dignum, & minimè omittendum, quòd in horologio meridiano, linea horæ 12. & linea horæ 24. ab occaſu vel ortu, ſunt duæ lineæ, quæ in conicis appellant Non tangentes, ſiue Non conincidentes. Quæ ſcilicet in infinitum productæ ſemper approximant, & nunquam concurrunt ipſis Hyperbolarum contrapoſitarum periferijs. Quæ Non coincidentes fiunt quandoq; in horologio verticali vltra latitudinem 45. graduum. Item in omni horologio horizontis euaneſcit linea horæ 24. Nam horizon faciens talem lineam, æquidiſtat plano horologij horizontalis. & in horologio meridiano euaneſcit linea horæ meridianæ, quam facit meridianus æquidiſtans plāno horologij. & in horologio verticali latitudinis 45. graduum, euaneſcit linea horæ duodecimæ ab occaſu. Nam planum circuli horę talis ęqui diſtat ipſi horologio. Demum in horologio quocunq;, ſi quis circulus horarius æquidiſtet ipſius horologij plano, in illo linea horaria circuli talis euaneſcit. Ex prædictis pendet omnis horologij Scioterici ſpeculatio & fabrica.

De parallelis. Cap. II.

EX præmiſſo igitur capite conſtat circulos horarios meridianos, qui per mundi polos, eſſe 12. Qui ſecantes vocantur. Circulos autem horarios occaſuales tangentes eſſe 24. Qui cum Aequatore ſimul ſunt 37. Conos autem duos, quorum baſes ſunt duo Aequatoris paralleli, horizontem tangentes. & quemadmodum planum horologij, dum ſecat ipſos circulos, facit lineas horarias eiuſdem nominis: dum autem

ſecat

ſecat conicas ſuperficies, facit curuas periferias, quas lineæ horariæ meridianæ, per vnum axis punctum ductæ ſecant, & in 24. ſectionum pũctis tangunt lineæ horariæ occaſuales. & quoniam 24. circuli tangentes ſecant in 24. punctis æquatorẽ, in quibus eum ſecant duodecimam circuli ſecantes, & tangunt dictos duos æquatoris parallelos in 24. pũctis, in quibus eoſdem ſecant circuli ſecantes; Idcircò, (ſicut eorum ſitus poſcit) ipſi 24. circuli ſeſe inuicem cancellatim vtrinq; ab Aequatore interſecant. Intelliges ergo 22. ęquatoris parallelos, vndecim, ſcilicet ſeptentrionales, & totidem auſtrales: qui cum duobus extremis horizontem tangentibus & cum ipſo æquatore ſunt. 25. ex quibus ipſi minores 24. iuncti cum 37. maioribus faciunt 61. Qui paralleli dum deducuntur per puncta ſectionum, in quibus circuli tangentes ſeſe cancellatim interſecant, hunc ſeruant ordinem: vt Aequator, qui medius eſt, habeat ſemicirculũ ſuper horizontem, & ſemicirculum ſub eo: hoc eſt duodecimam arcus horarios ſupra, & totidem ſubter horizontem. Deinde ſequentes duo correlatiui hinc & inde paralleli, & deinde duo ſequentes ſucceſſiuè, vſq; ad extremos minimos, qui tangunt horizontem: & qui parallelorum integre apparẽtium ſunt maximi (quæ ſunt 12. paria) vt coalternos arcus habeant æquales: hoc eſt, vt quot horas parallelus borealis habet ſuper horizontem, totidem auſtralis habeat ſub horizonte: & econtrario: quot hic ſuper, totidem ille ſubter. Igitur primi paris parallelorum hinc & inde poſt Aequatorem ſumptorũ coalternos arcus intelliges habere horas 13. & 11. Secundi autem paris, horas 14. & 10. Tertij paris horas 15. & 9. Quarti paris, horas 16. & 8. Quĩti paris, horas 17. & 7. Sexti paris, horas 18. & 6. Septimi paris, horas 19. & 5. Octaui paris, horas 20. & 4. Noni paris, horas 21. & 3. Decimi paris, horas 22. & 2. Vndecimi paris horas 23. & 1. Duodecimi paris (qui ſcilicet hinc & inde tangunt horizontem) horas 24. & 0. Nam ex his duobus borealis totus extat, auſtralis totus delitеſcit, in puncto tangentes. Quæ omnia paruo negocio, ex æqualitate ſphæralium triangulorum demonſtrantur. Quod, ſi ſicut in præcedenti capite imaginati ſumus duos conos, quorum baſes ſunt circuli paralleli tangentes horizontem, vertex verò communis centrum mundi; ita nunc & in vnoquoq; pari dictorum parallelorum faciamus; iam adipiſcemur vndecim alia paria conorum ſingula pro baſibus correlatiuos parallelos, & pro vertice communi vniuerſale centrum habẽtia, relinquẽtia in medio æquatorem: cuius ſuperficies plana per dictũ centrum ſibi commune incedit. Quibus ita intellectis, ſequitur, vt ſicut in capite præmiſſo, planum horologij ſecãs circulos horarios, hoc eſt ſuperficies eorum planas, faciebat lineas horarias eiuſdem nominis: & ſecans conicas ſuperficies parallelorum tangentium horizontem,

faciebat curuas periferias, quas lineæ horatum meridianarum secant, & in sectionum punctis tangunt lineę occasuales; Ita nunc ipsum horologij planum secans Aequatorem faciat lineam rectam æquinoctialem: in quam desinunt vmbræ per totum diem æquinoctij. & secans vtrinq; ab ęquatore conicas superficies dictorum conorum, faciat hinc & inde curuas periferias hyperbolarum, in quas desinunt vmbræ hinc æstiuæ, inde hyemales: ita vt Sol in oppositi, hoc est, correlatiui paralleli periferiam iaculetur vmbram. Et notandum quòd hæ sunt periferiæ, & curuæ lineæ in horologiorum planis notandæ: quia fiunt à parallelorum conicis superficiebus ordinatorum secundùm crementa horarum. Sed infra in quinto & sexto capite dabitur modus describendi Aequatorem & lineas huiusmodi curuas hyperbolicas vtrinq; ab Aequatore, quæ pertinent ad parallelos tropicos, & per initia duorum mediorum signorum productos hinc & inde. Quo videlicet vmbra desinens in lineam rectam æquinoctialem indicet Solem esse in principio Arietis, aut Libræ: desinens autem in hyperbolem Tropici æstiui, ostendat Solem esse in principio Cancri, desinens in contrapositam, in principio Capricorni. Desinens in contrapositam iuxta æquatorem, hinc in principio Tauri, aut Virginis: inde in principio Piscium, aut Scorpij. In contrapositas sequentes, hinc in principio Geminorum, aut Leonis: inde in principio Aquarij, aut Sagittarij. & sic distinguitur zodiacus in plano horologij: sicut in duobus dudum memoratis capitibus inferius docebimus. Sed distinctio superior parallelorum vsq; ab tangentes horizontem facta pertinet ad totam arcuum diurnorum diuisionem, etiam si Sol, aut astrum quodlibet inde radiaret, vmbramq; proijceret. Quamquam habentibus zenit in Arctico, vel Antarctico tangentes horizontem sunt ipsi Tropici: qui tangunt zodiacum. qui ibi quotidie vnitur horizonti. Qui verò habent zenit inter arcticum, & polum, sortiuntur circulos tangentes horizontem maiores Tropicis. & extra tangentes habent parallelos aliquot Solis, aut integros super horizontem, aut integros subter eum, vt nox, vel lux continua compleatur plures dies. Vnde tunc vsu veniunt illis lineæ horariæ se inuicem in axe secantes, quandiu Sol non occidit.

Vlterius notatu dignum est, quòd si duo circuli per polos, quasi coluri, qui sunt de numero horariorum secantium, cũ Aequatore faciant in sphærica superficie, octo triangula ex quadrantibus circulorum composita: hæc erit prima diuisio, in qua considerantur 7. puncta, scilicet centrum mundi & sex puncta, in quibus periferiæ dictorum trium circulorum se intersecant: & qui sunt sex poli eorum. His tribus adde quatuor alios per mundi polos, qui cum coluris æquatorem in 12. arcus diuidunt: qui singuli comprehendunt duas horas. Adde sex pa-

rallelos hinc & inde totidem ab Aequatore, per crementa binarum horarum dispositos: & est secunda diuisio, quæ habet 19. circulos. Adhuc, si per polos ducantur 12. circuli secantes, per singularum horarum spacia; & per puncta diuisionum 24. tangentes (vt dictum est) cũ Aequatore facient 37. circulos magnos. Demum accumula sup hos etiam numerum parallelorum 24. per singularum horarum crementa (vt diximus) distributorum, in quorum medio Aequator maximus incedit. & constabis 61. Quod mirabile mihi videtur: quoniam hi numeri 7. 19. 37. 61. sunt numeri hexagoni æquianguli, dignitatis eximiæ: quoniã super vnitatem successiue aggregati, cõstruunt cubos p ordinẽ.

Denique Regula hæc obseruanda: quòd vbicunq; se inuicem secant duo circuli horarij in sphæra, communis eorum sectio est diameter vtriusq; ac mundi. & tunc, si planum horologij secet talem diametrum, in eodem puncto secant se inuicem lineæ horariæ talium circulorum in ipso plano. Si autem planum æquidistet diametro, secans tamen planities circulorum: tunc lineæ horariæ sunt æquidistantes in plano horologij. Si verò planum æquidistet vni ex circulis horarijs: tunc eius linea horaria euanescit, apparente reliqua.

Super linearum sectione, & Aequidistantia Regulæ. Cap. III.

His prælibatis, sequuntur regulæ. Prima. Omnes lineæ, quæ horas à meridie ceptas distinguũt, in horologio horizontis obliqui, & verticali & Aequinoctiali, se inuicem super axe intersecant. Sed in horologio meridiano & horizontis recti sunt æquidistantes. Secunda Regula: duæ lineæ ex his quæ horas ab occasu distinguunt per quadrãtem remotæ à linea ex his, quæ horas à meridie terminant, in omni horologio, in vno se inuicem puncto, cum tali linea super lineam æquinoctialem intersecant: sed in horologio æquinoctiali æquidistant.

Tertia Regula: duæ lineæ horariæ tangentes vtrinq; æqualiter remotæ à linea horaria secante cum ipsa in vno se inuicem puncto secant.

Quarta Regula: sequitur ex secunda lineæ horariæ ab occasu secant lineam æquinoctialem in ijs punctis, in quibus eandem secant lineæ horarum à meridie ceptarum. Quinta Regula sequitur ex tertia. Nam quando tres circuli, duo tangentes à medio secante æqualiter remoti habent communem lineam pro sectione; tunc duæ lineæ horariæ, (quas faciunt duo circuli ex illis) in plano horologij æquidistantis reliquo circulo, sunt æquidistantes. & huius circuli linea euanescit in dicto plano: quia non secat ipsum. Sexta Regula est, quòd distantiæ linearũ tangentium à linea secante, considerantur in punctis contactuum periferię, & in puncto sectionis. Septima Regula: Planum horologij sistẽ-

dum est ad æquidistantiam alicuius notabilis circuli: cuius situs est facilis cognitu. vt pote planum horologij æquinoctialis sistetur ad æquidistantiam æquatoris. Planum horologij horizontalis ad æquidistantiam horizontis. Planum horologij verticalis ad ęquidistantiam circuli verticalis. Planum horologij meridiani ad æquidistantiam meridiani. Octaua Regula: linea horæ vigesimęquartæ & horæ duodecimę ab occasu: & linea horæ sextę à meridie in horologio verticali sunt æquidistantes, sicut in horologio æquinoctiali. & tamen in plano circuli verticales & in plano horologij meridiani concurrunt. & est exceptio secundę regulę. Nona Regula. Omnes duę lineę horarię in plano cuiuslibet horologij ęquidistantes, in plano tamen circuli, cui horologium ęquidistat, concurrunt. Decima Regula: vertex styli seu gnomonis proijcientis vmbram, statuendus est in centro mundi, in quo cō currunt duo coni, de quibus in pręcedenti. Atq; ita vertex styli horarum indicis statutus in centro communi omnium circulorum horariorum, semper proiicit vmbram in planum circuli horarij à Sole possessi: & perinde in lineam horariam, quam facit planum talis circuli secans planitiem horologij cuiuslibet. Quę omnia ideo adducta sunt, vt speculatio melius intelligatur, & situs linearum intellectus ad fabricam vsu ueniat. Nunc his iam regulis pręscriptis, & iactis fundamentis, veniemus ad modum descriptionis ipsarum linearum. & vt à faciloribus exordium capiamus, eas, quę horas à meridie discernunt, primò tractabimus.

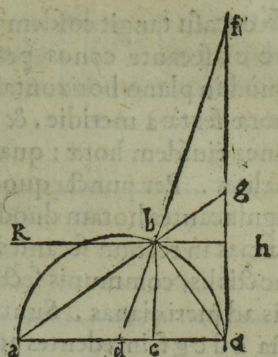
De lineis horariis à meridie incipientibus.

Cap. IIII.

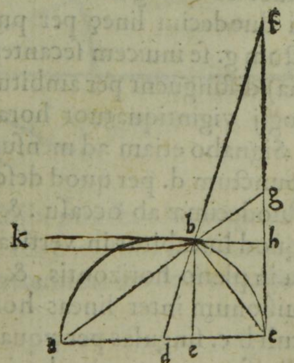
CIRCVLI horarij meridianarum horarum terminatores (vt dictum est) incedunt per polos mundi, & secantes Aequatorem, faciunt in eius plano 12. diametros: quę productę in communem sectionem Aequatoris & horologij meridiani cadentes terminant puncta, per quę ducendę sunt lineę horariæ æquidistantes quòd, (quoniam dictum horologium plano meridiani æquidistat) quæ horas à meridie distinguunt in dicto horologio, & in horologio recti horizontis. Quarum linearum media in illo, est linea horæ sextæ vel decimæoctauæ: in hoc autem ipsa linea meridiana, hoc est, communis sectio meridiani cū horologij plano. Ex qua consideratione facillimè sequitur modus huiusmodi lineas describendi, sicut postea docebimus. Nam prius horologium horizontis, dein verticale tractandum est. Hæc enim sunt magis necessaria, & vsui frequentiora.

Et in primis intelligatur semicirculus meridiani a b c. super diametro a c. centroq; d. Ponaturq; angulus b a c. latitudo loci, vtputa graduum

duum 38. quanta est latitudo Messanæ hìc in freto Siculo. At b e. perpendicularis ad diametrum a c. ad quam & perpendicularis sit c f. cui ad punctum f. cōcurrat linea d b. & a b. producta ad punctum g. Demū b h. perpendicularis ad ipsam c f. & connectatur b c. Ex hac enim descriptione pendet speculatio & fabrica horologij tam horizōtalis, quàm verticalis. Nam recta a b g. est axis mundi, a c. linea meridiana in horologio horizontali c f. linea meridiana in verticali plano horologij b c. communis sectio meridiani & æquatoris b e. stylus perpendicularis ad planum horologij horizontalis b h. stylus perpendicularis ad horologium verticale. a. quoq; punctum, in quo lineæ horarium à meridie in horologio horizontali se intersecant. g. autem punctum, vbi lineæ prædictæ sese in plano horologij verticalis inuicem dispescunt. De quarum linearum numero est ipsa meridiana linea a c. in plano horizontalis. & ipsa c f. in plano verticalis horologij. Ipsum autem c. punctum, in quod cadit vmbra meridiana æquinoctialis, in confinium vtriusq; horologij.



Hic notandum, quòd si a g. axis sit funis intentus; iam eius vmbra iudicabit horam à meridie. Nā ad instans meridiei cadet super ipsam a c. meridianam, & successiue super reliquas lineas antemeridianas & postmeridianas, vel in earum interstitijs. & similiter in horologio verticali, in meridie cadet super c f. meridianam, & super alias eiusdem plani verticalis, vel in earum interstitijs. Vnde vmbra talis funis erit communis iudex in vtroq; horologio, horizontali, scilicet & meridiano. (quod & fieri poterit pro horologio meridiano, in quo lineæ horariæ prædictæ sunt æquidistantes.) Igitur & punctū b. quod est vertex tam styli b e. quàm styli b h. iacens in ipso axe a g. proiiciet extremitatem vmbræ ipsius styli in lineam horariam horæ instantis, vel in earum interstitium: & iudicis officio fungetur pro vtroq; horologio. Quo si conos in primo capite memoratos recolis, intelliges rectam h b k. iacere in lateribus conorum continuatis: & esse tactum communem horizontis & conorum. Item intelliges lineam d b f. continuare latera opposita eorundem conorum: uibus planum circuli horæ duodecimæ

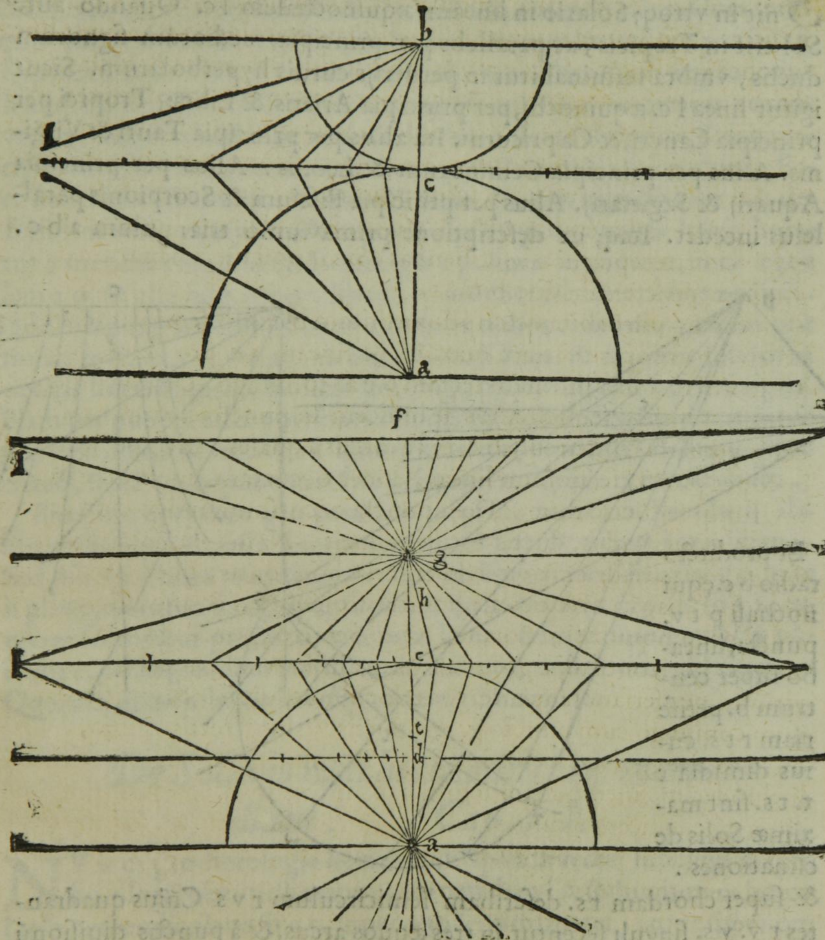


ab occaſu tangit eoſdem conos. Quæ d b f. iacet in plano meridiani a b c. ſecante conos prædictos per axem a b g. Item aduertendum, quòd in plano horizontalis horologij, per punctum a. incedit linea horæ ſextæ à meridie. & per punctum g. in horologio verticali tranſit linea eiuſdem horæ: quæ ſingulæ ſecant meridianas a c. c f. orthogonaliter. Per puncta quoque d f. in ijſdem horologijs tranſeunt lineæ ſignificantes horam duodecimam ab occaſu, vel ortu: & dictas meridianas in rectum ſecantes. Adhuc per punctum c. incedit linea æqui noctialis, communis ſectio dictorum horologiorum, & perpendicularis ad meridianas. Sunt autem hæ quinque lineæ per totidem puncta a d c g f. incedentes ad deſcribendũ faciles: quoniam, ſcilicet perpendiculares ad meridianam. & vſu venient ad lineas horarum ab occaſu vel ortu ceptarum deſcribendas. Sicut poſt meridianarum deſcriptionem pedetentim docebimus.

Sumo in præhabita deſcriptione lineam b c. pro ſemidiametro paralleli integre apparentium maximi. & lineam a c. pro ſemidiametro horizontis. quas in vnam rectam b c a. coniungo. Deinde ſuper centris a b. deſcribo ſemicirculos ſe inuicem in puncto c. tangentes. Sectaq; periferia ſemicirculi b c. in 12. arcus æquales, duco per centrum b. & per puncta ſectionum lineas, donec occurrant lineæ l c. tangenti vtrunq; ſemicirculum. Dein puncta occurſuum iungo cum centro reliqui ſemicirculi a. ductis totidem lineis. Nam ipſæ ſecabunt periferiam ſemicirculi a c. quæ eſt periferia horizontis. ſicut eam ſecant linea meridiana a c. & cæteræ horariæ ſequentes. & anguſtiora ſpacia erunt propinquiora meridiano. Quo peracto, coniungo ſemidiametros a c. horizontis, & c g. circuli verticalis in vnam rectam: linea l c. vtriuſq; periferiam tangente. & vt docuimus, diuiſa, & puncta diuiſionum coniungo cum puncto g. productis vtrinq; rectis quinq;. Produco & a m. g n. ad rectos ipſi a c g. Sic enim in horologio horizontali duodecim lineę per punctum a. & in verticali totidem per punctum g. ſe inuicem ſecantes. (de quorum numero eſt a c. c g. meridiana) diſtinguent per ambitum tam horizontalis, quàm verticalis horologij vigintiquatuor horarum ſpacia, circulis horarijs interiecta.

Signabo etiam ad menſuram primæ figurationis, in linea meridiana punctum d. per quod deſcribetur in horologio horizontali linea horæ duodecimæ ab occaſu. & in linea meridiana verticalis punctum f. per quod lineabitur in verticali linea eiuſdem duodecimæ ſuſcipientes illa in plano horizontis, & hæc in plano verticalis horologij ſpacia diuiſionum inter lineas horarias. Partior quoq; periferias horarias circuli b c. ſingulas per æqualia: & ſimiliter per lineas actas per puncta diuiſionum, partior horizontale, & verticale horologium: ſicut in

integris horis feceram. Sic enim tam in horizontali, quàm in verticali horologio, linea horæ duodecimæ per punctum ibi. d. hìc per punctum f. deducta suscipiet dimidiatas horarum in lineis diuisiones.

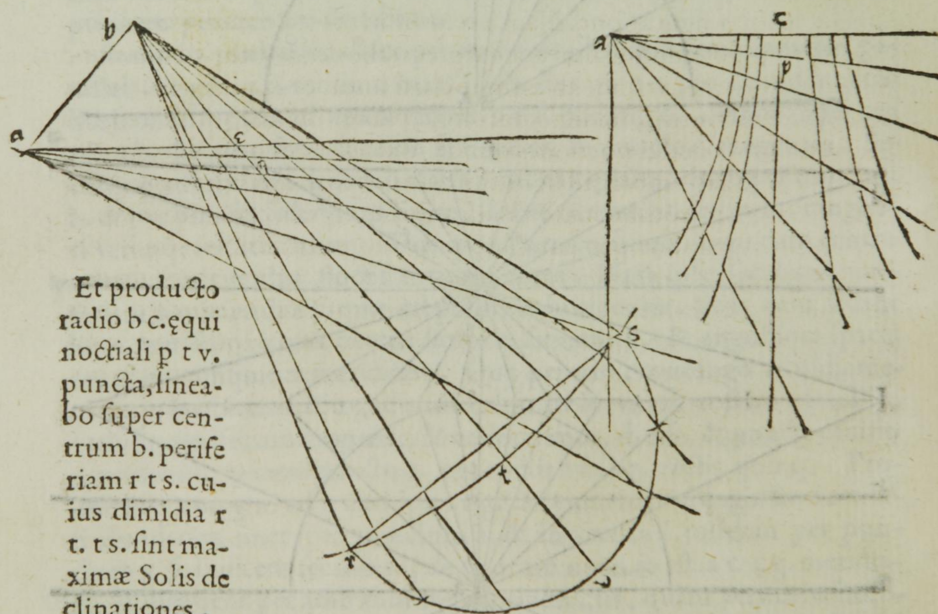


Demum signabo in linea meridiana hìc & ibi puncta e h. in quibus styli singuli ad plana sua perpendiculares erigendi sunt, scilicet e b. h b. ex primo lineamento. cuius vmbræ extremitas hìc & ibi erit horarum index.

De

De parallelorum per initia signorum descriptione. Cap. V.

SOLE existente in æquatore, vmbra iudicis per totum diem desinit in vtroq; Solario in lineam æquinoctialem l c. Quando autẽ Sol erit in Tropicis, ac parallelis per principia mediorum signorum ductis, vmbra terminabitur in periferijs curuis hyperbolarum. Sicut igitur linea l c. æquinoctij, per principia Arietis, & Libræ; Tropici per principia Cancri, & Capricorni. Ita alius per principia Tauri & Virginis. Alius per principia Geminorum & Leonis. Alius per principia Aquarij & Sagittarij. Alius per principia Piscium & Scorpionis parallelus incedet. Itaq; ex descriptione prima sumo triangulum a b c.



Et producto radio b c. ęquinoctiali p t v. puncta, lineabo super centrum b. periferiam r t s. cuius dimidia r t. t s. sint maximæ Solis declinationes.

& super chordam r s. describam semicirculum r v s. Cuius quadrantes r v. v s. singuli secentur in tres æquos arcus. & à punctis diuisionũ cadant perpẽdiculares ad chordam r s. occurrentes ad periferiam r t s. & puncta occursuum copuletur cum centro b. per 7. lineas rectas. quarum vna est b c t. radius Solis æquinoctialis. Extremę autem b r. b s. radij Solis in Tropicis. Binæ verò, & binæ mediæ, radijs Solis in principijs mediorum signorum constituti. Qui radij in arcu r t s. determinant Solis declinationes in eisdem locis. Hunc circuli sectorem cũ suis radijs ad Solis parallelos per principia signorum ductos terminatis,

tis, voco Zodiacum horologij. Quem intelligo circunduci circũ axem mundi a b g. ita vt radius æquinoctij b t. semper instet perpendicularis ad axem a b g. Nam per talem motum, radius vt qui semper fertur in plano Aequatoris, describet in plano horizontalis horologij rectam, quæ dicitur æquinoctialis linea. Radij autem b r. b s. Cum reliquis medijs describẽt singuli in dicto plano curuas lineas, seu periferias hyperbolarum vtrinq; ab æquinoctiali linea. In rectam æquinoctialem desinet vmbra styli per totum æquinoctij diem. in cæteras curuas vtrinq; singulas desinent vmbræ, dũ Sol existet in Tropicis, & in principijs mediorum signorum à quatuor parallelis radij descendunt. Ecce habes hic Theoriam. Et quoniã super lineam meridianam a c. describitur linea æquinoctialis c p. cum ipsa a p. & cæteris lineis horarijs à meridie continuatis: faciam ipsi a p. lineæ in zodiaco, lineã æqualem a q. in alia figuratione. Nam a q. producta secabit radios zodiaci. inde sumam portionibus lineæ a q. inter radios cadentibus æquas portiones in linea a p. vtrinq, ab æquinoctiali linea. & similiter faciam in cæteris lineis horarijs, in dicto horologij plano sub ipsa a p. descriptis. Nam per puncta tales portiones diuidentia delineabuntur dictæ curuę periferiæ, in quas vmbræ ad signorum initia pertinentes desinent vltra citraq́, lineã c p. æquinoctialẽ: tã infra, quàm supra a c. meridianam.

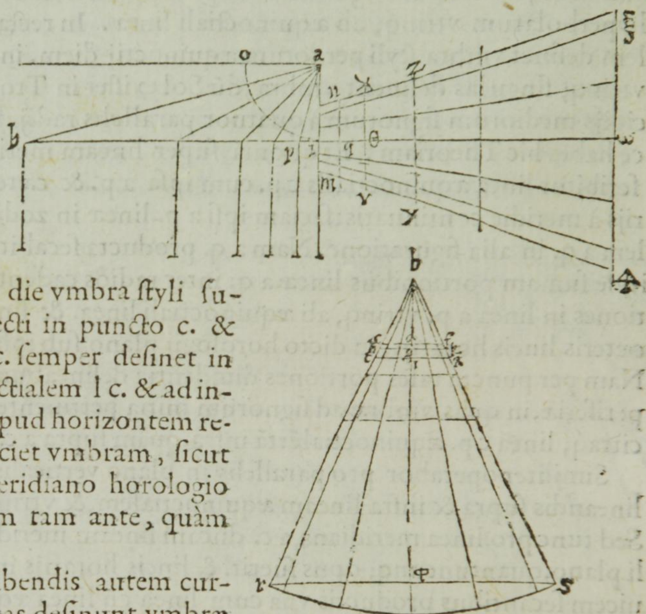
Similiter operabor pro parallelis in plano verticalis horologij delineandis supra & infra lineam æquinoctialem, & vtrinq; à meridiana. Sed tunc pro linea meridiana a c. ducam lineam meridianam g c. in tali plano, quantuncunq; opus fuerit. & lineis horarijs in puncto g. se inuicem secantibus productis vnà cum linea cũ linea æquinoctiali p pũctum c. orthogonaliter meridianam secante, eadem omnia faciam. Quorum demonstratio haudquaquam obscura est.

De Solario recti horizontis, & meridiani. *Cap. VI.*

NVNC pro horologio horizontali Sphæræ rectæ intelligo in ipsa horologij planitie lineam æquinoctialem l c. stylus autem horologio perpendicularis sit a c. super quo semidiameter, atque super centro a. describam circuli quadrantem c p o. Cuius periferiam partior in sex æquos arcus. & per puncta diuisionum centrũq; a. duco rectas a l. a p. & reliquas cadentes in ipsam l c. æquinoctialem Spacijs autem l c. lineæ ponatur ex alia parte vltra punctum c. totidem spacia singula singulis æqualia. & per puncta diuisionum ducam lineas in rectum angulum ipsi l c. hoc per punctum c. lineam m c n. meridianam per puncta q θ. sequentium spaciorum rectas v q x. y θ z. & per sequentia puncta

cta cæteras vtrinq; à meridiana m n. ad rectos ipſi l c. ipſę nanq; erunt lineæ horariæ horizontis recti.

Et hæc eadem deſcriptio eſt cuiuslibet horologij meridiani. Sed tunc ipſa linea æquinoctialis l c. debet ſiſti in ipſo plano meridiani horologij ſecundùm ſitum latitudinis loci, vbi conſtituitur horologium.



Atque linea m c n. ibi eleuabitur ſecũdùm altitudinẽ poli (quoniam æquidiſtat axi mundi) igitur in ipſo æquinoctij die vmbra ſtyli ſuper planum erecti in puncto c. & æqualis ipſi a c. ſemper deſinet in lineam æquinoctialem l c. & ad inſtans meridiei apud horizontem rectum non proiiciet vmbram, ſicut in quocunq; meridiano horologio ad horam ſextam tam ante, quàm poſt meridiem.

Pro deſcribendis autem curuis lineis, in quas deſinunt vmbræ Solis tropicæ, & quatuor mediorũ vtrinq; parallelorum; repeto zodiacum dudum compactum, in quo ex radio æquinoctiali b t. ſumo ipſi a c. æqualem lineam l d. & per pũctum d. duco e d f. ad rectos ipſi radio, cui facio æqualem m c n. in horologio. Item ipſi a p. ſiue a q. facio æqualem b g. & ducta ſimiliter h g k. pono ipſi æqualem v q x. Adhuc ipſi a θ. facio æqualem b i. & ſimiliter pono ipſi æ i œ. æqualem γ θ z. & ſic deinceps, donec ipſi a ſ. fiat æqualis b ♃. ductęq; ſimiliter r ♃ s. ponatur æqualis in horologio φ ω ξ. Nam per puncta m v γ φ. & per puncta n x z ξ. ibunt curuæ periferiæ, in quas deſinunt vmbræ tropicæ. & per alia puncta media, in quibus ſumuntur ſpacia de zodiaci figuratione vtrinq; à radio æquinoctiali b t. ad laterales radios, ibunt curuæ periferiæ, in quas terminabuntur vmbræ reliquorum parallelorum per principia mediorum ſignorum. Nam dum totus ſector b r s. circunducitur ſuper axem mundi per motum primum: ipſe b t. radius æquinoctialis fertur ſemper in ipſa linea l c ω. æquinoctiali. & radij tropici b r. b s. feruntur per cur-

uas

uas periferias m y φ. & n z ξ. & radij mediorum parallelorum per principia mediorũ ſignorũ, ibunt ſimul p medias periferias, ſinguli ſcilicet radij ſingulas, ſicut æquinoctialis æquinoctialem lineam, deſcribentes in plano ipſius horologij: quemadmodum idem ſector b r s. ſimiliter circa mundi axem circunductus cum ſuis radijs, in horologio horizontis obliqui, & eius verticali, lineam æquinoctialem, & eaſdem curuas periferias deſcribebat. Vnde talis deſcriptionis Theoria, per ſitum, motum, & menſuras ſatis noteſcit acutis ingenijs.

Poteſt quoque in meridiano horologio recti horizontis fieri horarum deſcriptio ſimilis & eadem penitus, quæ dudum facta eſt in ipſius Sphæræ rectæ horizonte. Omnis enim meridianus eſt rectum horizõ alicuius loci: cum tranſeat per polos mundi, ſicut horizon rectus: Vnde ſuſcipit eandem penitus lineationem.

Sed horologium verticale horizontis recti ſiſtendum eſt ad æquidiſtantiam æquatoris, qui vicem gerit verticalis in Sphæra recta: in quo quidem horologio lineæ horariæ 12. ſecantes ſe inuicem in centro (de quarum numero ſunt linea meridiana, & linea horæ ſextæ) partiuntur periferiam æquatoris ſeu verticalis horologij in 24. arcus æquales. Et ſtylus ibi, eſt portio axis per tale centrum incedentis, ſiue æquidiſtans axi.

Vnde huiuſmodi horologium æquinoctiale in quolibet horizonte obliquo conſtitui poteſt, ſecundùm inclinationem æquinoctialis, & ſitum axis ad eleuationem poli. Et tunc in punctis diuiſionum dictorum 24. arcuum totidem rectæ circulum tangentes determinabũt horas ab occaſu numerandas: vbi ſtyli indicis vertex (qui portio eſt axis) ſtatuendus eſt in plano horæ vigeſimęquartæ. qui ſtylus vtrinq; promineat à centro æqualiter. Nam Sol exiſtens in ſex ſignis ſeptentrionalibus illuminabit faciem horologij ſuperiorem: in auſtralibus inferiorem.

Demum horologium verticale Sphæræ rectæ pro habitantibus ſub polo, fungatur officio horizontalis: & viciſſim horologium horizontale recti horizontis his, qui ſub polo habitant, conuertetur in verticale. Quæ omnia perſpicacibus ingenijs tam facilia intellectu, quàm iucunda ſitu videbuntur. Sed hæc hactenus. Poſt hac de lineis horas ab occaſu, vel ortu exorſas diſtinguentibus tractabimus: vt occaſuales ſeorſum deſcriptæ facilius & diſtinctius intelligantur. Nam hæ vnà cum meridianis locatæ confuſionem lectoribus ingerunt. Sed prius oportunum fuerit Regulas tertij capitis de ſectionibus, & æquidiſtantijs linearum in tabellam exponere.

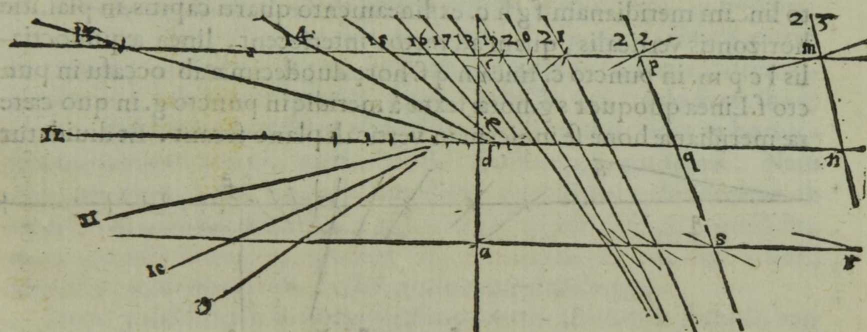
per 4ª Rᶜ¹ᵃ.	per tertiã.	per tertiã.	per tertiã.	per tertiã 3ᵗⁱʲ cap.
Æqnoctialis ĩ vno pũcto secat horas ab occasu à mer.	Hora. 24. ab occasu in vno puncto secat horas ab occ. à mer.	Hora. 12. ab occasu in vno puncto secat horas ab occ. à mer.	Hora. 6. à meridie in vno puncto secat horas ab occasu	Meridiana linea in vno puncto secat horas ab occasu
24 . 6	24 . 12	24 . 6	24 . 12	24 . 0
23 . 5	23 . $11\frac{1}{2}$	23 . $5\frac{1}{2}$	23 . 13	23 . 1
22 . 4	22 . 11	22 . 5	22 . 14	22 . 2
21 . 3	21 . $10\frac{1}{2}$	21 . $4\frac{1}{2}$	21 . 15	21 . 3
20 . 2	20 . 10	20 . 4	20 . 16	20 . 4
19 . 1	19 . $9\frac{1}{2}$	19 . $3\frac{1}{2}$	19 . 17	19 . 5
18 . 0	18 . 9	18 . 3	18 . 18	18 . 6
17 . 11	17 . $8\frac{1}{2}$	17 . $2\frac{1}{2}$	17 . 19	17 . 7
16 . 10	16 . 8	16 . 2	16 . 20	16 . 8
15 . 9	15 . $7\frac{1}{2}$	15 . $1\frac{1}{2}$	15 . 21	15 . 9
14 . 8	14 . 7	14 . 1	14 . 22	14 . 10
13 . 7	13 . $6\frac{1}{2}$	13 . $0\frac{1}{2}$	13 . 23	13 . 11
12 . 6	12 . 6	12 . 0	12 . 24	12 . 12
11 . 5	11 . $5\frac{1}{2}$	11 . $11\frac{1}{2}$	11 . 1	11 . 13
10 . 4	10 . 5	10 . 11	10 . 2	10 . 14
9 . 3.	9 . $4\frac{1}{2}$	9 . $10\frac{1}{2}$	9 . 3	9 . 15
8 . 2	8 . 4	8 . 10	8 . 4	8 . 16
7 . 1	7 . $3\frac{1}{2}$	7 . $9\frac{1}{2}$	7 . 5	7 . 17
6 . 0	6 . 3	6 . 9	6 . 6	6 . 18
5 . 11	5 . $2\frac{1}{2}$	5 . $8\frac{1}{2}$	5 . 7	5 . 19
4 . 10	4 . 2	4 . 8	4 . 8	4 . 20
3 . 9	3 . $1\frac{1}{2}$	3 . $7\frac{1}{2}$	3 . 9	3 . 21
2 . 8	2 . 1	2 . 7	2 . 10	2 . 22
1 . 7	1 . $0\frac{1}{2}$	1 . $6\frac{1}{2}$	1 . 11	1 . 23
æquidistantes in horologio æquinoctiali.	ęquidistãtes in horologio horizontali.	æquidistantes in horolo. verticali graduũ 45.	æquidistantes in horologio horę sextæ.	æquidistantes in horologio meridiano.
per 5ª Rᶜ¹ᵃ.	per quintã.	per quintã.	per quintã.	per quintã. 3ᵗⁱʲ cap.

Hæc tabula vsu ueniet deinceps descriptioni linearum occasuales horas indicantium. Sicut per ordinem docebimus.

De

De lineis occaſualibus deſcribendis. Cap. VII.

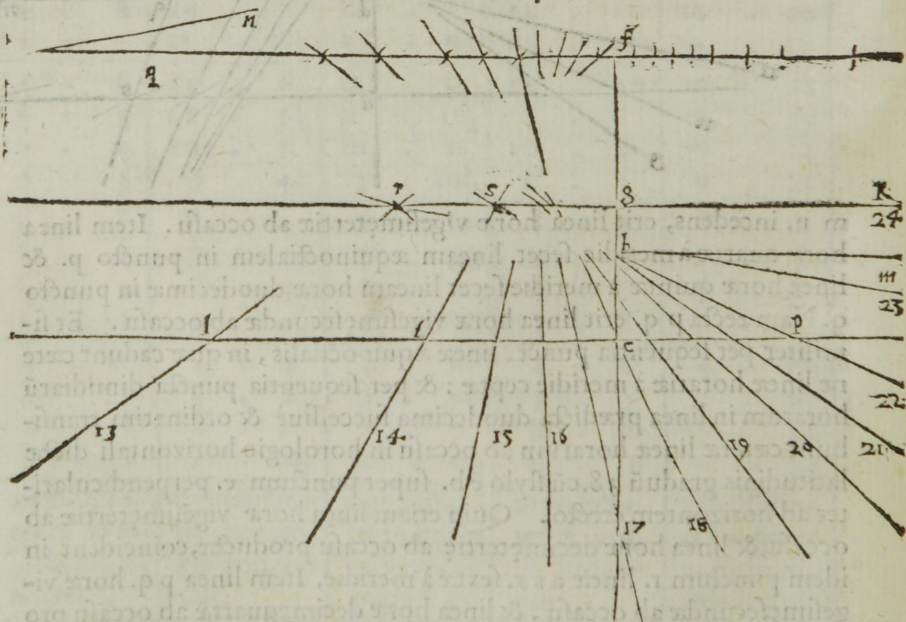
SECTIO & æquidiſtantia linearum ſupra ſcriptæ tabellæ ſumuntur ex regulis tertij capitis. Hinc pendet modus deſcribendi lineas horarum ab occaſu exorſarum terminatrices. Exempli gratia, pro horologio horizontali latitudinis gr. 38. aſſumo ex deſcriptione quarti capitis lineam meridianam c e d a. lineam æquinoctialem l m. lineam horæ duodecimæ ab occaſu d q n. lineam quoq; horæ ſextæ à meridie a s r. cum ſuis ſingulas ſpacijs ac diuiſionibus. Et in linea æquinoctiali ſit m. punctum, per quod incedit quinta linea à meridie. In linea verò d q n. horæ duodecimæ ab occaſu ſit n. punctum, per quod tranſit linea horæ quintæ ac dimidiç à meridie. Nam recta linea per puncta



m n. incedens, erit linea horæ vigeſimçtertiæ ab occaſu. Item linea horæ quartæ à meridie ſecet lineam æquinoctialem in puncto p. & linea horæ quintæ à meridie ſecet lineam horæ duodecimæ in puncto q. Nam recta p q. erit linea horæ vigeſimçſecundæ ab occaſu. Et ſimiliter per ſequentia puncta lineæ æquinoctialis, in quæ cadunt cæteræ lineæ horariæ à meridie ceptæ: & per ſequentia puncta dimidiarũ horarum in linea prædicta duodecima ſucceſſiuè & ordinatim tranſibunt cæteræ lineæ horarum ab occaſu in horologio horizontali dictæ latitudinis graduũ 38. cũ ſtylo e b. ſuper punctum e. perpendiculariter ad horizontem erecto. Quin etiam linea horæ vigeſimçtertiæ ab occaſu, & linea horæ decimçtertiç ab occaſu productæ, coincident in idem punctum r. lineæ a s r. ſextæ à meridie. Item linea p q. horæ vigeſimçſecundæ ab occaſu, & linea horæ decimçquartæ ab occaſu productæ coincident in idem punctum s. dictç lineç ſextæ. & ſic per ordinem cætera linearum paria in cçtera puncta ſextæ prçdictç lineç cõcurrent. Adhuc in m. puncto, vbi vigeſimatertia linea ſecat çquinoctialem

ctialem lineam, coincidit & linea horæ vndecimę ab occaſu. Sicut linea vigeſimęſecundę vnà cum linea decimę ab occaſu coincidūt ęqui noctiali dictæ in puncto p. Sic etiā lineę vigeſimæprimę & nonæ horarum ab occaſu in vno ſimul puncto concurrunt æquinoctiali lineæ,& deinceps ſucceſſiuè binæ ſequentes. Item, ſi à puncto a. ducatur linea horæ dimidiæ ante meridiem; ſiue 11$\frac{1}{2}$. poſt meridiem (quod idem eſt) ipſa æquidiſtabit lineæ m n. quæ indicat horam 23. ab occaſu. & ſimi liter linea horæ vnius ante meridiem, ſiue vndecimæ poſt meridiem æquidiſtabit lineæ p q. quæ horam vigeſimamſecundam ab occaſu ſignificat. & cæteræ cæteris eodē ordine ſequentes ſingulæ ſingulis ęqui diſtabunt. Quæ ſectiones & æquidiſtantiæ linearum ſequuntur ex regulis tertij capitis: & in tabella præmiſſi apparent.

PONAM nunc exemplum pro lineis ijſdem occaſualibus in horologio verticali ſupradictæ latitudinis graduum 38. Et in primis repeto lineam meridianam f g h c. ex lineamento quarti capitis, in planitie horizontis verticalis, quam ad rectos interſecent, linea æquinoctialis l c p m. in puncto c. linea n q f. horę duodecimæ ab occaſu in puncto f. Linea quoque r s g. horæ ſextæ à meridie in puncto g. in quo cæteræ meridianæ horæ ſe inuicem in verticali plano ſecant. Et diuidatur



æquinoctialis linea, ſicut ibi, in ſpacia horarum à meridie cœptarum. Linea verò n q f. horæ duodecimę in ſpacia dimidiata dictarum horarum: ſicut in horologio verticali per doctrinam quarti capitis.

Quibus

Quibus paratis, per punctum h. in quo figebatur ſtylus h b. agatur linea h k. æquidiſtans ipſi l c. Nam ipſa erit linea horæ vigeſimęquartæ ab occaſu. Deinde in linea ęquinoctiali l c. ſit punctum m. in quo ſecatur à linea quinta meridiei. & in linea n q. f. horę duodecimę punctum n. in quo ſecatur à linea horę $5\frac{1}{2}$. à meridie. Nam recta m n. erit linea horę vigeſimętertię ab occaſu: item in linea æquinoctiali ſit p. punctum horæ quartę à meridie. At in linea horæ duodecimæ ſit q. punctum horæ quintę à meridie. Nam recta per puncta p q. incedens erit linea horę vigeſimęſecundæ ab occaſu. Similiter deinceps ſucceſſiuè per bina quęque puncta ſequentia in lineis l c. & n f. deſcribentur per ſuccedentia ordinatim ſpacia, cæterę lineæ horarum ab occaſu. ſicut docet tabella ſub titulis Aequatoris, & horæ duodecimę. Quin etiam linea m n. horæ vigeſimętertię, & linea l r. horę decimętertię ab occaſu, ſecabunt lineam horę ſextę r g. in vno puncto r. & linea p q. vigeſimęſecundę cum linea s t. decimęquartę horæ ab occaſu, in vno puncto s. coincident in lineam dictam ſextæ. Et ſic per ordinem cætera linearum paria in ſingula puncta ſextæ concurrent: quamuis decimaoctaua non habeat comparem: ſicut in tabella ſub titulo ſextę horę patet. Sed hìc non ſequitur æquidiſtantia linearum, ſicut in horologio horizontali excepto verticali loci latitudinis 45. graduum. Nam eius loci verticale horologium æquidiſtat circulo horæ duodecimæ ab occaſu. & ideo per quartam regulam tertij capitis ſuſcipit æquidiſtantiam duarum linearum, quarum vna numeratur ab occaſu: altera à meridie: ſicut docet tabella ſub titulo horæ duodecimæ.

Item quòd linea h k. horæ vigeſimęquartæ ab occaſu ſecat in vno puncto ſingulas occaſuales iam deſcriptas, & ſingulas meridianas lineas: ſicut in tabella patet ſub titulo horæ vigeſimęquartæ non opus eſt hìc exprimere: cum puncta diuiſionum Aequatoris & lineæ duodecimę ab occaſu ſatis ſint ad deſcriptionem linearum ab occaſu: quam nos hic intendimus. & talis coincidentia in linea vigeſimęquartæ horæ neceſſario ſequatur.

Alia notanda. *Cap. VIII.*

PRAETEREA, quòd lineæ horarum occaſualium in horologio horizontali tangunt Parabolam, cuius vertex eſt punctum d. diameter autem ipſa meridiana linea a d c. & in horologio verticali tangunt Ellipſim, cuius diameter eſt f h. hoc iam in primo capite concluſum, & ſatis diſcuſſum eſt in Theoria. Sed pro fabrica horarum occaſualium in horologio meridiano, procedendum eſt per puncta diuiſionum, in quibus lineæ horarum meridianarum ibi iam æquidiſtãtes ſecant æquatorem & lineas vigeſimęquartæ & duodecimæ horarum ab

occasu: quæ sunt Non coincidentes duarum hyperbolarum contrapositarum. Quarum diameter communis orthogonaliter secat Aequatorem, & eius lineam in communi sectione Non tangentium dictarum. Quas hyperbolas facit planum horologij meridiani, secans contrapositos conos. Quorum vertex communis est in axe, centroq; mundi: qui & axis est ipsorum conorum. & quorum bases sunt duo circuli æquales æquatoris paralleli, tangentes horizontem: sicut in primo capite latius disseruimus. Item ad latitudinem graduum 45. tam in horologio horizontali, quàm verticali, horarum occasualium lineæ tangunt parabolam vtrobiq; similem, & æqualem in punctis, in quibus eandem secant lineæ horarum meridianarum: sicut in primo capite dictum est.

Vlterius notandum, quòd in horologio æquinoctiali, quod est verticale in Sphera recta, si circa mundi axem circunducatur zodiacus quinti capitis: radij tropici, & per capita mediorum signorum incedentes, describunt in plano horologij circulos concentricos ei, quem secant lineæ meridianæ, & tangunt occasuales, & maiores eodem. Sed radius æquinoctialis non describit periferiam, quoniam æquidistat plano ipsius horologij.

Item notandum, quòd quando vmbrę styli vertex cadit in punctũ, in quo se inuicem secant duæ, vel tres lineæ horariæ: in illo instanti terminatur simul hora singularum linearum. Exempli gratia, in lineamento septimi capitis, in puncto m. secant se simul tres lineæ, scilicet linea horæ quintæ à meridie, linea horæ vigesimætertiæ, & linea horæ vndecimæ ab ortu. Si igitur ab occiduo Sole proiiciatur vmbra styli in punctum m. tunc instat hora quinta post meridiem vigesimatertia ab occasu, & vndecima ab ortu. Similiter in quolibet puncto alterius coincidentiæ dicendum.

Regulæ generales. *Cap. VIIII.*

DENIQVE in omni horologio notandum, quòd planum sui circuli æquidistantis (qui circulus in horologio horizontali est horizon, in verticali verticalis, in meridiano meridianus: in æquinoctiali Aequator) transit per cacumen styli proijcientis vmbram & per planitiem labrorum vasis ipsius horologij (quæ labra sunt summitates parietum horologij eiusdem altitudinis cum stylo.) Vnde si ponatur super cacumen styli filum radens planitiem labrorum, & æquidistans alicui lineæ horariæ in fundo vasis descriptæ; tale filum signabit lineam horæ eiusdem in planitie dicta. & tunc linea fundi cum lineis laborũ connectenda est, per lineas in parietibus lateralibus ductas. Nam circulus talis lineæ horariæ sortitur planam superficiem ductam per cacumen styli, & facientem in fundo, labris & parietibus lineas prædictas:

quæ sunt membra continuantia dictam lineam horariam in talibus superficiebus. Vnde Sol existens in plano dicti circuli proiiciet vmbrã dicti fili in lineam talem horariam per fundum, parietes, & labra horologij deductam. Atq; ita vmbra styli semper desinet intra vas horologij siue in fundum, siue in parietes. Quam ob rem, si super planum horologij horizontalis erigantur quatuor parietes secundùm celsitudinem styli, duo quidem æquidistantes meridiano: & duo circulo verticali; habebis in ipsis parietibus singulis lineas horarias prædicto modo descriptas. Et si à cacumine styli in fundo (vt dictum est) erecti, ducantur quatuor styli singuli ad singulos dictos quatuor parietes perpendiculariter: iam tunc in singulis parietibus singuli styli erunt indices horarum: sicut & ipse stylus primum super horizontalem fundum erectus. Sic habes quatuor horologia cum stylis singula suis: bina verticalia, & totidem meridiana. Quod si parietes prædicti ponantur aliorsum vergentes, aut quomodocunq; inclinati ad fundum horizontis: eodem modo penitus, hoc est, per filum & eius æquidistantiã ad lineas fundi, sequetur in talibus parietibus singulis linearum horariarum (secundùm situm parietum) descriptio: ita vt semper styli habeant communem verticem cum primario stylo super fundum horizontalem fixo.

Cvm his nota, quòd stylus in parietalibus horologijs semper sistẽdus est in loco supremo, per quod incedit linea horæ vigesimæquartæ ab occasu: quandoquidem vmbra semper proiicitur deorsum. In horizontali autem horologio stylus figendus est in puncto lineæ meridianæ superius assignato: ita vt vmbra verticis styli desinat in lineas horarias, aut inter earum spacia: & in parietalibus conuenit, vt stylus excitetur ex linea meridiana. Quamquam non refert vbi configatur, sed vbi cacumen habeat, vnde delabitur vmbra.

Deniq; quoniam Sol semper versatur inter parallelos Tropicos: & idcirco in plano horologij omnis, necesse est vmbram styli terminari inter periferias talium parallelorum in ipso plano delineatorum per doctrinam quinti & sexti capitum: propterea satis erit lineas horarias intra tales periferias quasi limites terminari: quod tamen non est necessarium: semperq; licebit omnem lineam horariam produci per fundum parietes, & labra totius instrumenti. Sicut planum circuli talis horæ productum, & secans quamcunque planitiem facit in sectionem lineam horariam sui nominis. Vnde si ponatur imaginarius parallelus extra tropicum, atq; ibi positus Sol, aut astrum radiare intelligatur; sic iam necessaria est prædicta linearum extra Tropicos productio.

Si quis porrò vult horologium iam descriptum coarctare, idem

breuiet omnia proportionaliter. Exempli gratia: si dimidiet stylum, dimidianda erunt singula spacia, seruatis angulis. & sic in augmento.

De locatione Solarij. Cap. X.

CIRCVLVS in plano horizontis describatur: & ab eius centro stylus perpendiculariter erigatur. cuius vmbra ante meridiana in periferiam circuli desinat: & post meridiana rursus in periferiam. Mox arcus punctis periferiarum interiacens per æqualia secetur. Nam linea per punctum sectionis, & circuli centrum ducta erit linea meridiana: sicut docent Victruuius, Proclus, & Ioannes Regimontius. Nam dum vmbra styli cadet quolibet die super istam lineam, erit instans meridiei. In quo instanti vmbra cuiuslibet perpendicularis fili in quodcunq; planum proiecta faciet lineam meridianam. Super quam locanda est linea meridiana tui horologij per regulas superiores constructi, siue ad eius æquidistantiam, vt in situ debitum sistatur horologium. Sed & sagitta, vel acus nauticæ pyxidis per magnetem lapidem attemperata (quod est recentiorum inuentum) indicat meridianam. Conuertitur enim, quasi res animata, vel sensibilis, ad Septentrionẽ, sicut lapis, à quo virtutem talem recipit.

Tandem scito, quòd in describendis horarijs lineijs præsertim occasualibus, opus est instrumentis optimis & magna diligentia, planoq;, & amplo spacio: quod recipiat linearum concursus, quantũcunque opus est. Nunc aliqua occurrunt circa magnetis proprietatem, (quando consideratio talis huc pertinet) dicenda.

CIRCA MAGNETEM PROBLEMATA.

1 CVR magnes attrahit ferrum? An propter similitudinem lapidis cum metallo, cum vix aliunde causa petenda sit, quàm ex hac vniuersali naturæ lege, quæ similia semper copulat, & experientia causam quærit?

Num & vicissim magnes à ferro trahitur? Haud du-
2 bium id quidem: cum experientia id doceat. Nam, sicut lapis paruam acum: ita & ferrum maius exiguum lapidem attrahere probatur. Nam parua sunt ad mouendum faciliora. Vnde si magnes par ferro appropinquet, (dum à singulis funiculis pendent) fit vt vicissim vtrũque alterum attrahat, & vicissim in vnum accedant.

3 An & magnes magnetem attrahit? Vtique non aliter quàm lapis ferrum, aut hoc illum.

4 Cur ferrum instans attractionis virtutem per contactum lapidis acquirit,

quirit non autem lapis per contactum ferri? An quia prior est natura lapidis, qui mineræ vnde abscinditur, naturam sapit: & inde ferrum, sicut riuus à fonte, propagatur? Vnde fit vt & acus acum attrahat. & ordine longo concatenet.

Cur cætera metalla lapidem, à quo trahantur, vel quem trahant, 5
non habent? An quia id proprium ac peculiare sit tenacissimi metalli: quod natura fecisse videtur ad terendum, acuendum, & collimandum cætera? An forte, quia cum cætera recipiant mixturam aliorum, idcircò non sortiuntur aliquem suæ puræ proprietatis, quẽ imitentur, sibique adscribant, lapidem? solumque ferrum mixturæ alienæ immune, similem sibi lapidem, & alterius proprietatis nesciũ nanciscitur?

Vnde dictus Magnes? Siue ab inuentore, qui eum in India inue- 6
nerit, teste Nicandro Poëta; siue à Magnesia regione, in qua sit inuentus, nihil refert. Nam & in Aethiopia, & in Cantabria, & alijs in locis inueniri, certum est. Quo fit vt neque naues in Indico pelago periclitari, neque in Aegypto simulacrum ferreum Arsiones Reginæ in medio tholo ex magnetibus constructo, per Democratis artificium: Neque in Arabia ferreum Mahumetti sepulcrum in ædis medio similiter pendere, & si fabulosum esset, incredibile putandum est.

Cur magnes in vase ligneo innatante positus, determinatam sui 7
partem semper ad Septentrionem (quamuis aliorsum detortus) conuertitur? An quia, cum corpus homogenum sit, naturam totius imitatur: & rupis, siue mineræ de qua fuit abscisus, situm semper quærit: hoc est, vt pars lapidis, quæ ibi ad Septentrionem vergebat (eo iam tralato) eodem respiciat, & eundem amet: vnde & lapide in quotcunque frusta diuiso, vnumquodque frustum naturam totius imitatur?

Cur & lapidis fragmentum id ipsum facit? Quia scilicet, vt dictum 8
est, pars in homogeneis naturam totius imitatur.

Cur & acus seu sagitta, vel lanceola, siue obelus ferreus, post con- 9
tactum lapidis id idem facit? An quia per contactum partes etiam metalli hauriunt, & imbibunt singulæ cognati lapidis partium proprietates: quo fit, vt partes contiguæ ament contrarias mundi plagas, cum separantur?

Cur magnes, vel acus ad eius contactum attemperata non respexit 10
potius Ortum, vel Occasum? An quia Ortus, vel Occasus non est locus fixus, sed secundùm habitantium situm mutabilis: solusq; polus in cœlo stabilis est: quem secundùm mineræ suæ naturam & positionẽ lapis appetat, & ad eum vergens cum quiescente quiescat?

81 Cur nautæ vtuntur iſtoc artificio, & obelo tali ad magnetem temperato? An quia, cognito Septentrione, quem acumen ſagittæ indicat, noſcunt & cæteros per ambitum ventorum tractus, vt ſic certi ſint, quorſum ſit nauigandum? Vnde maiores noſtri, quibus ignotum erat huius nauticæ pyxidis maſticnamentum, vt ſcirent in medio pelago quorſum tenderent; ſtellas circa polum Arcturum, Helicen, & Cynoſuram obſeruabant. atque ita polarem locum notantes, plagas reliquas conijciebant.

82 Sed cur ſagitta, vel obelus à vero Septentrione, quandoque ad dextram, quandoque ad ſiniſtram declinat? An quia ſagitta, ſicut magnes (cuius eſt ſimia) non verum Septentrionem, ſed inſulam quandam (quam Olaus Magnus Gothus in ſua geographia vocat inſulam magnetum) ſemper ex natura inſpicere cogitur? Vnde, quoniam inſula dicta ponitur ab authore prædicto aliquantum remota à polo, ſub longitudine graduum 49. meridianoque tranſeunte per Peloponeſum, vrbemque Coronen; idcirco citra talẽ meridianũ, obelus nauticæ pyxidis Grę cizat (vt vulgato, nauticoq; more loquar) vltra verò dictũ meridianũ maiſtrizat: ſub ipſo verò tali meridiano, recta Septẽtrionẽ, quorſum inſula, reſpicit. Hãc ego declin ationẽ obeli ſepius olim admirabar. Sed poſtquã vidi Olai geographiã, hac mihi rõne ſatisfeci, ſiue quietiorẽ animũ reddidi. Exiſtimo tñ ſup iſtoc negocio cõſulẽdos eſſe peritiores nautas, vtrũ expiẽtiã dictã cauſam cõprobet. aut fortaſſe certius quidquã aſſignẽt. Qũquã ſcio quoſdã de arte nauigãdi ſcribẽtes rẽ in dubio reliquiſſe, adeo nõ ſolũ antiquis ignota, ſed nobis quoq; alicubi dubia ſit. Nec mirũ, cũ multa præterea ſint artificia mechanica à recẽtioribus inuenta, & indies inueniant. Talis eſt ars ſeparãdi aurũ ab argẽto. inuẽtio bõbardę, ars Impreſſoria, Saccari ex arũdinibus excoquẽdi, Speculorũ vitreorũ planorũ mixtura, Machina piſtorũ cribratoria, Ignis excuſſio per colliſionẽ ſclopettis additus. Omitto propugnaculorũ ſtructuras, machinarum genera, & quidquid quotidie noui hominũ malitia, cupiditasq; & vẽter artifex excogitat: Adeo nimirum facile eſt adinuenire, aut inuentis addere.

83 Cur ſagitta pyxidis ſeu magnes poculo natãti impoſitus, detortus à ſitu ſuo nõ ſtatim ad eũ rediẽs quieſcit, ſed pręterit ſemel, iterũ & deinceps? Nõne facit hoc impetus virtutis ferrũ aut lapidẽ mouẽtis? quẽadmodũ põd⁹ appẽſum ſi à ſitu ppẽdicularitatis dimouet, nõ quieſcit, ſtatim ad eã rediẽs, ſed ab impetu proprio impulſum aliquoties vltra citraq; reuertẽs, tãdẽ remiſſa vi ĩ ppẽdiculo ſtabilit. quẽadmodũ & res grauis ad cẽtrũ vniuerſale liberè dimiſſa faceret, donec in eo qeſceret.

37. Febr. 12. Indi. 1569. aduesperascente die Iouis, quem vnctum aut saginatum vocant.

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER TREDECIMVS, Solidorum tertius, & Regularium corporum primus

EX TRADITIONE MAVROLYCI,

PRÆFATIO.



VINQVE sunt solida regularia Geometrarum, scilicet cubus, siue hexahedrum, quod sex basibus quadratis, & octo angulis solidis clauditur. Octahedrum, quod octo triangulis basibus, & sex angulis solidis finitur. vnde hæc duo sibi inuicem correlatiua sunt: quia quot bases habet vnum, tot solidos angulos habet reliquum. Sequitur Icosahedrum viginti triangulis basibus, & duodecim angulis solidis constructum. Inde Dodecahedrum sub duodecim basibus pentagonis & viginti angulis solidis clausum. & est aliud par correlatiuorum corporum vicissim alternans basium & angulorum numerum. Quintum verò solidum Pyramis vnicum est, ac solitarium, correlatiuo carens. ipsum enim met sibi respondet: quandoquidem quatuor triãgulas bases & totidem solidos sortitur. Nec aliud esse solidum Regulare præter hæc quinq; , certis ostenditur argumentis. Nam triangulum ęquilaterum, aut triplicatum, aut quadruplicatum, aut quintuplicatum tantum formare potest angulum solidum (cum anguli plani pauciores tribus non construãt illum) hinc ergo consurgunt tria solida,

ſcilicet pyramis, octahedrum, & Icoſahedrum: ſub quatuor ſcilicet, octo ac 20 triangulis baſibus concluſa. tria inquam tantùm. Deinde quadratum (quę prima triangulum æquilatera, & æquiangula figura ſequitur) triplicatum dumtaxat conſtruit angulum ſolidum: & perinde ſolum generat cubum. & eadem ratione pentagonum æquilaterum & æquiangulum haud pluries quàm ter compactum ad anguli ſolidi formationem conuenit. & dodecahedrum ſolùm compaginat. Unde plura his quinq; regularia corpora non fiunt. Nam ſex, aut plures anguli ex triangulo æquilatero non faciunt angulum ſolidum. Nec plures tribus ex quadrato aut pentagono. Nec minus ex reliquis æquilateris & ęquiangulis figuris. Horum conſtructio in Sphęra, & collatio quo ad latera, quo ad baſes, quo ad ſuperficies, quo ad corpulentias: & mutua inter ea deſcriptio, in quibus tota eorum ſpeculatio verſatur, in tribus his libellis diligentiſsimè traditur, unde & calculus numerarius elici poteſt.

AD ILLVSTRISSIMVM DOMINVM D. HIERONYMVM BARRESIVM.

MAVROLYCI EPISTOLA.



ERE' tibi generosum, & uiro generoso, dignum est ingenium D. Hieronyme, uir clarissime: qui, ut de modestia, liberalitate, cæterisq; uirtutibus tuis taceam; bonis artibus, & mathematicis præcipuè disciplinis tantopere delectaris. Namq; hoc anno, dum Messanæ cum illustri socero tuo, urbis stratego commoratus es; cum alia multa, tum Euclidis elementorum libros duodecim, me legente, intellexisti: & adeo quidem acute, adeo perspicaciter, ut ante singula raperes, quàm ego demonstrarem. Quin etiam tuis me ingeniosis sæpe obiectionibus acutiorem reddebas. Vidisti, quæ Campani placita reijcienda fuerint, quæq; admittenda. Vidisti Zambertum noua sua tralatione, neque iniuria exultantem. qui tamen, quoniam uel paucam uel nullam mathematicæ facultatis peritiam tenet, neq; Campanum scit reprehendere, neq; ipse à Græco exemplari transuorsum pollicem audet excedere, quasi historiam transferret. Nunc autem, cum mense Iunio, unà cum illustri socero tuo, urbe, officij causa abesses: atq; interim ego tres elementorum libros, qui restabant, percurrerem: animaduerti in illis nonnulla facilius ac ordinatius demonstrari potuisse, multa quoq; necessaria deesse. Nec mirum.cum elementorum libri, atq; hi præsertim postremi diuersis traditionibus fuerint immutati. Redegi itaq; horum trium uoluminum propositiones in hunc, quem uides, ordinem. In ipso decimotertio libro addidimus propositionem unam, quæ hìc sexta est: quoniam ipsa decimæquartæ propositioni inseruit, & decimænonæ. Huc etiam ex sequenti libro duas propositiones transtulimus quæ sunt hìc septima, & duodecima. Nam septima facit ad octauæ ipsius & duodecimæ, ac secundæ demonstrationem. & duodecima ad faciliorem decimæquartę conclusionem. Hoc enim ordine, incredibile est memoratu, quanto faciliorem, breuioremq; reddiderimus decimæquartæ demonstrationem. in qua uidelicet pentagoni latus arguitur esse ea irrationalis, quæ Minor appellatur, existente circuli, cui pentagonum inscribitur, diametro rationali. Quartodecimo autem libro adiecimus propositiones quinq; supra uiginti. Quartam uidelicet cum quatuor & uiginti sequentibus: & quidem necessarias, ut pote sine quibus huiusmodi solidorum doctrina erat imperfecta. Nam, si Dodecahedri & Icosahedri comparatio, quo ad superficies, & solida per Hypsiclis industriam laborata circunfertur: cur de comparatione trium reliquorum penitus tacetur? Si Dodecahedri, & Icosahedri bases ab eodem circulo comprehenduntur: nonne cubi

atq;

atque Octahedri quoque bases ab una periferia circunscribuntur? Si Dodecahedri & Icosahedri solida sunt superficiebus proportionalia: & sicut cubi atq; Icosahedri latera; nonne cubi quoq; & Octahedri corpulentiæ sunt spolijs proportionales, ac sicut Pyramidis & Octahedri latera? Sũt omnino: & id nos in nostris additionibus ostendimus: & illud pariter Icosahedrum cubo maius esse. Ut, sicut in ultima Tredecimi fit laterum cõparatio: ita in decimoquarto soliditatum magnitudines inter se per ordinem conferantur. Suspicor hæc eadem ab Apolonio, atq; Aristero fuisse tractata: quæ uel temporis iniuria perierunt, uel hominum inuidia, seu potius negligentia delitescunt. Quindecimum autem librum intactum dimisi, ut eum nobis Campanus exhibuit. quamquam ibi superflue, mea quidẽ sententia, docuit trium solidorum structuram: quæ in tredcimo ab Euclide explicatur. Hanc igitur lucubratiunculam tibi dedicamus, Barresi generose, literatorum amantissime. Videbis demonstrationes summatim collectas, latius posthac, ubi tempus & oportunitas dabitur, exarandas. Nam & totum Euclidem quãdoq; emaculare, facilioremq; reddere decreuimus. interim his utere. Vale & uiue fœlix. Messanæ ex ædibus nostris, 9. Iulij. M. D. XXXII.

Carmen ad eundem.

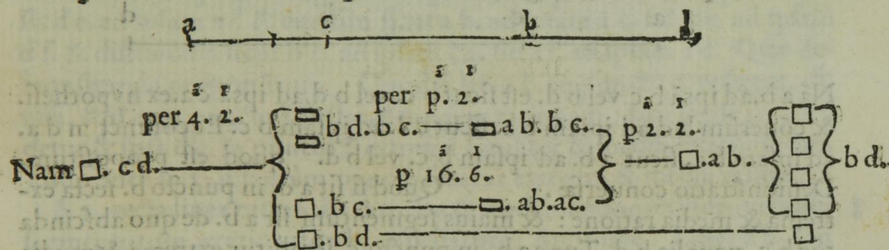
Quis neget esse hominem cœlesti semine factum?
  Quis neget humanos morte carere animos?
Aspice, quàm uarios speculetur acuta recessus
  Mens Geometrarum non nisi plena Deo.
Hi pedibus terram calcantes astra perennis
  Aetheris ingenio supposuere suo.
En bonus Euclides docet hic, Natura quòd æquis
  Hæc tantum basibus corpora quinq; facit.
Pyramidem quatuor: mox octo Trigona secundum;
  Constituunt stabilem sena Quadrata cubum.
Expediunt Solidum uicena triangula quartum
  Postremum bissex pentagonæ facies.
Hypsicles horum confert ratione tenaci
  Nunc spolia & massas, nunc latera atq; bases.
Quin ego sub tantis ducibus uestigia firmans
  Multa quidem super his ingeniosa dedi.
Hæc tibi, cui sacrum est, soboles Barresia, nomen,
  Mittimus. hæc auro sunt preciosa magis.
Diuitijs inhiet tetris ignobile uulgus.
  At tua te dignus pectora pascat amor.

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER DECIMVSTERTIVS, SOLIDORVM Tertius, & Corporum regularium primus.

Propositio prima.

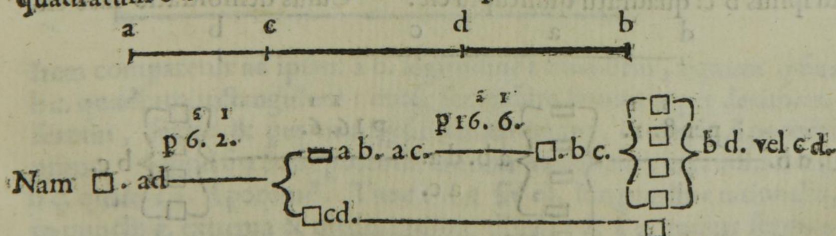
SI recta linea extrema, & media ratione secetur; maius segmentum admittens totius dimidium, quintuplum potest eius, quod ex totius dimidia. Linea a b. in pũcto c. secetur secundùm mediam extremamq; rationem: & maius segmentum sit b c. At b d. sit ipsius a b. totius dimidium: Aio, quòd quadratum ipsius c d. quintuplum est ad quadratum ipsius b d.

Si recta linea sui ipsius segmento quintuplũ potuerit; dupla prædicti segmenti extrema & media ratione dissecta: maius segmentum reliqua est pars eius, quæ in principio, rectæ lineæ. Hæc est conuersa præcedentis. & vtriusq; demonstratio hæc est. 2.



Vnde manifestum est, quòd data linea secundùm mediam extremamq; rationem secta, dantur singula eius segmenta.

Si recta linea media & extrema ratione secetur, minus segmentũ admittens dimidiam maioris segmenti, quintuplum potest eius, quod à dimidio maioris segmenti, quadrati. Vt si a b. linea secetur in puncto c. media & extrema ratione: cuius maius segmentum b c. in puncto d. bifariam secetur. aio; quòd quadratum a d. quintuplum est ad quadratum c d. Potest ostendi sicut antepræmissa. Vel sic. 3.



Et huius etiam conuersa eodem ostendetur syllogismo.

Si

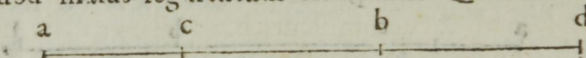
4 Si recta linea extrema & media ratione secetur: quod ex tota & minori segmento vtraq; quadrata triplum sunt eius, quod à maiori segmento sit, quadrati. Linea a b. in puncto c. secetur extrema & media ratione. & b c. maius segmentum: Aio, quòd quadrata ipsarum a b. a c. triplum sunt ad quadratum ipsius b c. Namq;

a c b

□. b a. } per 7. 2. { □. b c.
□. a c. }   { ▭ b a. a c. per 16. 6. { □. b c.
                                                              { □. b c.

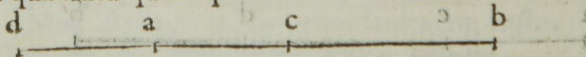
huius quoq; conuersa eodem concludetur discursu.

5 Si recta linea extrema & media ratione secetur: apponaturq; ei linea æqualis maiori segmento: Tunc & tota recta linea extrema & media ratione secabitur: & maius segmentum erit ea, quæ in principio, recta linea. Sit linea a b. in puncto c. extrema & media ratione, secta. & maius segmentum b c. cui æqualis apponatur b d. Aio tunc, quòd & tota a d. extrema & media ratione secatur in puncto b. & quòd maius segmentum est a b. Quod sic ostenditur.



Nã a b. ad ipsã b c. vel b d. est sicut b c. vel b d. ad ipsã c a. ex hypothesi. & cõuersim b d. ad ipsam b a. sicut c a. ad ipsam b c. Et cõiunctim d a. ad ipsam b a. sicut a b. ad ipsam b c. vel b d. quod est propositum. Demonstratio conuersæ. Quòd si sit a d. in puncto b. secta extrema & media ratione: & maius segmentum sit a b. de quo abscindatur b c. æqualis b d. Tunc a b. in puncto c. secabitur extrema & media ratione. & maius segmentum b c. Nam d a. ad ipsam a b. sicut a b. ad ipsam b d. vel b c. & ideo per decimamnonam quinti, sic erit d b. vel b c. ad ipsam a c. quod est propositum.

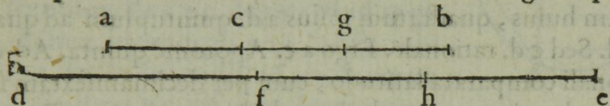
6 Si recta linea extrema & media rõne secet, apponaturq; ei æqualis minori segmẽto: Tota quintuplũ poterit eius, quod à maiori segmẽto, Quadrati. Linea a b. in pũcto c. secet extrema & media rõne. Cuius minori segmẽto a c. ęqualis applicet a d. Aio tũc, ꝙ quadratũ ipsius d b. ad ipsius b c. quadratũ quintuplũ est. Cuius demõstratio hæc est.



□. d b. per 8. 2. { ▭ ▭ ▭ ▭ } a b. d a. a c. p 16. 6. { □ □ □ □ } b c.
□ b c.

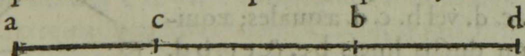
Potest & sub hoc processu, huius conuersa demonstrari. Si

SI duæ rectæ lineæ extrema singulæ & media ratione secentur, totæ ad maiora segmenta eandem habebunt rationem. item totæ ad minora eandem. Item segmenta segmentis proportionalia erunt. Vt si a b. in puncto c. & ipsa d e. in puncto f. extrema & media ratione secentur; quarum maiora segmenta sint b c. e f. Aio quòd a b ad ipsam b c. & d e. ad ipsam e f. proportionales erunt. item a b. ad ipsam c a. & d e. ad ipsam f d. proportionales. Demum b c. ad ipsam c a. sicut e f. ad ipsam f d. Secentur enim b c. e f. singulæ per æqua- 7



lia in punctis g h. Eritq; per tertiam huius, quadratum ipsius a g. ad quadratum ipsius g b. quintuplum. Itemq; quadratum ipsius d h. ad quadratum ipsius h e. quintuplum. Quare, per vigesimam primam sexti, erit a g. ad ipsam g b. sicut d h. ad ipsam h e. Ergo & coniunctim, a b. ad ipsam g b. sicut d e. ad ipsam e h. Sed sicut g b. ad ipsam b c. sic e h. ad ipsam e f. Igitur ex æquali, erit sicut a b. ad ipsam b c. sic d e. ad ipsam e f. & euersim sicut a b. ad ipsam a c. sic d e. ad ipsam d f. & disiunctim sicut b c. ad ipsam c a. sic e f. ad ipsam f d. Quæ demonstranda proponũtur. Quod si sit. a b. in puncto c. vt supra, diuisa. & d e. in puncto f. secta ad eandem rationem: iam facilè concludetur & ipsa d e. in puncto f. extrema similiter & media ratione secari. Vnde linea in vno tantùm puncto secatur extrema & media ratione.

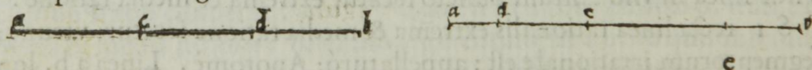
SI recta linea rationalis extrema & media ratione secetur; vtrunq; segmentorum irrationale est: appellaturq; Apotomè. Linea a b. longitudine rationalis, in puncto c. extrema & media tarione secetur. sitq; maius segmentum b c. Aio quòd tam b c. quàm a c. Apotomè est. Sit enim b d. dimidim ipsius a b. Eritq; per primam huius, quadratum ipsius c d. quintuplum ad quadratum ipsius d b. quæ rationalis est. Itaque c d. d b. sunt potentia tantùm commensurabiles. Quare, cum c d. maius nomen sit potentia solum rationale; sequitur vt b c. sit Apotomè quinta, vt docet calculus. 8



Item comparetur ad ipsam a b. lõgitudine rationalem, æquum ipsius b c. quadrato rectangulum: eritq; secundùm latus a c. per decimamsextam, sexti: & per nonagesimamseptimam, decimi, Apotomè prima. Quod si a b. sit potentia tantum rationalis: erit adhuc tam b c. quàm c a. Apotomè. Tunc enim sit e f. longitudine rationalis, in puncto g. extrema & media ratione diuisa: & f g. maius segmentum.

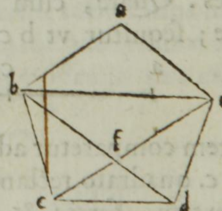
tum. Eritq; (sicut dudum ostensum est) tam fg. quàm g e. Apotomè. & quoniam per hypothesim e f. ipsi a b. potentia communicat: & tota e f. toti a b. & per præcedentem, sicut f g. ad ipsam b c. sic g e. ad ipsam c a. ideo segmenta segmentis in potentia communicant per vndecimã decimi: igitur, p 103. decimi, tã b c. quàm c a. Apotomè est.

Item lineæ a b. in puncto c. vt prius secta maius segmentum b c. sit rationale. Aio, quòd a c. apotomè est. & a b. binomium. Secetur enim b c. in puncto d. per æqualia. eritq; per tertiam huius, quadratum ipsius a d. quintuplum ad quadratum ipsius c d. Sed c d. rationale. Ergo a c. Apotomè quinta. Ad quam ex b c. rationali comparata latitudo, cum per decimamsextam sexti efficiat ipsam a b. erit per 113. decimi, a b. binomium. Rursus si a c. minus segmentum sit longitudine rationale; Aio, quòd a b. erit binomium primum. & b c. tunc binomium. Secetur enim c a. in puncto d. extrema & media ratione: sitq; c d maius segmẽtum: eruntq; a b. b c. c a. c d. d a. continue proportionales. & ideo per æquam proportionem a b. c a. d a. in proportione continua. igitur ab ipsa c a. ad ipsam a d. Apotomen primam comparata latitudo efficiet per 113. decimi a b. binomium primum. Esto igitur ipsius a b. maius nomen a e. quod maius erit, quàm a c. quippe quæ minor est, quàm dimidium a b. erit igitur a e. longitudine rationale. Cunq; sit a c. longitudine rationale, erit & c e. longitudine rationale. Sed e b. rationalis tantum potentia. ergo b c. binomium.



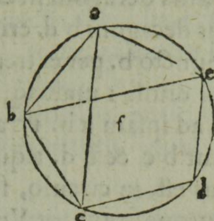
Quod si b c. sit potentia tantum rationale: erit adhuc a c. Apotomè & a b. binomium. & si sit a c. potentia tantum rationale, erit demũ a b. binomium. & b c. binomium, eo syllogismo, quo in principio de tota vsi sumus.

9 Si Pentagoni æquilateri tres anguli continui, aut non continui æquales fuerint; æquiangulum erit pentagonum. Vt si pentagonum a b c d e. æquilaterum habeat tres angulos, vt a. c. d. vel b. c. d. æquales; æquiangulum erit. Nam ductis lineis b e. & e c. b d. se in puncto f. secantibus, iam per quartam, quintam & sextam primi facile demonstratur æqualitas angulorum: & id quod proponitur.

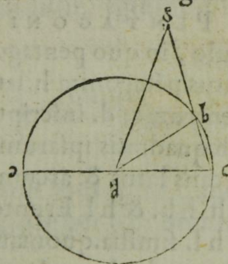


10 Si Pentagoni æquilateri & æquianguli binos continuos angulos binæ rectæ subtendant; extrema & media ratione se inuicem secabunt. & maiora segmenta singula erunt pentagoni lateribus æqualia. Esto pentagonum æquilaterũ & æquiangulũ a b c d e. circulo

circulo a b c. inſcriptum . connexis a c. b e. in puncto f. ſe inuicem ſecantibus ; Aio, quòd tam a c. in puncto f. quàm b e. in eodem puncto ſecundùm extremam & mediam rationem ſecatur. & ipſa maiora ſegmenta c f. e f. ſingula ſunt ipſis a b. a e. æqualia . Nam ipſa triangula a b c. b a e. a f b. ſunt ſimilia : quoniam ad inuicem æquiangula . Et quoniam angulus a f e. duplus eſt per trigeſimamſecundam primi ad angulum f b a. & per vltimam ſexti angulus c a e. duplus eſt ad angulum f b a. dictum. ideo anguli e a f. & e f a. inuicem æquales. & illis ſubtenſæ e f. e a. inuicem æquales. & ſimiliter b c. c f. oſtendentur æquales. Quare, propter triangulorum ſimilitudinem , ſicut b e. ad ipſam e a. & ideo ad e f. ſic erit a b. & ideo e f. ad ipſam f b. idemq; concludes de ipſa c a. ſecta in puncto f. Quam ob rem tam b e. quàm c a. linea in puncto f. ſecundùm extremam mediamq; rationem ſecatur . Conſtat ergo totum propoſitum .



11 Si ſexanguli & decagoni in eodem circulo deſcriptorum latera cōponantur, compoſita tota extrema & media ratione ſecatur : & maius ſegmentum eſt ipſius ſexanguli latus . Vt ſi in circulo a b c. deſcripti latus decagoni ſit b c. cui adnectatur in rectum b e. latus hexagoni in eodem circulo deſcripti, cuius diameter a d c. centrumq; d. Aio, quòd c e. in puncto b. extrema & media ratione ſecatur : & maius ſegmentum b e. latus hexagoni . Erit enim angulus a d b. duplus ad angulum d b c. per trigeſimā-ſecundam primi . & angulus d b c. duplus ad angulum e. ergo angulus a d b. quadruplus ad angulum e. Sed idem angulus a d b. quadruplus ad angulum d b c. per vltimam ſexti. igitur anguli e. & b d c. æquales. & idcirco triangula e d c. c b d. inuicem æquiangula & ſimilia. Quare ſicut eſt e c. ad ipſam c d. hoc eſt ad ipſam e b. ſic erit c d. vel e b. ad ipſam b c. Atque ideo e c. in puncto b . extrema & media ratione ſecatur. quod erat demonſtrandum.

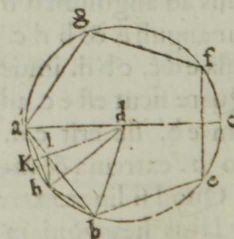


Quod ſi lineæ extrema & media ratione diuiſæ maius ſegmentum ſit latus hexagoni in aliquo circulo deſcripti ; tunc minus ſegmentum erit latus decagoni in tali circulo clauſi . Item ſi minus ſegmentum ponatur latus decagoni ; tunc maius erit latus hexagoni eiuſdem circuli . hæ ſunt quaſi conuerſæ huius vndecimæ . & per ipſam vndecimam & ſeptimam huius demonſtratur .

Si latus ſexanguli extrema & media ratione ſecetur, maius ſeg-
mentum

mētū erit Decagoni latus circunſcripti in circulo ſexāgulum circūſcri bente. Latus ſexanguli cuiuſpiam a b. ſecūdùm mediam extremamq; rationem ſecetur in puncto c. ſitq; maius ſegmentum b c. Aio, ꝙ b c. eſt latus decagoni in circulo, qui hexagonū circūſcribit, deſcripti. Sit.n. latus decagoni b d. eritq; per præcedenté a d. in puncto b. per extremam & mediam rationem diuiſa : maiusq; ſegmentum a b. Ergo per ſeptimam huius: ſicut d a. ad ipſam a b. ſic a b. ad ipſam b c. Sed ſic etiam a b. ad ipſam b d. igitur b c. & b d. æquales. Sed b d. latus decagoni: quare & b c. idem latus eſt, in circulo, ſcilicet, cuius ſemidiameter a b. inſcripti. quod eſt propoſitum. Vel ſic. ſit ipſi b c. æqualis b d. eritq; per quintam huius a d. in puncto b. extrema & media ratione ſecta. Sed a b. latus hexagoni. ergo per primam conuerſarum præcedentis b d. latus decagoni. Quare & b c. idem latus. Quod ſi linea quæpiam extrema & media ratione ſecetur : & maius ſegmentum ſit latus decagoni in circulo deſcripti : tunc tota linea erit latus hexagoni, ſiue ſemidiameter talis circuli. Hæc eſt conuerſa huius duodecimæ. & per ipſam duodecimam & ſeptimam huius oſtenditur. Hinc manifeſtum eſt, quòd ſi circuli decagonum circunſcribentis diametros, fuerit rationalis longitudine vel tantum potentia ; ipſum decagoni latus erit Apotomè. Hoc enim ſequitur ex hac duodecima & octaua huius. Item ſi de latere hexagoni abſcindatur latus decagoni : erit maius ſegmentum hexagonici lateris extrema & media ratione diuiſi.

13 PENTAGONI latus poteſt hexagoni & decagoni latus in eo circulo, in quo pentagonum clauditur, deſcriptorum. Sit enim a b. latus pētagoni: a h. latus decagoni in circulo a b c. cuius diameter a d c. centrumq; d. inſcriptorum : Aio, quòd quadratum ipſius a b. æquum eſt quadratis ipſarum a d. & a h. ſimul ſumptis ducatur d l k. per ęqua ſecans latus & arcum decagoni. item chordæ a h. h b. & h l. Eruntq; duo triangula a b h. & a h l. ſimilia. quoniam æquiangula. & ideo tres lineæ a b. h a. a l. continue proportionales. Quare quadratum h a. æquum ei, quod fit ex a b. in ipſam a l. Itē duo triangula a b d. d b l. ſimilia, quandoquidem æquiangula : & idcirco tres lineæ a b. b d. b l ſunt in proportione continua. & propterea quadratum b d. ęquale ei, quod fit ex a b. in ipſam b l. Verùm hæc duo producta, ſcilicet quod ex a b. a l. quodq; ex a b. b l. ſimul ſumpta, ſunt per ſecundam ſecundi, æqualia quadrato ipſius a b. igitʳ quadratū ipſius a b. æquale eſt quadratis ipſarū h a. & a d. ſiue b d. ſimul ſumptis. Quod fuit demōſtrādū.



Si in circulo rationalem habente diametrum Quinquangulum æquilaterum inſcribatur: quinquanguli latus irrationale eſt, appellaturq; minor. Sit circuli ſemidiameter a b. longitudine primum rationalis. latus autem pentagoni circulo inſcripti f g. Aio, quòd f g. irrationalis eſt, quæ minor. Secetur enim a b. in puncto c. media, extremaque ratione. eritq; b c. maius ſegmentum latus decagoni eidem circulo inſcripti per ante pręmiſſam. Sit quoque b d ipſius a b. dimidium & ideo rationalis. Et a e. ipſi a b. æqualis, & ideo rationalis. eritq; tota e d. long^ne rationalis. & hoc vtere ſyllogiſmo. Quadratum ipſius c d. quincuplum eſt ad quadratum ipſius d b. per primā huius. & per ſextam. Quadratū ipſius e c. quincuplū eſt ad quadratum ipſius c b. Quare p 21^a. ſexti, ſicut e c. ad ipſam c b. ſic c d. ad ipſam d b. Et permutatim, ſicut e c. ad ipſam c d. ſic c b. ad ipſam d b. Et coniunctim, ſicut e d. ad ipſam d c. ſic c d. ad ipſam d b. Sed quadratū ipſius c d. quincuplum ad quadratum ipſius d b. ergo & quadratum ipſius e d. quincuplum ad quadratum ipſius d c. Cumque e d. ſit longitudine rationalis: erit e c. apotomè. Et quoniam quadratum ipſius e d. quincuplum eſt ad quadratum ipſius d c. ideo quadratum ipſius e d. ad quadratum, quo ipſa e d. potentior eſt, quàm d c. eſt ſicut quinque ad quatuor. Quare per nonam decimi, e d. potentior eſt, quàm d c. In quadrato lineæ ipſi e d. longitudine incommenſurabilis. Igitur e c. eſt apotomè quarta.

e a c b d

g

Cumq; ſit

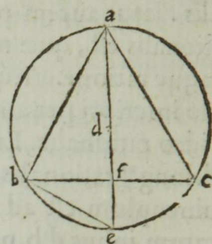
□.f g — ex præmiſſa — { □.a b ——— ; □.b c — per 16. ſexti — ▭. a b. a c. } — p 1. ſecūdi — ▭.e c. a b (a b. a c)

Idcirco quadratum ipſius f g. æquum eſt ei, quod fit ex ipſa e c. apotome quarta in ipſam a b. lōgitudine rationalē. Quare per 94^a. decimi, ipſa f g. eſt irrationalis illa, quæ minor dicitur.

Quod ſi ponatur a b. potentia tantum rationalis: tunc f g. latus pentagoni circulo, cuius ſemidiameter a b. inſcripti adhuc erit minor. Nam tunc f g. communicabit in potentia lateri pentagoni deſcripti in alio circulo, cuius ſemidiameter longitudine rationalis ponitur propter ſemidiametrorum & laterum proportionem. Sed illud latus erit linea minor: ſicut dudum oſtenſum eſt. Ergo per 105. decimi f g. adhuc erit minor.

Si in circulo triangulum æquilaterum deſcriptum fuerit: ipſius trianguli latus, potentia triplum eſt ad circuli ſemidiametrum. Circulo

culo a b c. triangulum æquilaterum a b c. ſit inſcriptum. cuius circuli centrum d. & diameter ſit a d e: Aio quòd quadratum ipſius a b. lateris triplum eſt ad quadratum ipſius a d. vel d e. ſemidiameter. Connectatur enim b e. quod eſt latus hexagoni: & ideo æqualis ipſi a d. Et hoc vtere argumento. Nam quatuor quadrata ipſius a d. ſiue b e. ſimul accepta, ſunt æqualia quadrato ipſius a e. diametri. Sed quadratum a e. per penultimam primi, æquum eſt quadratis ipſarum a b. b e. ſimul ſumptis. Igitur quadrata hæc ſimul ſumpta, æqua ſunt quatuor quadratis ipſius b e. Quare dempto vtrinque quadrato vno ipſius b e. ſuperſunt tria quadrata b e. æqualia ipſi quadrato ipſius a b. Triplum eſt ergo quadratum ipſius a b. ad quadratum ipſius b e. ſiue ipſius a d. quod fuit demonſtrandum.



Vnde manifeſtum eſt quòd circuli diameter poteſt trianguli æquilateri & hexagoni æquilateri ſibi inſcriptorum latera.

Item patet, quòd a b. latus trianguli ad perpendicularem a f. potentialiter ſeſquitertium eſt. Et quòd d e. ſemidiameter per æqualia ſecatur in puncto f. ⁜ *Pro reliquarum figurarum lateribus additio. Item pro ſcientia chordarum.*

Quadrati quoque latus in circulo deſcripti potentialiter duplum eſſe ad ſemidiametrum circuli conſtat per ſextam quarti

Deſcriptio autem Pentagoni intra datum circulum fit per decimam & vndecimam eiuſdem.

Hexagoni verò latus æquum eſſe ſemidiameter circuli, concluſum eſt in quindecima eiuſdem.

Ex his diuiſo per æqualia arcu lateris quadrati, noteſcit latus Octogoni. Arcu quoque hexagonici lateris ſimiliter ſecto, cognoſcitur Dodecagoni latus. Namque chorda dimidiati arcus eſt media proportionalis inter diametrum circuli, & eius portionem, quæ à chorda totalis arcus abſcinditur.

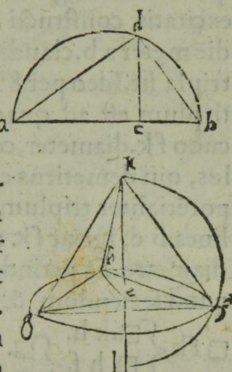
Porrò, ſi ponatur circuli diameter longne vel ſaltem potentia rationalis, latus Octogoni intra circulum deſcripti, erit irrationalis linea, quæ minor dicitur. Latus vero dodecagoni linea irrationalis, quæ apotomè vocatur. Quod quidem ex ipſo calculo conſtare poteſt: ſicut & de lateribus Pentagoni & Decagoni in circulo rationalem diametrum habente deſcriptorum: & de lateribus Icoſahedri & dodecahedri facere poſſemus.

Item pro calculo chordarum illud notandum, quòd duæ chordę ſemicirculum complentes, continent angulum rectũ: vnde vna earum data, dabitur & reliqua per penultimam primi.

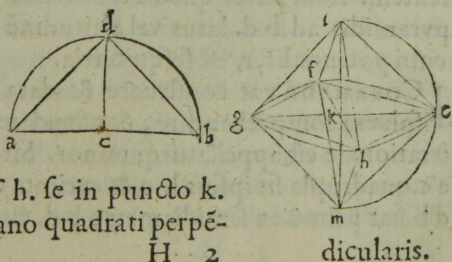
Et ſi

Et si quadrilaterum circulo inſcriptum ſit: tunc duo, quæ producuntur ex binis oppoſitis lateribus, pariter accepta rectangula ſunt æqualia ei, quod ſub diametris eius comprehenditur, rectangulo, vt Ptolemæus oſtendit. Vnde, ſi duorum arcuum datæ ſint chordæ, dabitur tam eorum aggregati, quàm differentiæ chorda. Hinc arcuum per totum ſemicirculum chordæ & ſinus recti noteſcent. Et omnis Chordimetria, quæ tam ad planorum, quàm ad ſphæralium triangulorum ſcientiam neceſſaria eſt. Nunc redeamus ad ſolida.

PYRAMIDEM conſtituere, & data ſphæra comprehendere: & 16
demonſtrare, quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia ſeſquialter eſt ad latus ipſius Pyramidis. Sit datæ ſphæræ diameter a b. & ipſa a c. dupla ad ipſam c b. tum ducta c d. perpendiculari, erit per 17ª. ſexti, quadratũ ipſius a c. duplũ ad quadratum ipſius c d. & per penult. primi, quadratũ ipſius a d. triplũ ad quadratum ipſius c d. Ponatur ipſi a b. æqualis k l. & ipſi a c. æqualis k e. & erecta perpendiculari e f. in ſemicirculo k f l. ſuper centro e. fiat circulus f g h. & in eo triangulum æquilaterum f g h. & ducantur rectę f k. g k. h k. Sic pyramis f g h k. conſtabit intra ſphæram, quam deſcribet ſemicirculus f k l. æquilatera. Nam vnumquodque trium laterum k f. k g. k h. quadratũ triplum erit ad quadratum ipſius e f. ſicut quadratum triplum eſt ad quadratum ipſius c d. & per præcedentem vnumquodque trium laterum f g. g h. h f. quadratum triplum eſt ad quadratum ipſius e f. Igitur cuncta latera pyramidis k f g h. inuicem æqualia. Item quoniam b a. ſeſquialtera eſt ad ipſam a c. propterea per 8ª. & 17ª. ſexti, quadratũ ipſius a b. ſeſquialterum eſt ad quadratum ipſius a d. Igitur & quadratum ipſius k l. quę eſt ſphærę diameter, ſeſquialterum eſt ad quadratum ipſius k f. quod eſt latus pyramidis, quod eſt propoſitum.



Octahedrum conſtruere, & data ſphæra comprehendere: & oſten- 17
dere, quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia lateris ipſius octahedri duplus eſt. Sit a b. datæ ſphæræ diameter. quæ in puncto c. per æqualia ſecetur, & excitetur c d. perpẽdicularis. Mox deſcribatur quadratũ e f g h. cuius latus ſit ipſi a d. ęquale. Et productis diametris e g. f h. ſe in puncto k. ſecantibus, educatur l k m. plano quadrati perpẽdicularis.



dicularis.vtrinque ad æqualitatem ipſius k g.prominens. Connexiſq; tam l. quàm m. puncto cum 4.^{or} angulis e f g h. completum eſt Octahedron quæſitum. & in ſphæra, cuius diametri l m. e g. f h. & quam deſcribit ſemicirculus l e m. comprehenſum. Ad cuius diametrum g l. ipſe ſphæræ dimetiens l m. potentialiter duplus eſt.

18 Cubum conſtruere, & data ſphæra comprehendere, & oſtendere quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia triplus eſt ad latus ipſius cubi. Sit datæ ſphæræ diametros a b. ponaturque a c. dupla ipſius c b. ſicut in pyramide. & ipſi b d. æquum ſit e f. latus cubi e f g h k l m n. ſuper baſim quadratam e f g h. erecti lateribus ad perpendiculũ excitatis conſtructi. Ipſe enim in ſphæra, cuius diameter a b. clauditur. Cum enim a b. ipſius b c. tripla ſit. Ideo per 8^{a}. & 17^{a} ſexti. quadratum ipſius a b. triplum eſt ad quadratum ipſius b d. & ſimiliter in cubo f k. diameter, connectens oppoſitos ſolidos angulos, qui demetiens eſt ſphæræ cubum circumſcribẽtis, potẽtialiter triplum ipſius e f. lateris cubiti cui æqualis linea b d. Igitur f k. æqualis ipſi a b. propoſitæ ſphæræ diametro. Et perinde cubus ab ipſa propoſita Sphæra circumſcribitur. quod faciendum & demonſtrandum proponitur.

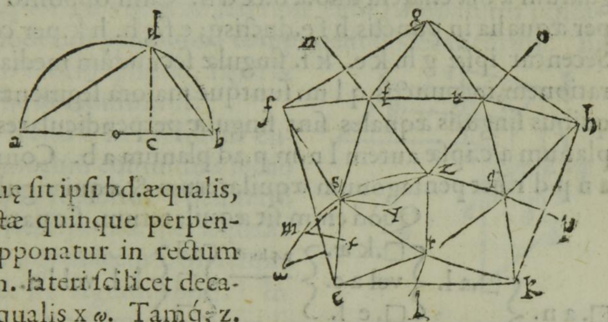
□.f k { □.k h. ; □. h f. { □. f g. ; □.g h. } } Igr̃ potentia ipſius f k. ter continet potẽtiã cu- (biti lateris.

Manifeſtum eſt igitur, quòd quadrata laterum pyramidis & cubi pariter ſumpta, ſũt æqualia quadrato diametri ſphæræ, in qua deſcribunt̃. Hoc enim quadratũ vni illorum ſeſquialterũ per ante præmiſſam, reliquo triplum eſt per præſentem. Item patet quòd a c. altitudo pyramidis ad b d. latus vel altitudinẽ cubi potentialiter, eſt ſeſquitertia.

19 ICOSAHEDRVM conſtruere & data ſphæra comprehendere, & oſtendere, quòd ipſius icoſahedri latus irrationale eſt, appellaturq; minor. Sit datæ ſphæræ diametros a b. & a c. quadrupla ſit ipſius b c. & excitata c d. perpendiculari: ductiſq; ad d b. fiat primũ ex ſemidiametro b d. circulus e f g. intra quẽ claudatur

Penta-

Pentagonum e f g h k. & decagonum l m n o p. A quibus punctis excitentur perpẽdiculares ad circulum l r.m s.n t.o u.p q. Quæ singulæ sint æquales ipsi b d. A punctis autem q r s t u. singulis deducantur hypothemisæ binæ ad angulos Pentagoni: quæ sint q k. q h.v h.v g. t g. t f. s f s e. r e.r k. Et quinque aliæ transuersæ scilicet q r. r s. s t. t v.v q. connectant vertices harum perpendicularium: & faciant pentagonum q r s t v. æquilaterum primo Quæ cum lateribus vtriusq; Pentagoni facient decem triangula æquilatera. Nam vnaquæque illarum hypothemisarum, per penultimam primi, potest perpendicularem, quæ est latus hexagoni circuli f g. & latus decagoni. & ideo, per 13ª. huius, est æqualis lateri pẽtagoni. Item à centro circuli e f g. quod sit punctum x. excitetur ipsi circulo perpẽdicularis x y. quę sit ipsi b d. æqualis, sicut aliæ prædictæ quinque perpendiculares. Cui apponatur in rectum y z. æqualis ipsi f n. lateri scilicet decagoni: & eidem æqualis x ω. Tamq; z. quàm ω. connectatur cum quinque punctis pentagoni subiecti. Videlicet z. cum punctis q r s t v. At vero ω, cum punctis e f g h k. Vnde fient, quina vtrinque, hoc est decem aliæ triangula prioribus æquilatera. Quinque stilum concurrentia ad z. punctum: & totidem ad ω. punctum. Vnaquæque enim linearum poterit hexagoni & decagoni latus. & ideo singulæ erunt æquales ipsi e f. ipsæ enim m x. s y. sunt semidiametri circulorum e f g. & q r s. æqualium & latera hexagonica eorundem: sic completa sunt viginti triangula icosahedrum totum claudentia.



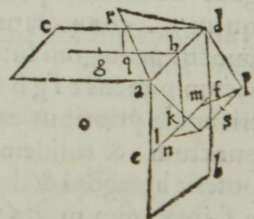
Et quoniam recta a b. quincupla est ad ipsam b c. ideo per 8ª. & 7ª. sexti, quadratum ipsius a b. quincuplum est ad quadratum ipsius b d. sed per 11ª. & 6ª. huius. quadratum ω z. quincuplum est ad quadratum ipsius x y. quæ fuit æqualis ipsi b d. igitur ω z. æqualis est ipsi a b. & quoniam x y. media proportionalis est inter z y. & z x. & ideo inter ipsas z y. & y ω. Ideo tam y s. quam x m. ipsi x y. æqualis media proportionalis erit inter portiones diametri z ω. Quare semicirculus descriptus super z ω. diametro, ibit per ipsa s m. pũcta. & semicirculus igitur super axe z ω. stante semel reuolutus describet sphæram contingẽtem singulos icosahedri angulos. & perinde ipsum icosahedrum circumscribentem. Cumque ω z. sit ipsi a b. æqualis, iam solidum ipsum à data

ſphæra comprehendetur. Et quoniam rationalis eſt b d. quandoquidem in potentia commenſurabilis eſt ipſi a b. per hypotheſim rationali: ideo & m x.llli æqualis rationalis eſt: ſemidiameter ſcilicet circuli, cui pentagonum e f g. inſcriptum eſt. Ergo per 14ª huius, & ipſum e f. pentagoni latus, quod eſt & icoſahedri latus, irrationalis eſt, quæ minor factum eſt g. quod faciendum, & oſtenſum quod oſtendendum proponitur.

20 Dodecahedrvm conſtruere, & data ſphæra comprehendere: & oſtendere ꝙ dodecahedri latus irrationale eſt, & appellatur apotomè. ſi rationalis fuerit ſphæræ diametros. Duarum baſium cubi contiguarum a b. a c. latera duo. a d. & d b. Cum oppoſito ſecentur ſingula per æqualia in punctis h f e. ductisq; e f. g h. h k. per centra baſium g k. Secentur ipſæ g h. k e. k f. ſingulæ ſecundùm mediam extremamque rationem, in punctis q l m. ſuntque maiora ſegmenta g q. k l. k m. quibus ſingulis æquales ſint ſingulæ perpendiculares q r. quidem ad planum a c. ipſæ autem l n. m p. ad planum a b. Connexisque punctis a n p d r. fiet pentagonum æquilaterum & æquiangulum

Quòd enim ſit æquilaterum, ſic patet,

□. a n. { □. a l. { □. k æ. vel a e. □. e l. } p 4 huiª —— { □ □ □ } k l. vel l n.
□. l n. —————— □. l n. }



Ergo a l. dupla ipſius k l. quare æqualis ipſi l m. & ideo ipſi n p. Et ſimiliter oſtendemus, quòd d p. ipſi n p. quodque a r. r d. ſingulæ ſunt ipſis a n. d p. ſingulis æquales.

Quod autem totum pentagonum a r d p n. ſit in vno plano, Sic patet.

Exeat k s. ipſis l n. k p. parallelus: & ideo eiſdem æqualis & plano a b. perpendicularis. Eritque ſicut r q. ad ipſam q h: ſic h k. ad ipſam k s. Nam in linea ſecta extrema & media ratione, ſic eſt tota ad maius, ſicut maius ad minus ſegmentum. Ergo triangula r q h. h k s. ſunt ſimilia: & quia ſunt in vno plano, & latera r q. h k. Item ipſa q h. k s. ſunt æquidiſtantia: ideo per 30ª ſexti, linea r h s. eſt vna recta. Quare per 2ª vndecimi r h s. & a h d. rectæ ſunt in vno plano: & pentagonum ipſum in vno plano.

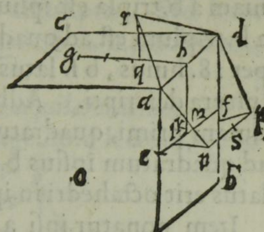
Quòd verò ſit æquiangulum, ſic conſtat.

Cum e k. ſit ſecta in puncto l. ſecundùm mediam & extremam rationem: & k m. ſit æqualis k l. maiori ſegmento: ideo per 5ª huius, ipſa quoque e m. in puncto k. ſimiliter ſecta eſt: & maius ſegmentum e k. Vnde ſic argue

□. a p.

□.a p { □ m p. vel m k. / □.a m { □.e m. / □. a e. } —— per 4 huius. —— { □ □ □ } e k. vel a e.
□. a e. —————— □.a e.

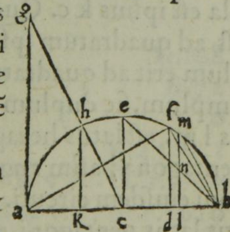
Ergo quadratum a p. quadruplum ad quadratum a e. & ideo a p. dupla est ipsius a e. Et perinde æqualis lateri cubi a d. Similiter ostendemus) quòd d n. æqualis est eidem a d. Quare per 8ª. primi, tam angulus a n p. quàm angulus n p d. æqualis est angulo a r d. Estque pentagonum æquilaterum: sicut dudum fuit demonstratum. Igitur per 9ª. huius, pentagonum a n p d r. æquiangulum est. Non aliter super vnumquodq; reliquorum vndecim laterum cubi comparetur pentagonum. Itaque duodecim pentagona component dodecahedrum. Et circumscribitur ab eadem sphæra, à qua & cubus. Quod sic demonstratur.



Duo plana per rectas h k. e f. secent cubum: quorum planorum communis sectio sit ipsa recta o k. quæ secabitur à diametro cubi. & secabat vicissim eam per æqualia in centro cubi, per 40. vndecimi. Sit itaque o. centrum cubi. & sic argumentare. In primis lineæ o a. o d. æquales: quoniam semidiametri sunt tam cubi, quàm sphæræ. per 40am. vndecimi & 18am. huius. & qm̃ o k. ipsi e k. & k s. ipsi k m. sunt æquales: Ideo o s. in puncto k. secatur extrema & media ratione. Vnde sic procede.

□. o p. { □.p s. vel s k. / □. o s. } —— per 4. huius. —— { □ □ □ } o k. vel a e.

Ergo quadratum ipsius o p. triplum est ad quadratum ipsius a e. Sed a e. dimidium est lateris cubi. Igitur per 18. potestatem o d. semidiameter est sphæræ. Et similiter ostendemus, quòd à puncto o. rectæ vniuersæ ad reliquos angulos dodecahedri sunt semidiametri sphæræ cubum circumscribentis. Cumque 8. ex angulis dodecahedri sint simul cũ angulis cubi, sicut qui ad ipsa a d. puncta: patet quòd sphæra ipsa, quæ cubum, circũscribet dodecahedrũ. Quod tandẽ latus ipsum dodecahedri sit apotomè, sic patet.

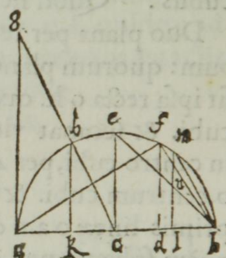


Agatur r p. quæ secabit ipsam a d. secundùm extremam & mediam rationẽ per 10am. huius. & maius segmentum erit ipsi a r. æquale: cumque adsit potentia rationalis (quoniam sphæræ diameter rationalis) ideo

à r.latus dodecahedri, per 8.huius, erit apotomè.

Vnde manifestum est, quòd cubi latere, in sphæra quapiam clausi, extrema & media ratione diuiso; maius segmentum est dodecahedri in eadem sphæra constituti latus.

21 PROPOSITA sphæræ diametro, quinque corporum regularium ab ipsa sphæra comprehensorum latera exponere, & inuicem conferre. Esto sphæræ datæ diametros a b. quæ secetur in puncto c. per æqualia: & descripto super ea semicirculo: sit a d. dupla ipsius d b. & excitentur perpendiculares c e. d f. & connectant a f. b e. f b. Et sic procede. Quoniam a b. sesquialtera est ipsius a d. Ideo per 8. & 17. sexti. quadratum ipsius a b. sesquialterum est ad quadratum ipsius a f. ergo, per 16. huius, a f. latus est pyramidis in sphæra proposita clausi. Item quoniam a b. tripla est ipsius b d. ideo per 8. & 17. sexti, quadratum ipsius a b. triplum est ad quadratum ipsius b f. Itaque, per 18. huius, b f. latus erit cubi, in proposita sphæra descripti. Adhuc, quoniam per penultimam primi, quadratum ipsius a b. duplum est ad quadratum ipsius b e. Ideo, per 17 huius, b e. latus erit octahedri in ipsa sphæra constituti.

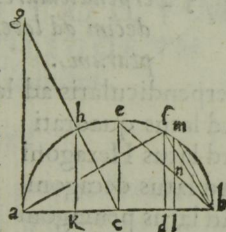


Item ponatur ipsi a b. perpendicularis & æqualis a g. & acta g c. secundæ periferiam in puncto h. ducatur h k. perpendicularis ad a b. Et quoniam g a. ipsius a c. dupla est, ideo propter triangulorũ similitudinem h k. dupla est ipsius k c. ergo quadratum ipsius h k. ad quadratum k c. quadruplum. Quare, per penul. primi, quadratum ipsius h c. vel c b. quincuplum ad quadratum ipsius k c. Item tota a b. totius b c. dupla. & abscisa a d. abscisæ d b. dupla. Ergo relicta d b. dupla est relictæ d c. per 19. quinti. Sic b c. tripla ipsius c d. Quare quadratum ipsius c b. nonuplum est ad quadratum ipsius c d. & ideo c k. maior, quàm c d. Sit ergo ipsi c k. æqualis c l. & excitata perpendiculari l m. connectatur m b. eritque l b. æqualis ipsi a k. & k l. æqualis ipsi l m. quoniam scilicet vtraque dupla est ipsius k c. Quoniam itaque quadratum ipsius b c. quincuplum est ad quadratum ipsius c k. Ideo & quadratum ipsius a b. quincuplum erit ad quadratum ipsius k l. quoniam scilicet, sicut simplum ad simplum, sic duplum ad duplum. Igitur per 19 huius, k l & ei æqualis l m. est latus hexagoni, vel semidiameter circuli circumscribentis pentagona basim anguli solidi icosahedri. & a k. l b. sunt latera decagoni eiusdem circuli. Quare per penultimam primi & 13 huius m l. erit latus pentagoni eiusdem circuli, quod & ipsum per 19 huius, est latus icosahedri. Tandem secetur f b. latus cubi secundùm extremam

& mediam rationem in puncto n. Cuius maius segmentum b n. per præcedentis corollarium erit latus dodecahedri in eadem sphæra locati. Et quia quadratum ipsius a d. quadruplum est ad quadratum ipsum d b. & quadratum ipsius b f. triplum ad quadratum ipsius d b. per 8. & 17. sexti. Ideo a d. maior, quàm b f. & eo magis a l. quàm b f. Sed a l. in puncto k. per 11. huius b f. vero in puncto n. per hypothesim, extrema & media ratione secatur. Ergo, per 7. huius, k l. & ideo l m. maior, quàm b n. & eo magis b m. maior, quàm b n. hoc est icosahedri latus maius, quàm dodecahedri latus. Inuenta sunt ergo latera quinque corporum regularium à data sphæra comprehensorum: & simul ostensum, quòd maximum latus est a f. pyramidis. proximum in magnitudine latus b e. octahedri. Tertio dein loco latus b f. cubi. Post hæc latus b m. icosahedri, vt patet per arcus assumptos. Sed b m. maius quàm b n. esse dudum ostendimus. Quare b n. latus dodecahedri minimum.

Scholium super calculo laterum figurarum æquilaterarum.

ILLVD autem non ignotum debet esse ingenioso lectori, quòd sicut species linearum & magnitudinum tam rationalium, quàm irrationalium per terminos numerarios proponuntur, calculantur & notescunt cum omnibus his, quæ ad Symmetriam decimi elementorum pertinent: ita & latera prædictarum isopleurarum figurarum, tam scilicet planarum, quàm solidorum, per memoratos numerorum terminos & congruum calculum dignoscuntur. Nam calculus demonstrationem comprobat, & pro demonstratione vsuuenire potest. Sicut nos in 2. Arithmeticorum nostrorum libello tradidimus. Sedi ecce hic in tabella planarum & solidarum figurarum latera per dictos terminos exarabimus. vbi calculus theoriæ respondebit.



¶*Latera figurarum æquilaterarum circulo inscriptarum: cuius diameter ponitur partium duodecim.*

Latus trianguli	℞.108
Latus quadrati	℞.72
Latus hexagoni, quod est semidiameter	6
Latus decagoni	℞.45.m̄.3
Latus pentagoni	℞ v 90.m̄. r.1620
est enim linea minor.	3.℞ v. 45.p.r.1620.minus.℞ v.45.m̄.r.1620
Latus octogoni	℞ v—72.m̄.r.2592
est.n.linea minor.scilicet	℞ v—36.m̄.r.648.minus.℞ v-36.m̄.r.648

Latus

Latus dodecagoni ℞ v—72. m̄. r.3888
est enim apotomè scilicet ℞. 54.m̄.r.18
Lineæ partium 6.extrema & media ratione diuisæ maius segmentum est.℞ 45.m̄.3. Minus verò. 9. m̄ r.45

¶ *Latera quinque corporum regularium intra spheram inscriptorum: cuius diameter habet partes duodecim.*

Latus tetrahedri siue pyramidis ℞. 96
Latus hexahedri, siue cubi ℞. 48
Latus octahedri ℞. 72
Latus icosahedri ℞ v—72..r.m̄1036.$\frac{4}{5}$
est enim linea minor, scilicet ℞ v— 36. p. r. 1036 $\frac{4}{5}$ minus. ℞ v—36.m̄.r.1036.$\frac{4}{5}$
Latus dodecahedri ℞ 60. m̄.r.12
Nam lineæ.℞ 48.(quod est latus cubi)extrema & media ratione sectæ maius segmentum est.℞.60.m̄. r.12. Minus verò. ℞.108.m̄.r.60

¶ *Perpendiculares à centro circuli, cuius diameter est partium duodecim ad latera figurarum æquilaterarum, intra ipsum descriptarum.*

Perpendicularis ad latus trianguli 3
Ad latus quadrati ℞.18
Ad latus Hexagoni ℞.27
Ad latus decagoni ℞ v—22 $\frac{1}{2}$ p̄ r. 101 $\frac{1}{4}$. linea maior.
Ad latus pentagoni ℞ v—13 $\frac{1}{2}$ p̄ r. 101 $\frac{1}{4}$
& est Binomium, scilicet ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̄ 1 $\frac{1}{2}$
Ad latus Octogoni ℞ v—18. p̄. r. 162. linea maior.
Ad latus dodecagoni. ℞ v — 18. p̄. r.243
& est Binomium, scilicet ℞ 13 $\frac{1}{2}$ p̄.1 $\frac{1}{2}$

¶ *Perpendiculares à centro sphæræ, cuius diameter est prtium duodecim ad bases quinque corporum regularium ab ipsa sphæra circumscriptorum.*

Perpendicularis ad basim pyramidis 2
Ad basim tam octahedri, quàm cubi ℞. 12
Ad basim tam icosahedri, quàm dodecahedri. ℞ v—12.p̄.r.115 $\frac{1}{5}$
& est linea maior.

¶ *Semidiametri circulorum circumscribentium bases quinque corporum regularium à sphæra, cuius diameter est partium duodecim circumscriptorum.*

Semidiameter circuli circumscribentis basim Pyramidis ℞. 32
Cir-

Circumſcribentis triangulum octahedri & quadratum cubi ℞. 24
Circumſcribentis triangulum icoſahedri & pentagonum dodecahedri
℞ v — 24.m̄.r.115.$\frac{1}{5}$. linea minor.

Quæ quidem praxis, quo ad latera figurarum, bene reſpondet iis, quæ in hoc præmiſſo libro demonſtrantur. Quo verò ad perpendiculares & baſes, & ex eodem libro per calculum & elementarem doctrinam extrahi poſſunt. Qui calculus demonſtrationis vicem agere poteſt, ſicut & calculus laterum. Sed & in ſequenti libro tam perpendicularium & baſium: quàm ſuperficierum & corpulentiarum collatio pleniſſimè demonſtrabitur: Et in poſtremo libro, mutua corporum inſcriptio & circumſcriptio breuiſſimè tradetur.

Elementorum Euclidis tredecimi, ſolidorum tertij, & regularium corporum primi libri finis.

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER QVATVORDECIMVS, SOLIDORVM Quartus, & Corporum regularium ſecundus.

Ex traditione Maurolyci.



RIANGVLI æquilateri latus ad perpendicularem, quæ ab angulo ad baſim, potentia ſeſquitertium eſt. 1

In triangulo æquilatero a b c. ab angulo a. cadat a d. b c. perpendicularis a d. Aio quòd a b. latus ad perpendicularem a d. potentia ſeſquitertium eſt. Nam quadratum ipſius a b. ad quadratum ipſius b d. quadruplum eſt. quandoquidem dupla eſt a b. ipſius b d. per penul. primi. Vnde ſequitur vt quadratum ipſius a b. ſit ſeſquitertium ad quadratum ipſius a d. Et hoc triplum ad quadratum ipſius b d. cum quadratum ipſius a b. ſit æquum aggregato b d. a d. quadratorum.



Si trianguli æquilateri latus fuerit rationale, ſuperficies eius eſt medialis. Quod enim fit ex a d. in ipſam b d. æquum eſt ipſius triãguli a b c. ſuperficiei. Sed quadratum ipſius a d. ad quadratum ipſius b d. triplum eſt per præcedentem. Igitur per 9ª decimi a d. b d. potentia tantum ſunt commenſurabiles: Quare per 21ª decimi, productum ex a d. in ipſam b d. quæ eſt area trianguli, mediale eſt. Quod eſt proprium. 2

3 Tota superficies Pyramidis, vel octahedri, intra sphæram, cuius diameter rationalis est, descripti medialis est. Nam si sphæræ diameter sit rationalis: erit ipsum solidi latus, per 16ª. vel 17ª. libri præcedentis, rationale. Quare, per præcedentem, vna basium solidi medialis est, Igitur & omnium basium congeries, hoc est tota superficies solidi, medialis est, sicut proponitur.

4 Pyramidis latus ad perpendicularem, quæ à vertice ad basim delabitur, potentia sesquialterum est. Inspice descriptionem 16ª. præmissi libri. in qua sicut est k l. ad ipsam k f. sic est k f. ad ipsam k e. Sed k l. ipsius k f. potentia sesquialterum est. Ergo k f. latus solidi ad ipsam k e. perpendicularem potentia sesquialterum est. Quod est propositum.

5 A sphæræ centro ad basim circumscriptæ pyramidis recta perpēdicularis est sexta pars sphæricæ diametri. Nam in descriptione 16. præsenti libri, k l. diameter ad k e. perpendicularem est sicut 6. ad 4. Ergo semidiameter ad ipsam k e. sicut 3. ad 4. sed excessus ipsius k e. super semidiametrum est ipsa à centro ad basim perpendicularis. Ergo ipsa perpendicularis est semidiametri pars tertia. Quare diametri sexta.

6 Sphæræ semidiameter ad perpendicularem à centro ad basim octahedri circumscripti, potentia triplum est Vnde latus ipsius solidi ad eandem perpendicularem potentia sextuplum erit.

7 Nam per 17. præteriti, semidiameter sphæræ ad latus octahedri potentia est, sicut 3. ad 6. latus autem octahedri ad semidiametrum circuli, qui basim octahedri circumscribet. per 15. præmissi, est sicut 6. ad 2. in potentia. Ergo, per æquam proportionem, semidiameter sphæræ ad semidiametrum dicti circuli, est sicut 3. ad 2. Sed per penultimam primi, quadratum semidiametri dicti circuli cum quadrato perpendicularis æquum est quadrato semidiametri sphæræ. Igitur quadratum semidiametri sphæræ ad quadratum perpendicularis triplum. Quare latus octahedri sexcuplum potentialiter ad eandem, sicut proponitur.

8 Perpendicularis à centro sphæræ ad basim octahedri potentialiter tripla est ad perpendicularem ab eodem centro ad basim pyramidis in eadem sphæra locatæ. Nam, per præmissam perpendicularis octahedri ad semidiametrum sphæræ potentia est sicut 3. ad 9. Per ante præmissam autem, semidiameter sphæræ ad perpendicularem pyramidis, potentialiter est, sicut 9. ad 1. Per æquam ergo proportionem, perpendicularis octahedri ad perpendicularem pyramidis, potentia. sicut tertium ad vnum, sicut proponitur.

Perpen-

PERPENDICVLARIS à centro ſphæræ ad baſim cubi ab ipſa ſphæra comprehenſi, eſt dimidium lateris cubi. Patet hoc ex 18. 19. & 40. vndecimi. 8

DVAE perpendiculares, vna à centro ſphæræ ad baſim octahedri: altera ab eodem centro ad baſim cubi in eadem ſphæra comprehenſorum ſunt æquales. Nam ex præmiſſa & 18. præcedentis, ſphæræ ſemidiameter potentialiter tripla eſt ad perpendicularem cubi. Et per 6ª. huius, eadem ſemidiameter potentialiter tripla eſt ad perpendicularem octahedri. Quare perpendiculares ipſæ ſunt inuicem æquales. quod eſt propoſitum. 9

BASIS pyramidis ad baſim octahedri in eadem ſphæra comprehenſi eſt ſeſquitertia. Nam quadratum lateris pyramidis ad quadratum diametri ſphæræ, eſt ſicut 2. ad 3. per 16. præcedentis. & ideo ſicut 4. ad 6. ſphæricæ autem diametri quadratum ad quadratum lateris octahedri, ſicut 6. ad 3. per 17. præcedentis. Quare per æquam proportionem, quadratum lateris pyramidis ad quadratum lateris octahedri erit ſicut 4. ad 3. Quare ſic triangulum ad triangulum per 18. ſexti. 10

Hinc ergo manifeſtum eſt, quòd tota pyramidis ſuperficies ad totam octahedri ſuperficiem eſt ſicut 16 ad 24. videlicet ſubſeſquialtera. 11

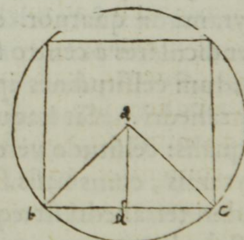
RATIO ſexcupla ſuperpartiens tres quartas, dupla eſt ad rationem, quam habet octahedri ſolidum ad pyramidis ſolidum in eadem ſphæra exiſtentium. E ductis à centro ſphæræ ad angulos ſolidorum rectis, ſecetur octahedrum in 8. pyramides: Tetrahedrum verò ſeu pyramis in quatuor. eruntque 8. pyramidum celſitudines ipſæ perpendiculares à centro ſphæræ ad baſes octahedri. Quatuor vero pyramidum celſitudines ipſæ perpendiculares ab eodem centro ad baſes tetrahedri. Sit itaque pyramis a. cuius baſis ſit ſuperficiei octahedri æqualis: celſitudo vero æqualis perpendiculari octahedri. Sit item b. pyramis, cuius baſis ſuperficiei tetrahedri, celſitudo vero perpendiculari tetrahedri ſit æqualis. Eritque per 6ª. vndecimi, pyramis a. octahedro: pyramis vero b. tetrahedro æqualis. Quibus ſuppoſitis, erit per 7ª huius, celſitudo pyramidis a. ad celſitudinem pyramidis b. potentialiter tripla. & ideo ſicut 27. ad 9. baſis verò pyramidis a. ad baſim pyramidis b. per corollarium præcedentis: erit ſeſquialtera: & ideo potentialiter, ſicut 9. ad 4. Ergo per æquam proportionem, ratio pyramidis a. ad pyramidem b. (quæ ex rationibus celſitudinum & baſium componitur) duplicata erit, ſicut 27. ad 4. ſicut enim ſimplæ ſimplam, ſic duplæ duplam rationem componunt. Igitur & eadem ratio octahedri ad tetrahedrum, ſicut proponitur demonſtrandum. 12



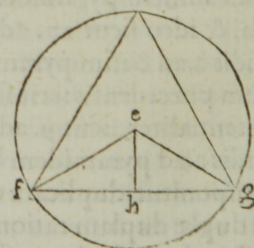
12 CVBI quadratum & octahedri triangulum ab vna sphæra comprehensorum, ab eodem circulo circumscribuntur. Per 9ª. enim huius, perpendiculares à centro sphæræ ad bases huiusmodi solidorum sunt inuicem æquales. Quæ autem à centro sphæræ ad angulos basium, sunt semidiametri sphæræ. Ergo per penultimam primi, si quadrata perpendicularium subtrahátur à quadratis semidiametrorum sphærę; relinquentur quadrata semidiametrorum circulorum qui bases ipsas circumscribunt, per communem conceptum, æqualia. Quare & ipsæ circulorum semidiametri æquales erunt. quod est propositum. Idem aliter ostendetur, sic. Quadratum lateris octahedri ad quadratum diametri sphæræ, per 17ª præmissi, est sicut 3. ad 6. Quadratum verò diameter sphæræ ad quadratum lateris cubi, per 18ª. eiusdem, est sicut 6. ad 2. Per æquam ergo proportionem, latus octahedri ad latus cubi, potentialiter est, sicut 3. ad 2. Capiatur ergo circulus, cuius semidiametri quadratum sit dimidium quadrati cubici. eritque idem tertia pars quadrati lateris octahedri. Hic ergo circulus, per penultimam primi, circumscribet quadratam basim cubi: & per 15ª præcedentis libri, triangulam basim octahedri, quod est propositum.

Vnde rursus perpendiculares à centro sphæræ ad bases octahedri atq; cubi circumspectorum arguentur æquales, adducta penul. primi.

13 QVOD sub perpendiculari à centro basis cubi ad latus, & sub ipso latere comprehenditur, rectangulum est totius cubicæ superficiei pars duodecima. A centro basis cubi a. ad latus b c. exeat perpendicularis a d. Aio, quòd id, quod sub a d. b c. comprehenditur, rectangulũ est totius cubicæ superficiei pars 12ª. Patet: nam tota cubi superficies diuiditur in 2. triangula singula æqualia, & similia ipsi triangulo a b c. Et ex a d. in b c. producitur duplum trianguli a b c. per 41ª. primi.



14 QVOD sub perpendiculari à centro basis octahedri ad latus, & sub ipso latere comprehenditur, rectangulum est totius solidi areæ pars 12ª. A centro basis octahedri e. ad latus f g. cadat perpendicularis e h. Aio, q̄ id, quod sub e h. f g. comprehenditur, rectangulum est totius octohedri superficiei pars 12ª. Patet hæc, sicut præcedẽs. habet enim tota octahedri superficies 24. triangula æqualia singula ipsi △lo e f g. adducta 41ª. primi.



Manifestum

Manifestum est ergo, quòd cubica superficies ad octahedri superficiem, est sicut rectangulum, quod sub latere cubi & ei perpendiculari à centro comprehenditur, ad rectangulum quod sub latere octahedri & ei perpendiculari à centro circuli continetur.

A centro circuli ad latus trianguli æquilateri in circulo descripti perpendicularis dimidium est semidiametri eiusdem circuli. In circulo a b c. sit triangulum æquilaterum a b c. A cuius centro d. exeat perpendicularis d e. Aio, quòd d e. est dimidium semidiameter d b. Producatur enim d e. ad periferiam in punctum f. & connectatur b f. quod erit latus hexagoni: & ideo æquale semidiameter per 15ª. quarti. Quare, si à quadratis ipsarum d b. b f. æqualibus auferatur quadratum ipsius b e. per penultimam primi, supererunt quadrata ipsarum d e. e f. æqualia. Quare d e. e f. æquales. & ideo d e. perpendicularis dimidium est ipsius d f. semidiameter. quod est propositum. Idem consistit in 3° corollario 15. præmissi. 15



Sesquitertia ratio dupla est eius, quam habet tota cubi superficies ad totam octahedri superficiem. Inspice figurationes 13ª. & 14ª. præcedentium. sitque a. basis cubi: e. vero basis octahedri intra duos circulos inuicem æquales descriptæ per 12ª huius. quoniã solida in eadem sphæra locari supponuntur. Quoniam igitur quadratum a. & triangulum e. in circulo sunt æqualibus: ideo ratio dupla eius, quam habet b c. ad ipsam f g. erit sicut 4. ad 6. per 15ª. præmissi. Dupla verò ratio eius, quam habet a d. ad ipsam e h. est sicut 6. ad 3. Nam, per præcedentem e h. est dimidium ipsius a c. ad quod dimidium ipsa a d. potentialiter dupla est. Sed ex his duabus duplis, per 24ª. sexti, componitur ratio dupla eius, quam habet rectangulum sub ipsis b c. a d. contentum ad rectangulum sub ipsis f g. e h. comprehensum. Igitur, per æquam proportionem, ratio 4. ad 3. dupla est eius, quàm habet rectangulum ipsarum b c. a d. ad rectangulum ipsarum f g. e h. Sed hæc ratio, per corollarium antepræmissæ, est sicut cubica superficies ad octahedricam superficiem. Ergo & ratio 4. ad 3. dupla est rationis, quam habet cubica superficies ad octahedricam superficiem. hoc est sesquitertia: sicut proponitur demonstrandum. 16

Cubica superficies ad octahedri superficiem est sicut pyramidis latus ad octahedri latus in eadem sphæra. Nam pyramidis latus ad sphæræ diametrum, per 16ª. præmissi, potentialiter est sicut 4. ad 6. sphæræ autem diameter ad octahedri latus, per 17ªᵐ eiusdem, est sicut 6. ad 3. potentialiter. Ergo per æquam proportionem, pyramidis latus ad octahedri latus, potentialiter erit, sicut 4. ad 3. hoc est sesquitertia: 17

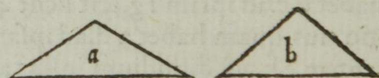
Sed

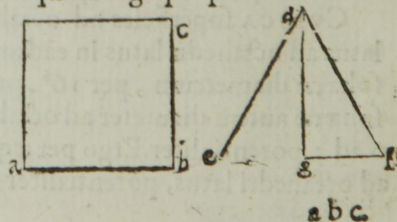
ſed per precedentem, cubica ſuperficies ad octahedri ſuperficiem ſeſquitertia eſt potentialiter. Sequitur ergo vt cubica ſuperficies ad octahedri ſuperficiem, ſit ſicut pyramidis latus ad octahedri latus. quod eſt propoſitum.

18 SICVT eſt cubi ſuperficies ad octahedri ſuperficiem, ſic cubi ſolidum ad octahedri ſolidum in eadem ſphæra. Exeant enim à centro ſphæræ ad ſingulos ſolidorum angulos ſemidiametri. Sic enim cubus ſecabitur in ſex pyramides quadratas: octahedrum verum in octo pyramides triangulas. Eruntque perpendiculares à centro ad baſes tam illarum, quàm harum pyramidum, per 9^{am} huius, vel per corollarium 12^{x} huius, inuicem æquales. Intelligantur itaque geminæ pyramides ſub faſtigio dictæ perpendicularis ambæ. Quarnm vna a. cuius baſis ſit omnibus cubi baſibus æqualis. altera b. cuius baſis ſit omnibus octahedri baſibus æqualis. Eritque per ſextam vndecimi pyramis a. æqualis cubo. pyramis verò b. æqualis octahedro. Et quoniam ſub eodem ſunt faſtigio, erit pyramis a. ad pyramidem b. ſicut baſis a. ad baſim b. Quare & cubi ſolidum ad octahedri ſolidum erit, ſicut cubi ſuperficies ab cubi ſuperficiem. Quod fuit demonſtrandum.

Manifeſtum eſt ergo, quòd cubi ſolidum ad octahedri ſolidum eſt, ſic pyramidis latus ad octahedri latus in vna ſphæra contentorum, hoc eſt potentialiter ſeſquitertium.

19 DVPLA, decemque viceſimas ſeptimas ſuperpartiēs ratio eſt, ſicut ratio cubicæ baſis ad octahedricam baſim duplicata, ſolidorum in eadē ſphæra locatorum. Eſto a b c. quadratum cubi. d e f. triangulum octahedri eiuſdem ſphæræ. Aio, ꝙ ratio 64. ad 27. dupla eſt eius, quá habet quadratum a b c. ad triangulum d e f. Cadat enim d g. ad baſim e f. perpendicularis. Et quoniam quadratum a b c. & triangulum d e f. per 12^{am} huius, in eodem circulo inſcribuntur: ideo latus a b. ad ipſum d e. potentialiter erit ſubſeſquialterum, hoc eſt, ſicut 8. ad 12. per quindecimam præmiſſi & ſequentia corollaria. Sed d e. ad ipſam d g. per primam huius, ſicut 12. ad 9. Per æquam ergo proportionem a b. vel b c. ad ipſam d g. potentialiter erit, ſicut 8. ad 9. Item d e. ad ipſam e g. potentialiter eſt, ſicut 12. ad 3. Rurſus ergo per ęquā proportionē, a b. ad ipſam e g. potentialiter erit, ſicut 8. ad 3. verùm ratio quadrati





abc.ad triangulum d e f. componitur ex ratione a b.ad ipſam e g. & ex ratione b c. ad ipſam a g. Ergo ratio dupla quadrati a b c. ad triangulum d e f.componetur ex duplis rationibus earundem. & quoniam dupla eius,quam habet a b.ad ipſam e g.fuit,ſicut 8.ad 3.hoc eſt,ſicut 64.ad 24.Dupla autem eius,quam habet b c.ad ipſam d g. fuit ſicut 8. ad 9. hoc eſt,ſicut 24.ad 27. Ideo, per æquam proportionem, dupla eius,quam habet quadratum a b c.ad triangulum d e f.erit ſicut 64.ad 27. quod fuerat demonſtrandum.

SESQVITERTIA ratio dupla eſt eius, quam habet cubica baſis ad pyramidis baſim in eadem ſphæra. Patet. Nam per præmiſſam, ratio 64. ad 27. dupla eſt eius, quam habet cubica baſis ad octahedricam baſim. Item per 10^{am} huius, ratio 9.ad 16. hoc eſt ratio 27. ad 48. dupla eſt eius, quam habet octahedrica baſis ad pyramidis baſim. Per æquam ergo proportionem, ratio dupla eius, quam habet cubica baſis ad pyramidis baſim,eſt ſicut 64. ad 48. & ideo ſicut 4.ad 3. hoc eſt, ſeſquitertia.ſicut proponitur.Hoc idem poſſes concludere laterum rationes componendo,ſicut in præcedenti. 20

Hinc manifeſtum eſt, quòd cubica baſis ad pyramidis baſim eſt ſicut tota cubi ſuperficies ad totam octahedri ſuperficiem. Et ſicut ſolidum ad ſolidum. & ſicut pyramidis latus ad octahedri latus. conſtat enim hoc ex præſenti 16^{a}. 17^{a}. & 18^{a}. præmiſſis.

TRIPLA ratio dupla eſt eius, quam habet cubica ſuperficies ad pyramidis ſuperficiem in eadem ſphęra. Nam,per 16^{am} huius,ſeſquitertia ratio, ſcilicet 12. ad 9. dupla eſt eius, quam habet cubica ſuperficies ad octahedricam ſuperficiem.Item per corollarium. 10^{æ}. ratio 9. ad 4. dupla eſt eius, quam habet octahedri ſuperficies ad pyramidis ſuperficiem. Per ęquam ergo proportionem, ratio 12. ad 4. hoc eſt tripla, dupla eſt eius, quam habet cubica ſuperficies ad pyramidis ſuperficiem. Quod eſt propoſitum. 21

CVBVS triplus eſt ad pyramidem in eadem ſphęra deſcriptam. Nam,per 18^{am} huius,ratio ſeſquitertia,hoc eſt 36 ad 27.dupla eſt eius, quam habet cubus ad octahedrum. Item, per vndecimam huius,ratio 27.ad 4.dupla eſt eius,quam habet octahedrum ad pyramidem. Ergo, per ęquam proportionem, ratio 36.ad 4. dupla eſt eius, quam habet cubus ad pyramidem. Sed hęc eadem ratio 36. ad 4.per 11^{am} octaui, dupla eſt eius, quam habet 6. ad 2. Ergo cubus ad pyramidem, ſicut 6.ad 2 hoc eſt ſicut 3.ad 1.videlicet triplus. ſicut proponitur demonſtrandum. 22

Id idem poteſt aliter oſtendi. Erecta enim pyramide ſuper baſim cubi ad altitudinem cubi: hæc pyramis quadrata erit æqualis tetrahedro. Sed cubus ad hanc pyramidem triplus per 7^{a}. 11. Ergo idem

cubus ad tetrahedrum triplus. Quod autem pyramis ipsa cubi æqualis sit tetrahedro, patet. quoniam per 20ª. huius, sesquitertia ratio dupla est eius, quam habet basis cubicæ pyramidis ad basim tetrahedri. Rursum sesquitertia ratio dupla est eius, quam habet fastigium tetrahedri ad fastigium cubicæ pyramidis, per 2ᵘ corollarium. 18ᵉ præmissi libelli. Ergo bases cubicæ pyramidis, & tetrahedri reciprocæ sunt celsitudinibus. Quare per 9ª vndecimi, cubica pyramis tetrahedro æqualis est. quod supererat demonstrandum.

Idem sequitur, si pyramidis vel tetrahedri columnam triangulam erigas: quæ cum sit tripla tetrahedro & æqualis cubo: rursus arguitur cubus ad tetrahedrum triplus. Quod autem prædicta columna triangula sit æqualis cubo: patet, quoniam bases in ipsis sunt altitudinibus reciprocæ per corollarium dictum, & per 20ª. huius.

Idem aliter, & quarto modo demonstrabimus (quæ curiositas est ingeniorum) Sic. Diameter sphæræ potentialiter tripla est ad latus cubi sibi inscripti, per 18ª præcedentis. Ergo ad eius dimidium (quanta est perpendicularis à centro sphæræ ad basim cubi per 8ª. huius) erit duodecupla. Item, per 5ª. huius, sphæræ diameter est trigecupla sexcupla ad perpendicularem à centro sphæræ ad basim pyramidis. Igitur perpendicularis cubi, ad perpendicularem pyramidis potentialiter erit tripla. Quoniam vero ex ductu perpendicularis à centro sphæræ ad basim solidi regularis, in totam superficiem solidi producitur, triplum soliditatis: idcirco triplum soliditatis cubi ad triplum soliditatis pyramidis rationem habet compositam ex rationibus duabus, scilicet ex ratione perpendicularium & ex ratione superficierum. Sed perpendicularis cubi ad perpendicularem pyramidis, dudum ostensa fuit potentialiter tripla. Cubica vero superficies ad pyramidis superficiē, per 21ᵃᵐ huius potentialiter quoq; tripla est. Igr̃ ratio tripli soliditatis cubicæ ad triplū soliditatis pyramidis, potētialiter sumpta, cōponetur ex duabus triplis rationibus. Quare potētialiter erit nonupla. Et ideo triplum cubi ad triplum pyramidis erit nonuplum potētialiter. Vnde & cubus ad pyramidem item potentialiter nonuplus: & perinde in magnitudine triplus. sicut tribus alijs processibus dudum demonstratum fuit. Et hic est quartus demonstrationis modus.

REPETITIO PRO CALCVLO.

ET QVONIAM, ingeniose Lector, harū diametrorum, laterum, perpendicularium ratio & collatio constat per calculum: ideo repetemus hic omnia, quæ circa sphæram, pyramidem, octahedrum & cubum tradita sunt, in lineamento & calculo, vt repetita melius teneantur. Sic. Super diametrum a b. centrumq́ue k. stet semicirculus

a d b.

a d b. sitq; a c. dupla ipsius c b. & excitatis perpẽdicularibus c d. k e. k f. Connectantur a d. d b. b e. Vnde constabit ex 16^{am} præmissi, quòd posita a b. diametro sphæræ, erit a d. latus pyramidis in sphæra descripti. Per 17^{am} e b. latus octahedri. Per 18^{am} b d. latus cubi Per 4^{am} huius, a c. perpẽdicularis à vertice pyramidis ad basim. Per 5^{am} huius, k c. perpendicularis à centro sphæræ ad basim pyramidis. Per 6^{am} huius k f. perpendicularis à cẽtro sphæræ ad basim octahedri. Nam per 8^{am} est dimidium ipsius b d. Et per 9^{am} æqualis perpendicularis à cẽtro sphæræ ad basim cubi. Item ex 16ª præmissi, constat c d. esse semidiametrum circuli circũscribentis basim pyramidis. Per 12^{am} quoq; huius, patet triãgulũ octahedri, & quadratum cubi ab eodem circulo circumscribi. Namq; b e. latus octahedri ad semidiametrũ dicti circuli triplum: & b d. latus cubi ad eandem semidiametrum est potentialiter duplum. Cum illud latus ad hoc sit potẽtialiter sesquialterum. Exponetur nunc in tabella numerarius calculus, per quem nihilominus omnia demonstrantur.

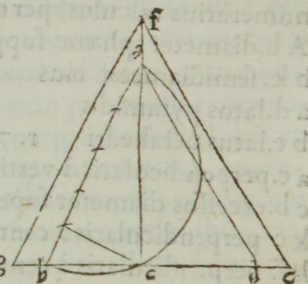
A b. diameter sphæræ supponitur	12
b k. semidiameter eius	6
a d. latus pyramidis	r. 96
b e. latus octahedri r. 72 | b d. latus cubi	r. 48
a c. perpendicularis à vertice pyramidis ad basim	8
c b. excessus diameter super dictam perpendicularem	4
k c perpendicularis à centro sphæræ ad basim pyramidis	2
k f. perpendicularis à centro sphæræ ad basim octahedri & etiam ad basim cubi.	r. 12
c d. semidiameter circuli circumscribentis basim pyramidis	r. 32
Semidiameter circuli circumscribẽtis quadratum cubi & triangulum octahedri	r. 24

Ad quam videlicet latus octahedri (quod & trianguli) triplum: latus vero cubi (quod & quadrati) duplum est.

Quæ quidem pertinent ad tria solida, scilicet pyramidem, octahedrum & cubum.

ET NE quid intẽtatum relinquatur, subiungemus nunc duorum, quæ restant, solidorũ lineamentum & calculũ. Ponatur a b. semidiameter sphæræ: super quam describatur semicirculus b c a. Et in diametro, sit a h. quadrupla residui b h. Et excitata h c. perpendiculari, coniungatur b c. c a. & producantur vtrinque. Sitq; ipsi a b. æqualis b d. atque cõnectatur a d. quæ, per 21^{am}

præmissi, erit latus icosahedri descripti in sphæra, cuius semidiameter a b. Et quoniam a h. quadrupla est ipsius h b. Ideo quadratum ipsius a c. quadruplum erit quadrati b c. & a c. dupla ipsius b c. & b d. æqualis ipsi a b. Iam, per 11ª. secundi, quod fit ex a c. in ipsam c b. æquum est quadrato ipsius c d. atque ideo per 16ª. sexti. si a c. secetur secundùm extremam & mediam rationem; maior eius portio erit c d. Vel quoniam a b. ad ipsam b c. potentialiter quincupla est: ideo a c. (quæ dupla est ipsius b c.) diuisa secundùm extremam & mediam rationem, maior eius portio erit c d. per 2am præmissi libri. Producatur c a. & ponatur c f. latus cubi in dicta sphæra locati. Quod quidem ad semidiametrum potentialiter sesquitertium est. ad ipsam vero a c. sicut 5. ad 3. & agantur e f. f g. ipsis d a. a b. æquidistantes. Vnde ex similitudine triangulorum sequetur proportio linearum. Atque per 7am præmissi, sicut ipsius a c. secundùm extremam & mediam rationem diuisę maior portio est c d. ita & ipsius c f. similiter sectę maior pars erit. c e. Cumque c f. sit latus cubi: iam per 20am præmissi, c e. fiet latus dodecahedri in eadem sphæra clausi.



Si autem ponatur a c. semidiameter circuli vel latus hexagoni: Tunc, quoniam a c. per mediam & extremam rationem sectæ maior portio est c d. Ideo per 12am præmissi c d. erit latus decagoni à tali circulo circumscripti. & per 13am a d. latus pentagoni.

Et quoniam a c. ad ipsam a b. semidiametrum sphæræ potentialiter est sicut 4 ad 5. Et ipsius a c. dicto modo diuisę maior portio est c d. Ideo sequitur hoc corollarium, quòd ipsum a d. latus icosahedri potest ipsas a c. c d.

Item, quoniam a b. semidiameter sphæræ potentialiter quincupla est ad ipsam b c. quod est dimidium ipsius a c. ideo diameter sphæræ potentialiter etiam quincupla est ad totam a c. quæ est semidiameter circuli circumscribentis pentagonum, cuius latus est ipsum a d. latus icosahedri in tali sphæra locati. Quod autem linea a d. sit latus pentagoni in dicto circulo positi, patet per 13ª. præmissi: quoniam potest ipsa a c. c d. latera hexagoni & decagoni à tali circulo clausulorum. Et habes secundùm hoc corollarium.

Constat etiam quòd sphæræ semidiameter æqualis est dimidio lateris hexagoni & lateri decagoni in circulo prædicto descriptorũ pariter acceptis. Namque a b. sphæræ semidiameter æqualis fuit ipsi b d.

quæ componitur ex b c. dicto dimidio, & ex c d. latere decagoni. Et hoc est tertium corollarium.

Notandum etiam quòd hæc eadem corollaria ſequebantur in deſcriptione & lineamento 19. prætendentis libri.

Si ſphæra circumſcribat dodecahedrum & cubum: tunc latus cubi est linea, quæ ſubtendit angulum in pentagono dodecahedri. Et hoc etiam corollarim conſtat in 20ª præmiſſi.

Nunc veniamus ad praxim calculi theoriam comprobantes: & ſphæræ ſemidiametrum partium 6. ſicut antea, ponentes.

A b. ſemidiameter ſphærę	6	c f. latus cubi	r.48
a h.	$4\frac{4}{5}$	c g.	r.12
h b.	$1\frac{1}{5}$	c e. latus dodecahedri. r.60. m̄	r.12
c h	$2\frac{2}{5}$		
a c	r. $28\frac{4}{5}$	Quæ ſingula respondent	
b c	r. $7\frac{1}{5}$	iis, quæ ſuperius demonſtrantur.	
a d. latus icoſahedri. ſcilicet r. v. 72. m̄. r. $1036\frac{4}{5}$			

Hactenus quæ circa latera & baſes ac perpendiculares pyramidis, octahedri, atque cubi & eorum collationes. nec non circa latera icoſahedri atque dodecahedri conſyderanda ſunt, tradidimus. Deinceps ad perpendiculares, baſes, ſuperficies ac ſoliditates horum duorum, & collationem demonſtrandam veniemus. & hinc ſecundum hunc libellum terminabimus.

A CENTRO ſphæræ ad baſim icoſahedri recta perpendicularis maior eſt, quàm perpendicularis ab eodem cẽtro ad baſim cubi in eadem ſphæra conſtituti. Patet. Nam circulus circumſcribẽs quadratum cubi, maior eſt circulo circumſcribente triangulum icoſahedri. Nam ille circulus, per 12ª huius, circumſcribit triangulum octahedri. quod triangulum maius eſt triangulo icoſahedri, quod circumſcribit hic. Ergo ſi quadrata horum ſemidiametrorum ſingula ſubtrahantur à quadrato ſemidiametri ſphæræ; ſupererunt per penultimam primi, quadrata perpendicularium à centro ſphæræ ad ipſas ſolidorum baſes. Per ſubtractionem igitur minoris quadrati, ſupererit maius quadratum, & ideo maior perpendicularis. Quoniam igitur minor eſt circulus circumſcribens baſim icoſahedri, & ideo minus quadratum eius ſemidiameter; ideo maior erit perpendicularis à cẽtro ſphæræ ad baſim icoſahedri, quàm ab eodem centro perpendicularis ad baſim cubi. Quod eſt propoſitum. Poterat & prius oſtendi, quòd 23

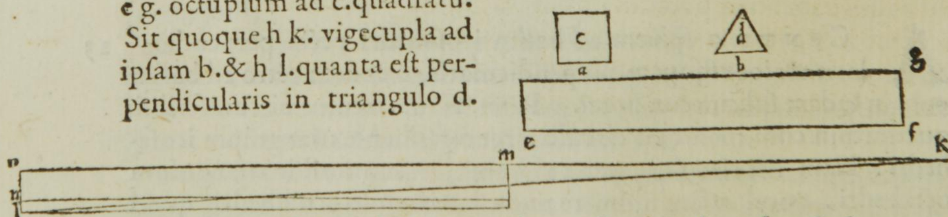
perpendicularis icoſahedri maior eſt, quàm perpendicularis octahedri (quoniam illius triangulum minus eſt) & ideo maior, quàm perpendicularis cubi, ſicut demonſtrandum proponitur.

24 MAIVS eſt icoſahedri latus ſphæræ, intra quam deſcribitur, ſemidiametro. Intuere deſcriptionem vltimæ præcedentis libelli: in qua a h. & m b. ſunt ęquales: & harum vtralibet maior, quàm m l. & ideo maior, quàm k l. & ideo maior, quàm h m. Igitur m b. aſſumit de ſemicirculo pluſquàm tertiam partem: ergo maius eſt m b. quàm latus hexagoni in ipſo circulo deſcripto. Quare latus icoſahedri maius ſemidiametro ſphæræ. quod eſt propoſitum. Idem conſtat in lineamēto prædictæ repetitionis. vbi a d. longum quàm a b. quoniã c d. longior, quàm b c. & ſimiliter conſtat propoſitum.

25 DVO quadrata, quæ ex ſphærę diametro ſimul ſumpta æqualia, ſunt ſuperficiei cubi in ſphæra conſtructi. Per 18ª enim præmiſſi libelli, quadratum, quod eſt ſphæræ diametro triplum, eſt quadrato cubiti lateris: cumque ſex quadrata cubi perficiant cubicam ſuperficiem. patet propoſitum.

Hinc manifeſtum eſt, quòd octo quadrata, quæ à ſphærica ſemidiametro, adæquant cubicam ſuperficiem.

26 VIGINTI triangula æquilatera maius ſunt, quàm octo quadrata ſuper eiſdem deſcripta lateribus. Vt ſi ſint ſuper lineas a b. æquales, quadratum c. & triangulum d. æquilaterum: Aio, quòd 20. triangula æqualia ſingula triangulo d. maius ſunt quàm 8. quadrata ſingula æqualia quadrato c. Sit enim e f. octupla ad lineam a. & f g. æqualis ipſi a. eritque rectangulum e g. octuplum ad c. quadratũ. Sit quoque h k. vigecupla ad ipſam b. & h l. quanta eſt perpendicularis in triangulo d.



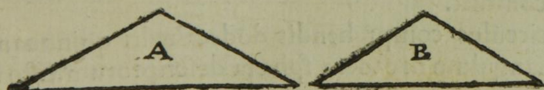
Et erit triangulum h k l. vigecuplum ad triangulum d. Secta quoq; per æqualia h k. in puncto m. erit rectangulum l m. ęquum rectangulo h k l. per 41ª. primi. Eritque f g. ad ipſam h l. potentialiter ſeſquitertia, per primam huius. Sed h m. ad ipſam e f. per hypotheſim, ſicut 5. ad 4. & ideo potentialiter ſicut 25. ad 16. Maior ergo eſt ratio h m. ad ipſam e f. quàm ratio ipſius f g. ad ipſam h l. Sit itaque ſicut h m. ad ipſam e f. ſic f g. ad ipſam h n. Eritq; per 8ª quinti h n. minor, quàm h l. Fiat ergo rectangulum m n. quod, per 13ªm ſexti, erit æquum rectangulo e g. propter reciprocam laterum rationem. Quare rectangulum l m.

maius

maius erit rectangulo e g. fuit autem rectangulum l m. æquum triangulo h k l. & ideo vigecuplum ad triangulum d. Et rectangulum e g. octuplum ad c. quadratum. Igitur dictum vigecuplum maius dicto octuplo: Quod erat demonstrandum. Imò 19. triangula huiusmodi excedunt dicti quadrati octuplum. vt docet ipsa rationum compositio.

ICOSAHEDRI superficies maior est, quàm cubi in eadem sphæra positi superficies. Nam, per præcedentem, viginti triangula æquilatera super semidiametro sphæræ cõstituta maius sunt, q̃ octo quadrata sup eadẽ semidiametro descripta. Sed p 24^{am} huius, latus icosahedri maius est sphæræ, in qua locatur, semidiametro. A' fortiori ergo 20. triangula super latus icosahedri constituta, maiora sunt, quàm octo quadrata sup semidiametro sphæræ descripta. Sed 20. triangula huiusmodi cõponũt totam icosahedri superficiẽ. Et octo quadrata semidiametri sphæralis, per 25^{am} conflant totam cubi superficiẽ. Ergo & icosahedri superficies maior erit, quàm cubi superficies. sicut demonstrandum proponitur. 27

ICOSAHEDRVM maius est cubo secum in vna sphæra descripto. Patet. Nam perpendicularis à centro sphæræ ad basim icosahedri maior est, per 23^{am} huius, quàm perpendicularis ab eodem centro ad basim cubi. Et, per præcedentem, superficies icosahedri maior est, quàm cubi superficies. Quam ob rem, si eductis à centro sphæræ rectis ad angulos solidorum distinguantur ipsa solida in pyramides: deinde fiat pyramis, cuius basis sit omnibus icosahedri simul sumptis basibus æqualis, celsitudo verò æqualis perpendiculari à centro sphæræ ad basim solidi: quæ pyramis sit, A. Mox fiat alia pyramis, cuius basis sit æqualis toti cubi superficiei: celsitudo verò æqualis perpendiculari ad basim cubi: quæ pyramis sit B. Iam per 6^{am} duodecimi, pyramis a. icosahedro, pyramis vero b. cubo æqualis erit. Et quoniam pyramis A. & basi & fastigio superat B. pyramidem: erit proculdubio maior eadem. Quare & icosahedrum cubo maius erit. quod est propositum. 28



QVÆ à circuli centro in pentagoni latus in ipso circulo descripti perpendicularis ducitur, dimidia est simul vtriusque & eius, quæ ex centro & lateris decagoni in eodem circulo descripti. In circulo a b g. cuius centrum c. sit e c. perpendicularis ad a b. latus pentagoni: quæ producatur ad periferiam in punctum d. eritque b d. latus decagoni: Tunc aio, quòd c e. æqualis est dimidio ipsius c d. & dimidio ipsius bd. in rectum coniũctis. Sumatur enim ipsi e d. æqualis e f. & connectatur 29

b f. & quoniam angulus g c b. duplus eſt ad angulũ d.vel b.p 32^am^ primi:& quadruplus ad angulum b c d.per vltimam ſexti.ideo angulus d.vel b. duplus eſt ad angulum b c d. Quare angulus b f d.ipſi d. angulo æqualis duplus eſt ad angulum b c d.& per 32^am^ primi, ad ipſum angulum f b c: ipſi igitur b c f. f b c. anguli inuicem æquales. Quare lineæ c f. f b. b d. inuicem æquales. Cumque ipſæ f c.c d.iunctæ faciant duplum ipſius c e. iam & ipſæ b d. c d. ſimul ſumptæ facient duplum eiuſdem c e. Ergo & dimidia ipſarum b d. c d. coniuncta facient ipſam c e. ſicut proponitur demonſtrandum.

30 QVADRATA, quod à latere pentagoni, quodque ex eius angulum ſubtendẽte,ſimul ſumpta,quincuplum ſunt quadrati, quod ex circuli pentagonum circumſcribentis ſemidiametro. Sit a b.latus pentagoni b e.latus decagoni: b c. ſubtendens angulum pentagoni c d e. diameter circuli a b c.centrum autem d. Aio,quòd quadrata linearum a b. b c. ſimul quincuplum faciunt quadrati d c. vel c d. Quod ſic oſtenditur.

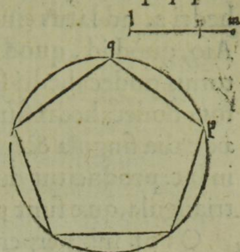
□.d e.
□.d e.
□.d e. } —p pen. primi— □ e.c — { □.c b.
□.d e. { □.b e. } —p 13 pmiſſi.— □. a b.
□. d e ——————— □.d e.

Hinc manifeſtum eſt, quòd quadrata,ex latere dodcahedri & ex latere cubi in eadem ſphæra locatorum ſimul ſumpta, quincuplum faciunt quadrati, quod ex ſemidiametro circuli pentagonum dodecahedri circumſcribentis, fit. Nam ſi ſphæra circumſcribit dodecahedrum & cubum, latus dodecahedri cum ſit a b. erit cubi latus a b c.ſicut in 20^a^ præmiſſi, vel per poſtremum corollarium repetitionis conſtitit.

31 IDEM circulus comprehendit dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum.Eſto in ſphæra, cuius diameter a b. clauſi dodecahedri baſis c. & in eadem ſphæra deſcripti icoſahedri baſis d. Sintque hæ duæ baſes intra circulos e f g. & h k. quorum ſemidiameter c f.d k.centra cdt Aio, quòd æquales ſunt c f. d k. Si. enim a b. potentialiter quincupla ad ipſam l m. quæ in puncto n. ſecetur ſecũdùm mediam & extremam rationẽ.

& maior

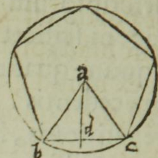
& maior portio sit l n. Sitque circulus p q. cuius semidiameter sit l m. quod erit latus hexagoni: & l n. latus decagoni, in circulo p q. descriptorum per 12ª præmissi. Quare quadratum lateris p q. pentagoni scilicet in ipso circulo p q. descripti, erit æquum quadratis ipsarum l m. l n. per 13ªm præcedentis. Per corollarium autem secundum repetitionis, h k. latus icosahedri est æquale ipsi p q. & ideo quadratum ipsius h k. erit æquale quadratum ipsarum l m. l n. Sed a b. potentialiter tripla est a d. e g. latus cubi, per 18ªm præmissi. qui.s.cubus dictæ sphæræ inscribitur per vltimum coroll. repetitionis. Et si e g. secetur secundùm extremam & mediam rationem: maior portio erit e f. per 10ª præmissi. Ergo per 7ª. eiusdem. sicut e g. ad ipsam l m. sic e f. ad ipsam l n. Quare per 21ª sexti, quadratum ipsius e g. ad quadratum ipsius l m. sicut quadratum ipsius e f. ad quadratum ipsius l n. Et ideo, per 13ª quinti, sicut aggregatum quadratorum e g. e f. ad aggregatum quadratorum l m. l n. sic quadratum ipsius e g. ad quadratum ipsius l m. Et per 15ª quinti, & permutatam proportionem, triplum quadratorum e g. e f. ad aggregatum quadratorum l m. l n. sicut triplum quadrati ipsius e g. ad triplum quadrati ipsius l m. Triplum autem quadrati ipsius e g. est quadratum ipsius a b. per 18ªm præmissi. Sed quadratum ipsius a b. quincuplum ad quadratum ipsius l m. Ergo triplum quadrati ipsius e g. quincuplum ad quadratum ipsius l m. Quare triplum aggregati quadratorum e g. e f. quincuplum est ad aggregatum quadratorum l m. l n. & ideo ad quadratum ipsius h k. Per 15ªm autem præmissi, quincuplum quadrati ipsius h k. quindecuplum est ad quadratum ipsius d k. & per 30ªm huius, triplum aggregati quadratorum e g. e f. quindecuplum est ad quadratum ipsius c f. Itaque quindecuplum quadrati ipsius c f. æquale est quindecuplo quadrati ipsius d k. Igitur quadrata ipsarum c f. d k. sunt inuicem æqualia. Et perinde ipsæ c f. d k. æquales. Quod fuerat demonstrádum.



PERPENDICVLARES à centro sphæræ ad bases dodecahedri & icosahedri ab ipsa sphæra circumscriptorum sunt æquales. Namque huiusmodi perpẽdiculares cum semidiametris circulorum bases ipsas circumscribentium & semidiametris sphæræ ad angulos basium excitatis faciunt triangula rectangula. In quibus cum duo latera, scilicet sphæricæ semidiametro, & duo latera, scilicet semidiámetri circulorum bases circumscribentium, per præcedentem sint æqualia, erunt per penultimam primi: duo reliqua latera, scilicet perpendiculares, inuicem quoque æqualia, sicut ostendendum proponitur. 32

QVOD

33 QVOD ſub perpendiculari à centro baſis dodecahedri ad latus, & ſub ipſo latere comprehenditur, rectangulum eſt totius ſuperficiei dodecahedricę pars triceſima. A centro baſis dodecahedri a. ad latus eius b c. exeat perpendicularis a d. Aio, quòd id, quod ſub a d. b c. comprehenditur, eſt totius dodecahedri ſuperficiei pars 30ª. Patet. Nam tota dodecahedri ſuperficies diſſecatur in 60. triangula æqualia ſingula & ſimilia ipſi a b c. triangulo. Et ex a d. in b c. producitur duplum trianguli a b c. per 41ª primi. hoc eſt duo triangula, quæ ſunt pars 30ª. ſexagenarij.

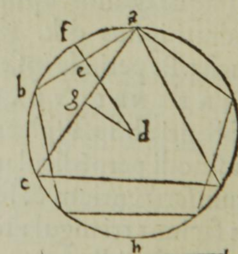


34 QVOD ſub perpendiculari à centro baſis icoſahedri ad latus & ſub ipſo latere continetur, rectangulum eſt totius icoſahedricæ ſuperficiei pars triceſima. A centro baſis icoſahedri e. ad latus f g. cadat perpendiculari e h. Aio, quòd id, quod ſub e h. f g. eſt totius icoſahedri ſuperficiei pars 30ª. Patet. Nam tota icoſahedri ſuperficies diſpenſatur in 60. triangula æqualia ſingula & ſimilia e f g. triangulo. & ex e h. in f g. producitur ipſius e f g. trianguli duplum. quod de ſexaginta ſuſcipit partem triceſimam.



Manifeſtum eſt ergo, quòd dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem eſt, ſicut rectangulum quòd ſub latere dodecahedri & ei perpendiculari à centro continetur, ad rectangulum, quod ſub latere icoſahedri & ei perpendiculari à centro baſis comprehenditur. Patet ex præmiſſis & ex 15ª quinti.

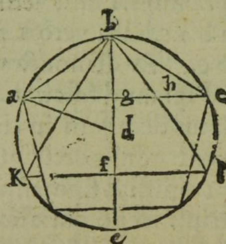
35 DODECAHEDRI ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, eſt ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, in ſolidis ſcilicet ab eadem ſphæra contentis. Eſto a b. quidem latus pentagonæ baſis dodecahedri: a c. verò latus trianguli icoſahedrici in eodẽ circulo a b c. (vt præmiſſa 31ª. oſtendit) deſcriptorum: quoniam ſolida ipſa in eadem ſphæra contineri ſupponuntur. Sintque à centro d. ad ipſa latera perpendiculares d g. & d e. quæ ad periferiam producta diſtinguat ipſum pentagoni latus fa. Tãdem h. linea ſit latus cubi eiuſdem ſphæræ. Demonſtrãdum eſt, quòd dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem eſt, ſicut h. linea ad a c. lineam. Hoc modo. Nam d f a. in rectum poſita, per 11ª præcedenti ſecũdùm mediam & extremam rationem ſecta eſt. & maior eius portio d f. Sed per 29ª. huius, dimidio ipſius d fa. æqualis eſt d e. At d g. per 15ªᵐ. huius, eſt dimidium ipſius d f. Ergo, per conuerſam, ſeptimæ præmiſſi, ipſius d e. diuiſæ ſecundùm mediam



extre-

extremamque rationem, maior portio est d g. Ex 20ª. autem præmissi, patet, quòd ipsius h. lateris cubici media & extrema ratione diuisi maior portio est a b. latus dodecahedricum. Igitur, per 7ª præcedentis, sicut h. ad ipsam a b. sic e d. ad ipsam d g. Quare, per 15ª. sexti, quod fit ex h. in d g. æquale est ei, quod ex a b. in ipsam e d. Sed per primam sexti, sicut quod fit ex h. in ipsam d g. ad id, quod fit ex a c. in ipsam d g. sic est h. ad ipsam a c. Ergo erit sicut h. ad ipsam a c. sic quod fit ex a b. in e d. ad id, quod ex a c. in d g. Verùm ea est per corollarium præcedentis, sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. Quam ob rem & illa superficies ad hanc, sicut h. cubicum latus ad ipsum a c. icosahedricum latus. sicut proponitur.

Ex dodrante diametri in dextantem lineæ angulum pentagoni subtendentis fit æquale pentagono, quod à circulo circumscribitur, rectangulum. Esto in circulo a b c. pentagonum æquilaterum a b c. vbi centrum sit d. diameter b d e. quam a c. linea subtendens angulum pentagoni a b c. secet in puncto g. Dico itaque quòd ex a h. quæ sit dextans, hoc est $\frac{5}{6}$ ipsius a c. in b f. quæ dodrans est ipsius b c. hoc est $\frac{3}{4}$ producitur rectangulum æquum areę pentagoni totius a b c. Hoc modo. Per 41ª. primi, quod fit ex b d. in a g. duplum est ad triangulum a b d. ergo, quod fit ex b f. in a g. triplum trianguli a b d. quodque ex b f. in g h. duplum ad triangulum a b d. Quare quod fit ex b f. in a h. quincuplum trianguli a b d. & ideo æquale toti pentagono: sicut demonstrandum fuit. 36

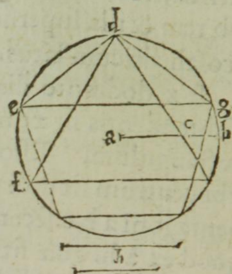


Rvrsvm ostendere, quòd sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic est dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, in eadem sphæra conscriptorum. Descriptioni præcedentis addatur triangulum æquilaterum b k l. Eritque pentagonum a b c. basis ipsius dodecahedri. Et triangulum b k l. basis ipsius icosahedri in eadem sphæra locatorum. per 31ᵃᵐ huius. Item a c. latus cubi, adhuc in eadem sphæra descripti per 20ᵃᵐ præcedentis. Per præmissam itaque, ex b f. quæ terminatur in latere trianguli k l. per 15ᵃᵐ huius vel præmissi. in ipsam a h. producitur area pentagoni a b c. & ex b f. in f k. producitur triangulum h k l. per 41ᵃᵐ primi. Quare, per primam sexti, pentagonum a b c. ad triangulum b k l. sicut a h. ad ipsam k f. Igitur per 15ᵃᵐ quinti & æquam proportionem duodecuplum pentagoni a b c. tota videlicet superficies dodecahedri, ad vigecuplum trianguli b k l. totam scilicet superficiem icosahedri: sicut duodecuplum. lineæ a h. ad vigecuplum lineæ k f. Sed duodecuplum ipsius a h. est decuplum ipsius a c. (quoniam a h. est 37

dextans

dextans ipſius a c.) At vigecuplum ipſius k f.eſt decuplum ipſius k l. (quoniam k f. dimidium ipſius k l. Ergo ſuperficies dodecahedri ad ſuperficiem icoſahedri, eſt ſicut decuplum ipſius a c. ad decuplum ipſius k l. & ideo ſicut a c. quod eſt latus cubi, ad k l. quod eſt latus icoſahedri: quod rurſus demonſtrandum proponebatur.

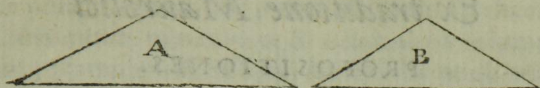
38 S i ſecetur linea ſecundùm extremam & mediam rationem: potens quod ſub tota & quod ſub maiori portione ad potentem, quod ſub tota & quod ſub minori comprehenditur, erit ſicut cubi latus ad icoſahedri latus in eadem ſphæra locatorum. Secetur a b. in puncto c. ſecundum extremam & mediam rationem. ſitq; maior eius portio a c. & ſuper a. centro, ad ſpacium a b. deſcribatur circulus d e f, in quo ſit pentagonū d e f ſcilicet baſis dodecahedri. & d f. latus icoſahedri eiuſdē ſphæræ per 31ª huius. Eritq; e g. latus cubi, in eadem ſphæra per 20ªm. præmiſſi. Linea verò h. poſſit quadrata ipſarum a b. a c. linea verò k. poſſit quadrata ipſarum a b. b c. Et demonſtrandum erit, quòd ſic eſt e g. ad ipſam d f. ſicut h. ad ipſam k. ſic. Per 12ªm præcedentis, linea a c. eſt latus decagoni in circulo d e f. Quare, per 13ªm eiuſdem, d e. latus pentagoni poteſt ipſas a b. & a c. & ideo æqualis ipſi h. Per 15ªm quoque præmiſſi, d f. potentialiter tripla eſt ad ipſam a b. Et per 4ªm eiuſdem k. tripla eſt potentialiter ad ipſam a c. Ergo, per 21ªm ſexti, ſicut d f. ad ipſam a b. ſic k. ad ipſam a c. Et permutatim d f. ad ipſam k. ſicut a b. ad ipſam a c. Et quia per 10ªm præcedentis, diuiſa e g. ſecundùm mediam extremamque rationem, maior eius portio eſt e d. Ideo, per 7ªm eiuſdem e g. ad ipſam d e. ſicut a b. ad ipſam a c. Igitur per 11ªm quinti e g. ad ipſam d e. ſicut d f. ad ipſam k. Et permutatim e g. ad ipſam d f. ſicut d e. ad ipſam k. Sed d e. ad ipſam k. ſicut h. ad k. (quoniam d e. & h. æquales) propterea e g. ad ipſam d f. ſicut h. ad k. Quod fuit demonſtrandum.



39 Dodecahedri ſolidum ad icoſahedri ſolidum, in eadem ſphæra, eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem. Nam excitatis à ſphæræ centro ad ſingulos ſolidorū angulos ſemidiametris, diſtinguetur dodecahedrum in 12. icoſahedrum verò in 20. pyramides. Perpendiculares autem à centro ad baſes tam illarum, quàm harum pyramidum, per 32ªm huius ſunt æquales, quæ ſunt ipſæ pyramidum celſitudines. Conſtruantur itaque geminæ ſub præfata celſitudine pyramides, quarum vna A. cuius baſis ſit omnibus dodecahedri baſibus æqualis. altera B. cuius baſis ſit omnibus icoſahedri baſibus æqualis. Eritque per 6ªm. vndecimi, pyramis A. æqualis dodecahedro.

pyramis

pyramis verò B. æqualis icoſahedro. & quoniam eiuſdem ſunt celſitudinis: erit pyramis A. ad pyramidem B. ſicut baſis A. ad baſim B. Quare & dodecahedrum ad icoſahedrum, ſicut illius ſuperficies ad huius ſuperficiem. Quod fuit demonſtrandum.



Manifeſtum eſt ergo, quòd ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſolidum ad icoſahedri ſolidum.

Oſtenſum eſt ergo, quòd prædictorum quinque ſolidorum in vna ſphæra conſtructorum maximum eſt dodecahedrum. Nam per præcedens corollarium, hoc maius eſt icoſahedro. Item icoſahedrum maius fuit cubo, per 28^{am} huius. Cubus quoque per 18^{x} corollarium, excedebat octahedrum. Hoc quoque, ſi non mentitur vndecima, pyramide corpulentius extiterat. Superficierum quoque ordo non alius erit. Nam per 35^{a}. vel 37^{a}. huius, dodecahedri ſuperficies maior erat icoſahedri ſuperficie. Hæc autem per 27^{a}. ſuperabat cubicam. Rurſus hæc per 27ª maior erat octahedri ſpolio. Quod tandem ad totam pyramidis aream, per 10^{x} corollarium erat ſeſquialterum.

Nec minus manifeſtum eſt, per præcedens corollarium & vltimam præcedentis libelli, quòd cuius ex his corpus eſt maximum & ſuperficies maxima, eiuſdem latus eſt minimum. Contra verò, cuius ſoliditas minima & ſuperficies minima, eiuſdem latus eſt maximum. Et in totum magnitudinis laterum ordo conuerſus eſt ad ordinem ſuperficierum, & ſoliditatum.



EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER QVINDECIMVS, SOLIDORVM Quintus, & Corporum regularium tertius,

Ex traditione Maurolici

PROPOSITIONES.

1 N DATO cubo pyramidem deſcribere. Protrahe ſex baſium cubi diametros ad quatuor ex cubi angulis concurrentes. Tales enim diametri erunt ſex latera intus locatæ pyramidis.

2 IN pyramide octahedrum conſtruere. Diuide ſingula pyramidis latera per æqualia, & diuiſionum puncta per 12. rectas coniunge. Nam tales coniunctæ continebunt latera inſcripti octahedri.

3 IN cubo octahedrum includere. Coniunge ſex baſium cubi centra per duodecim rectas: quæ quidẽ incluſum octahedrum configurabũt.

4 IN octahedro cubum fabricare. Octo triangulorum centra continua per duodecimam rectas. quippe quæ & latera incluſi cubi erunt.

5 IN octahedro pyramidem collocare. Octahedro cubum per præmiſſam: & cubo pyramidem include per primam. Eadem enim ab octahedro circumſcribetur.

6 IN icoſahedro dodecahedrum coaptare. Coniunge 20. triangulorum cubi centra per 30ta. lineas. quæ quidem dodecahedrum ita formabunt, vt eius anguli dictis centris ſinguli ſingulis incidant.

7 IN dodecahedro icoſahedrum effingere. Duodecim pentagonorũ centra collige productis 30. chordis. Sic enim anguli clauſi icoſahedri tangent centra baſium claudentis dodecahedri.

8 IN dodecahedro cubum ſtatuere. In ſingulis pentagonis, ſingulas rectas, quæ pentagoni ſubtendunt, angulos, protrahe. Sic 12. rectæ conflabunt ſex quadrata cubum conſtruentia incluſum.

9 IN dodecahedro octahedrum componere. Sex dodecahedri latera, quarum bina ſunt per diametrum oppoſita & æquidiſtantia per æqualia diuide. & puncta diuiſionum connecte per duodecim lineas, quæ incluſum octahedrum formabunt.

10 IN dodecahedro pyramidem accommodare. Inſcribe dodecahedro cubum per 8a. Et cubo pyramidem include per primam. Nam pyramis claudetur etiam à dodecahedro.

11 IN icoſahedro cubum condere. Icoſahedro dodecahedrũ per 6a. Et dodecahedro cubũ ꝑ 8a. iugere. qui & ab icoſahedro circũſcribetur.

In icoſahedro pyramidem figurare. Icoſahedro cubum ex præcedenti, cuboque pyramidem ex prima ad commoda. Ipſa enim & in icoſahedro ſtatuetur. 12

SCHOLIVM.

Notandum, quòd hæ mutuæ corporum regularium inſcriptiones eſſent & eſſe poſſent viginti. Sed pyramidi ſolum octahedrum cõuenit inſcribi. Cubo autem pyramidem & octahedron ſolummodo. octahedro ſolum pyramidem & cubum. Icoſahedro quidẽ tria, Pyramidẽ, cubum & dodecahedrum. Denique dodecahedro cætera quatuor ſingula coaptari poſſunt. Vnde non iniuria ſolidum hoc cœlo cuncta comprehendenti aſſimilauere. Quandoquidem pyramidem, propter formam, igni; cubum propter ſtabilitatem terræ; Icoſahedrum propter mobilitatem, Aquæ; Octahedrum, propter ſenos cardinalium locorum angulos, Aëri & huic magno elementorum inani vendicaſſent.

In quolibet dictorum ſolidorum ſphæram inſcribere. A centro ſphæræ ſolidum circumſcribentis duc ad vnam baſium ſolidi lineam perpendicularem per 11^{am} vndecimi: ad cuius ſpacium ſuper centro ſemicirculum, & ſemicirculo circumducto ſuper diametrum, ſphærã deſcribe. quippe quæ (propter æqualitatem perpendicularium) tanget ſingulas ſolidi baſes, cui inſcribitur: tanget, inquam, in punctis illis, quæ perpendicularium caſus ſuſcipiunt. 13

Vnde manifeſtum eſt, quòd ſphæræ inſcriptæ intra octahedrum & cubum, à ſphæris æqualibus comprehenſos ſunt æquales. Idemque de icoſahedro & dodecahedro dicendum. Cum per 9^{am}. & 32^{am}. prçmiſſi, perpendiculares à centris ſphærarum ad baſes talium corporum ſint æquales. quæ perpendiculares ſunt, per præmiſſam, ſphærarum corporibus inſcriptarum ſemidiametri. FINIS.

Sequitur calculus laterum & perpendicularium figurarum planarum & ſolidarum.

Latera figurarum æquilaterarum circulo inſcriptarum, cuius diameter ſupponitur pedum 12. ſecundùm terminos numerarios.

Trianguli	r. 108
Quadrati	r. 72
Hexagoni	6
Decagoni	r. 45. m̃. 3
Pentagoni	rv — 90. m̃. r. 1620
Octogoni	rv 72. m̃. r. 2592
Dodecagoni	r 54. m̃. r. 18

Lineæ pedum 6. ſecundùm extremam & mediam rationem diuiſæ maior portio eſt. r 45. m̃. 3. Minor verò portio. 9. m̃. r. 45

Latera

Latera quinque corporum regularium ſphæræ inſcriptorum, cuius dia-meter ſupponitur pedum 12. ſecundum terminos numerarios.

Pyramidis, ſiue tetrahedri	r. 96
Cubi ſiue hexahedri	r. 48
Octahedri	r. 72
Icoſahedri	r. v—72. m̄ r. $1036\frac{4}{5}$
Dodecahedri	r. 60. m̄ r. 12

Lineæ r. 48. ſecundùm extremam & mediam rationem diuiſæ maior portio eſt r. 60. m̄. r. 12. Minor verò portio. r. 108. m̄ r. 60

Perpendiculares à centro circuli, cuius diameter pedum 12. ad latera figurarum æquilaterarum in ipſo circulo inſcriptarum.

Ad latus trianguli	3
Ad latus quadrati	r. 18
Ad latus hexagoni	r. 27.
Ad latus decagoni	r v — $22\frac{1}{2}$ p. r. $101\frac{1}{4}$
Ad latus pentagoni	r. $11\frac{1}{4}$ p̄ $1\frac{1}{2}$
Ad latus octogoni	r. v — 18. p̄ r. 162
Ad latus dodecagoni	r. $13\frac{1}{2}$ p̄. $1\frac{1}{2}$

Perpendiculares à centro ſphæræ, cuius diameter pedum 12. ad baſes ſingulorum corporum regularium in ipſa ſphæra inſcriptorum.

Ad baſim pyramidis	2
Ad baſim octahedri & cubi	r. 12
Ad baſim icoſahedri & dodecahedri	r. v. — 12 p̄. r. $115\frac{1}{5}$

Semidiametri circulorum circumſcribentium baſes ſingulas quinque corporum regularium, in ſphæra cuius diameter duodecim pedum, inſcriptorum.

Circuli circumſcribentis baſim pyramidis	r. 32
Circumſcribentis triangulum octahedri & quadratum cubi	r. 24
Circumſcribentis triangulum icoſahedri, & pentagonum dodecahedri.	r v — 24. m̄ r. $115\frac{1}{5}$

Hinc poſſunt elici tam areæ, quàm ſoliditates. & multa, quæ curioſioribus relinquo.

MVSICAE

MVSICÆ TRADITIONES CARPTIM COLLECTÆ.

Vel Musica elementa Maurolyci studio congesta

AD LECTOREM,

Ut quàm paucissimis exponam Musicæ principia, rationem, ac theoriam; exordium capiam à Boëtij clarissimi sententijs: qui ea, quæ à Græcis hausit authoribus, optime literis mandauit, & de huiusmodi negocio abunde disseruit: & rem omnem in compendium redigam.

BOETIANÆ MVSICÆ EPITOME.



VSICAM non modò speculationi, verùm etiam moralitati conducere. vnde modos canendi accommodatos fuisse gentium, à quibus denominantur, moribus: vt Phrygium Phrygijs, Lygdium: Lygdijs.

Thaletem Cretensem, Gortynium magno precio conductum Lacedæmone pueros musicam instruxisse.

Contrà, Timotheum Milesium (cùm musicam, adinuento chromatico genere multiplicasset, animosque puerorum ob id molliores reddidisset) Spartiatas succensuisse.

Taurominitanum adolescentem ebrium, sub phrygij modi sono irritatum contra riualem à Pythagora, spondei succentu redditum mitiorem.

Terpandrum quoque & Arionem Methymneum, Lesbios atque Iones grauissimis morbis cantus præsidio eripuisse. Similiter Ismeniam Thebanum Bœotios sciatico dolore cruciatos.

Empedocles, cùm quidam hospitem eius gladio furibundus impeteret, quòd eius ille patrem accusatione damnasset; inflexisse modum dicitur canendi, & adolescentis iracundiam temperasse.

In bello quoque pugnantium animos tubarum clangore, ac tympanorum pulsu accendi liquidò constat.

Singulis ergo tonis suam inesse proprietatem, siue incitandi, siue sedandi. vt postea patebit.

Triplicem esse Musicam, mundanam, humanam, instrumentalem.

vt scilicet prima ad maioris mundi. Secunda ad minoris compagem, tertia spectet ad artem naturæ discipulam.

Sonum esse percussionem aeris, ad auditum delatam. Percussionem autem ex motu corporum fieri.

Corpora verò maiora tardius ac rarius, minora velocius ac crebrius moueri.

Dein ex tardiore ac rariore motu grauiorem: ex celeri ac spisso acutiorem reddi sonum.

Hinc ergo crassiorem, longiorem, ac remissiorem neruum in cithara grauius sonare: graciliorem verò, breuiorem aut intentiorem acutius. secundùm quantitatum aut intentionum rationem.

Sonum autem tunc fieri ex tremore tactæ chordæ crebris ictibus aerem percutientis.

Quod in tibijs, tubis, atque cannis, aer flatu, aut follibus impulsus ac per foramina illisus, reciproco ac tremebundo motu, angustias laterum reuerberans efficit.

Vnde vicissim ad aeris aliunde tremefacti motum neruos intactæ citharæ tremere experientia nouimus.

Consonantiam esse non æqualium, sed dissimilium vocum concordiam, vt ait Nicomachus: quamuis postulet ratio, vt vnisonæ voces à symphoniæ diffinitione non excludantur. sicut nec vnitas à numeri, nec æqualitas à proportionis diffinitione.

Motus itaque corporibus proportionales esse, & sonos motibus, secundùm ictuum numerositatem.

Et ideo sonorum proportionem ex numerorum proportione sumi.

Oportet enim musicarum vocum proportionem esse rationalem. quandoquidem ex incommensurabilibus sonis nulla potest consonantia exoriri.

Superpatientem tamen proportionem harmoniæ non conuenire, vt Pythagoricis & quibusdam, excepto Ptolemæo, videtur.

Præcipuas consonantias à primis quatuor numeris, vnitate scilicet, binario, triade, ac tetrade proportionem suscipere. In his enim quatuor numeris contineri duplam, triplam, quadruplam, sesquialteram ac sesquitertiam proportiones.

Ex dupla diapason. Ex quadrupla disdiapason. Ex tripla diapason cum diapente. Ex sesquialtera diapenten solam. Ex sesquitertia diatessaron. Ex his duabus diapason constare.

Tonum autem seu phthongum esse differentiam, qua diapente ac diatessaron inter se differunt: hoc est sesquioctauam proportionem.

Diphthongum verò, hoc est, ditonum superari à diatessaron semitonio minori: & eodem vinci tritonum à diapente. hoc est, diesi. cuius

proportio

proportio est sicut 256. ad 243.

Porrò dieseos ab integro tono differentiam esse apotomen, quæ semitonium maius dicitur. terminos habens. 2187. & 2048.

Dieseos & apotomes differentiam esse comma, qui excessus repræsentatur in his numeris 531441. & 524288.

Hinc autem propagari omnium vocalium interuallorum proportiones.

Sensus quandoque in iudicando falli. Ideoque magis rationi credendum.

Pythagoram casu prætereuntem fabrilem per officinam, ex ictibus malleorum sonitu audito, per eorum pondera explorasse consonantiarum proportiones. Easque sub his numeris contentas 12.9.8.6. In quibus patet dictarum proportionum & excessuum inter se cōnexio.

Hinc quoque Pythagoram in vasibus canoris ac neruis temperasse mensuras ad reddendos talium proportionum sonos: vt praxis speculationi, & experimentum arti respondeat.

Quod autem infinitatem vocum humana ratio terminauerit, necessarium est. Omnis enim artis, non tantùm musicæ, subiectum infinitum cùm sit: opera tamen nostra finem sibi in speculando, & operando statuit. Solus enim Deus infinitus.

Auditum fieri ex aere percusso atque commoto ad aurem fluctuante. fluctuare quidem aerem ex ictu, quasi aquam ex iactu lapidis circulariter, quàmuis non adeò velociter aqua fluctuet: & remisso paulatim motu, lentescere tandem ac cessare sonum.

Musicam vetustam ex quatuor neruis, asserit Nicomachus, constitisse ad exemplum musicæ mundanæ ex totidem elementis cōstructæ. Mercurium autem tetrachordi huius inuentorem fuisse, testudinis in Nilo, arefactis iam neruis, repertæ argumento.

Quintam chordam adiectam à Chorebo, Atridis filio, Lydorum Rege. Sextam ab Hyagne Phrygio. Septimam à Terpandro Lesbio. Octauam à Lycaone Samio. Nonā à Prophrasto. Decimam ab Estraco Colophonio. Vndecimam à Timotheo Milesio.

Verùm exposito octochordo, succedunt eodem ordine atque proportione, & interuallorum distributione chordę in infinitum.

Nam in primis à grauissima chorda, per binos tonos ac diesim ascendentes, terminamus diatessaron. Rursum per totidem tonos ac diesim, & inde tonum repetentes complemus diapenten, & diapason ex vtraque constantem. Et quoniam hìc in tonum desinimus: & idem ordo repetitus possit duos tonos; ecce iam fit tritonus. Verùm tertius illorum in diesim & apotomen in chromatico genere dispensatur, ad temperandam tritoni duriciem. Quæ diuisio per singulos etiam

tonos fieri poteſt : ſicut in cithara , cæteriſque inſtrumentis fieri conſueuit.

Hic eſt ordo , hæc ſeries , hæc proportio , & proceſſus naturalis. Neruorum Græca vocabula , aut characteres nihil ad ſpeculationem conferre . Exponatur nunc cum ſuis interuallis & proportionibus octochordum: quod theoriæ ſatis eſſe poteſt .

		g.	6	tonus	Nete.	Lunę	☽
	diates.	f.	$6\frac{3}{4}$	diesis	Paranete.	Mercurij	☿
		e.	$7\frac{1}{9}$	tonus	Parameſe.	Veneris	♀
diapēte	tonus.	d.	8	tonus	Meſe.	Solis	☉
		c.	9	diesis	Lichanos.	Martis	♂
		b.	$9\frac{13}{27}$	tonus	Parhypate.	Iouis	♃
	diates	a.	$10\frac{2}{3}$	tonus	Hypate.	Saturni	♄
		ſ.	12		pſlābanomenos.	Cęli ſtellati	✳

Harum chordarum grauiſſimam ſtellato cœlo. Sequētem Saturno. Tertiam Ioui. Quartam Marti. Quintam Soli, mediam non immerito vocatam, ſicut Sol eſt planetarum medius. Sextam Veneri. Septimam Mercurio. poſtremam Lunæ. Namque grauiori chordæ, quæ craſſior, conuenit maior orbis. Quamuis M.Cicero hunc ordinem inuerterit.

Sed neque in diſtantijs orbium dictas vocum proportiones ſeruari, neque ex eorum motu ſonum fieri , aut audiri , philoſophicis rationibus conſtat .

Quare non dubium eſt eam collationem eſſe ſimplicem numeri , aut ordinis : nec quiſpiam aliter eſſe ſibi perſuadeat .

Tonum non poſſe diuidi per æqualia : quandoquidem toni ratio ſeſquioctaua non eſt , quæ quadrati ad quadratum numerum : & perinde medium proportionalem numerum , qui proportionem per æqualia ſecet , non ſuſcipit .

Sic non datur locus Ariſtoxeno tonum per æqualia ſecari debere; aſſerenti .

Nec minus erraſſe Philolaum: qui tonum in numeris 27. & 24. ſtatuens, 13. tribuit Dieſi. 14. Apotomæ. vnitate commati relicta.

Semitonium minus , hoc eſt dieſim maius eſſe tribus commatibus, minus verò quatuor .

Apotomen maiorem eſſe, quàm quatuor commata: minorem verò, quàm quinque .

Propterea tonum maiorem eſſe octo , minorem verò nouem commatibus. vt conſtat rationes componenti, aut ſubtrahenti .

Sequentes autem chordas ſynemmenas , hoc eſt coniunctas : partimque

timque diezeugmenas, id est, disiunctas: aut hyperboleas, scilicet excellentes vocari.

Cantilenarum genera esse tria, vt ait Archytas: scilicet diatomicum, quod per binos tonos, singulis diesibus interiectis, procedit. Chromaticum mollius, cùm (tertio tono in diesim & apotomē, vt iam dictum est, diuiso) continuantur tria hemitonia. Enarmonicum, quod per armonica systemata vagatur.

Commensurabilitatem percussionum efficere consonantiam: & diapason esse principium consonantiarum, ait Nicomachus.

Verùm postularet ratio, vt sicut punctum continuorum, vnitas numerorum, æqualitas proportionum est basis & principium; ita & vnisonus sit consonantiarum exordium.

Musicas voces semper esse in ratione numerorum, & commensurabiles. Nam incommensurabilitas non recipit consonantiam, nec vocis scitum terminum, cùm sit ignota.

Optimas consonantias in multiplicibus & simplicioribus proportionibus consistere.

Neruum non aliter tremere, quàm secundùm tenorem proprium, posse: vnde aer per neruum tremefactus, vicissim non alij, quam vnisono neruo communicat tremorem.

Tropos, vel modos octo, esse totidem interuallorum diapason species, secundùm diuersa exordia sumptas. Eos autem esse Dorium, Hypodorium. Phrygium, Hypophrygium. Lydium, Hypolydium. Mixolydium, Hypomixolydium.

Vocales differentias, secundùm graue & acutum Aristoxenus in qualitate, Pythagoras & Ptolemæus in quantitate ponebant. Et vtriq; verum dicere, meo iudicio, posse videntur. Quid enim obstat, qualitatem per quantitatis gradus intendi ac remitti? Nonne Physici rerum frigiditatem aut calorem quantitatiuis (vt sic dicam) terminis metiuntur?

Licebit ergo & musicis, has vocum qualitates (quando à corporibus, quorum ex motu generantur, ortum habent) proportionalibus determinare numeris.

MAVROLYCVS AD LECTOREM.

Hactenus summam Boëtianæ Musicæ exarauimus. Est enim operæprecium vniuersam materiam paucis perpendere. Nunc sub paucis conclusionibus eiusdem scientiæ speculationem perstringemus, ordinem fortasse meliorem sequentes, aut aliquid omissum resarcientes.

1 SONVS fit ex motu, ictu, collisione, aut fragore corporum, aerem tremefaciente.

2 Corpus magis densum tremit velocius, sicut chorda ænea neruo. & intentus neruus remisso.

3 Item corpus minus tremit velocius. sicut neruus magis tenuis, vel breuior. & cãna vel tibia minor propter velociorẽ motum aeris illisi.

4 Tremor velocior facit sonum acutiorem.

coroll. Vnde sequitur, vt densius corpus, vt ænea chorda, quàm neruus, & ænea canna, quàm plumbea sonet acutius. Vtque minus corpus, vt neruus subtilior vel breuior, & angustior fistula sonet acutius.

5 Itaque cùm acumen & grauitas sint qualitates vocum aut sonorum; fiunt etiam à qualitatibus & magnitudinibus corporum, aerem motu tremefacientium.

6 Si densitates corporum sonos generantium, fuerint in proportione, fuerint magnitudinibus reciprocæ; fit vt generentur soni vnisoni.

7 Hoc autem totum intellige, si seruetur similitudo corporum. Nam diuersitas formæ (quamuis corpora sint eiusdem materiei & quantitatis) diuersificat sonum.

coroll. Vnde manifestum est, qualitatem soni diuersificari ex qualitate materiæ, magnitudine corporis, & forma instrumenti.

8 Aerem à neruo à neruo, & vicissim hunc ab illo ad eundem tenorem tremente tremefieri. Hinc fit, vt intactæ citharæ neruus, secundùm vnisoni nerui prope tacti, tremefiat tantùm.

9 Vnisonum esse initium consonantiarum: sicut vnitas numerorum. æqualitas proportionum: & basis graduum principium est. Et perinde perfectissimam esse symphoniarum, propter correspondentium ictuum eiusdem numeri.

10 Consonantias consistere in proportionibus commensurabilibus.

Nam incommensurabiles sonos impossibile est concordare: sicut impossibile est correspondere tremores incommensurabilium velocitatum, quandoquidem concordantia, siue consonantia fit ex ictuum correspondentia.

Præcipui numeri generant concinniores symphonias. Vnde post vnisonum, qui sedem habet in basi monadica, proportio dupla, quæ significatur ab vnitate & binario, præcipuis numerorum, facit præcipuam consonantiam, & quæ propagantur ab ea, faciunt consonantias perfectas, propter correspondentiam ictuum. 11

Inde proportio sesquialtera significata per binarium & ternarium facit diapente non tantæ perfectionis: quoniam in correspondentia secatur integrum, cum vnitas tardioris poscat vnum cum dimidio velocioris. 12

Post hanc sesquitertia consistens in ternario & quaternario facit diatessaron, adhuc minus suauem, adeò vt dubium sit an consonantijs sit adnumeranda: cum à Ptolomæo solo admittatur. 13

Vnde ex dictis constat, quòd multiplicitas perfectiorem facit consonantiam, quàm superparticularitas. & præcipui numeri, quàm succedentes. Quoniam vbi manifestior est ictuum correspondentia, ibi symphonia consurgit suauior. coroll.

Diapente cum diatessaron continuata cõstituit diapason. quoniam sesquialtera cum sesquitertia proportionibus componunt duplam. 14

Earum verò differentia tonus est, vt patet in octochordo, per hos numeros 12. 9. 8. 6. 15

Tonus bis ablatus à diatessaron, relinquit minus quàm dimidium toni: quod interuallum diesis dicitur. 16

Vnde & tonus ter ablatus à diapente residuat eandem diesim. Cum ipsarum diatessaron & diapente differentia sit tonus. 17

Sic diapason ex dictis duabus compacta, constabit ex quinque tonis & diesibus, vt in octochordo apparet. 18

Ex quibus quidem liquet, quod naturalis cantus non per anfractus proportionum, hoc est non per incognitas proportiones, sed per interualla ex præcipuis numeris propagata procedit. Id est, vt per tonum, tonũ, ac diesim ascendens inueniat diatessaron: percursoq; alio tono, diapenten terminet: Adhuc per tonum, diesim & tonum, (quæ est alia diatessaron) diapason totumque octochordum perficiat. Hic ergo vocabitur legitimus & à natura constitutus ordo vocum: sicut postulat & dictat ratio: quem vocat diatonicum ꝙ per tonos & semitonia procedat. Qui processus iterum, atque iterum & deinceps infinities repetitus ita binos tonos & singulas dieses admittit, triplicato inter repetendum tono: vt octauo quoque loco generetur diapason. coroll.

19 Admiſſio autem triplicati toni, & ſi ad perficiendum vbique diapa-ſon interuallum neceſsaria, dura tamen fuit canentibus. Vnde, ad talem duritiem temperandam, artifices diuiſere tertium ex continuis illis tonum in ſemitonia. Itaque, ablata ex tertio tono dieſi, hoc eſt legitimo ſemitonio (quod eſt minus, quàm dimidium toni) relinquitur ibi apotomè, quæ maior eſt dimidio toni: & ideo ſemitonium maius dicitur. Atque ita recipiuntur immediatè tria ſemitonia.

20 His notatis, patet, quòd ſicut naturalis cantus procedit per binos tonos & ſingulas dieſes: ita tritonicos per tritonos. Chromaticus per ſemitonia ſuauior: quæ ſunt tria cantilenarum genera.

21 Hexachordum comprehendit ſimplices Symphonias, ſcilicet vni-ſonum, ditonum, diateſsaron, diapente, hexachordum. ſiue vniſo-num, tertiam, quartam, quintam, ſextam. Hinc ratio hexaſyllabici contextus.

22 Nam diapaſon his ſingulis addita, generat compoſitas ſymphonias eiuſdem qualitatis, in ordine ſecundo, ſcilicet diapaſon, decimam, vndecimam, duodecimam, tredecimam.

23 Rurſus diapaſon his ſingulis continuata, componit ordinis tertij ſymphonias, ſcilicet diſdiapaſon, ſeptemdecimam. Duodeuiceſimam, vndeuiceſimam, ac viceſimam; à numero neruorum vocatas. Quæ complentur in ipſo Guidonis ingenioſiſſimi per manus ſiniſtræ iun-ctura diſtincto icoſichordo.

24 Eodemque proceſsu, & per eandem diapaſon continuationem; quarti & quinti ordinis & ſequentium conſonantiæ coaptantur, ſicut in maioribus inſtrumentis, in infinitum fieri poteſt.

25 Sed cùm ſeptem hexachorda conficiant totum Guidonis icoſi-chordum, ſingula ſcilicet ſenas per ſyllabas, vt. re. mi. fa ſol. la. pro-nunciata, ſeptenis repetitis literis (vt octauo quoque loco eadem litera repetita diapaſon indicet) iam ex hexachordis primum, quartum, ſeptimum, quoniam admittit tritonum, ex tali duritie, ♮ quadrati, duriq́ue nomen ſortitur. Secundum autem & quintum, quoniam per binos tonos, ſingulasq́ue dieſes legitimè procedit, ac naturaliter, vocatur diatonicum. Tertium verò ac ſextum, quoniam tertium tritoni tonum in dieſim & apotomen, ad temperandam duritiem, partitur, ab ipſo b. rotundo. molliq́; nomen accepit. Quæ diuiſio non ſolum hìc, ſed in ſingulis quoque tonis fieri poteſt. ſicut peritiſſimi cantores faciunt, & in inſtrumentis apparet.

26 Hexachordum ♮. quadrati ac duri & ſonori, iure incipit apud g. literam ſonoram. Diatonicum verò, naturale ac mediū, rectè apud c. mediam inter ſonoram & aſpiratam. Chromaticū vero, ac molle b. rotūdi, apud f. quæ ſapit naturá ipſius φ. aſpiratæ molliſq́; prolatiōis.

Item

Item B. litera eadem recipit fa. hexachordi mollis: & mi. hexachordi duri: vt transitus hic vitaretur à cantoribus: quod est interuallum apotomes. Tamen diuersificat figuram apud fa. b. rotundi, vt denotet facilitatem chromaticam. apud m ♮. quadrati ad significandam tritonici generis duritiem. Atque ita cum figuræ varietate diuersitatem iudicat verum. 27

Excessus apotomes super diesim dicitur Comma. hoc est, sectio. 28

Diesis excedit tria commata & dimidium: minor autem quàm quatuor. 29

Apotome maior est, quàm quatuor commata & dimidium: minor verò quàm quinque. 30 Vnde manifestum est,

Tonum esse maiorem quàm octo: minorem, quàm nouem commata. hæc ex calculo Boetij constant. coroll.

Neque igitur Aristoxenus qui tonum per æqualia: neq; Philolaus, qui aliter diuisit, audiendus est. 31

Tonos esse modos canendi secundùm vsum nationum, scilicet Dorium, Hypodorium. Phrygium, Hypophrygium. Lydium, Hypolydium. Mixolydium, Hypomyxolydium. Quorum sedes ac proprietates infrà exponentur. 32



Habes, Lector ingeniose, vocum musicarum originem, proportionem ac processum. Consonantiarum ac systematum colligātiam, Hexachordi rationē & triplicis generis tritonici, diatonici, atque chromatici contextum. Hinc tota musicæ speculationis ratio dependet. Exponam nunc icosichordum Guidonis cum literis, numeris, syllabis & interuallis, vt hexachordorum proprietates, proportiones, voces, & consonantiæ sub vnum consyderentur aspectum.

4		c	la	
				tonus
$4\frac{1}{2}$		d	la sol	
				tonus
$5\frac{1}{16}$		e	sol fa	
				diesis
$5\frac{1}{3}$		♮	mi	
	$5\frac{89}{128}$ apotome diesis	b	fa	tonus
6		a	la mi re	
				tonus
$6\frac{3}{4}$		g	sol re vt	
				tonus
$7\frac{19}{32}$		f	fa vt	
				diesis
8		e	la mi	
				tonus
9		d	la sol re	
				tonus
$10\frac{1}{8}$		c	sol fa vt	
				diesis
$10\frac{2}{3}$		♮	mi	
	$12\frac{25}{64}$ apotome diesis	b	fa	tonus
12		a	la mi re	
				tonus
$13\frac{1}{2}$		g	sol re vt	
				tonus
$15\frac{3}{16}$		f	fa vt	
				diesis
16		e	la mi	
				tonus
18		d	sol re	
				tonus
$20\frac{1}{4}$		c	fa vt	
				diesis
$21\frac{1}{3}$		♮	mi	
	$25\frac{22}{32}$ apotome diesis	b		tonus
24		a	re	
				tonus
27		Γ	vt	

Notādum, quòd pyramis habet quatuor angulos, & totidem bases, quot vnitates supremus numerus in icosichordo. Octahedrum sex angulos, quot vnitates quintus numerus. & cubus totidem bases. Item cubus octo angulos, & octahedrū totidem bases, quot vnitates octauus numerus. Icosahedrum duodecim angulos, & dodecahedrum totidem bases, quot vnitates duodecimus numerus. In quibus quidem numeris continentur præcipuæ consonantiæ. Demum dodecahedrum sortitur viginti angulos, & totidem bases icosahedrum, quot sunt vniuersæ chordæ huius icosichordi Guidonici. Quod tam iucundum scitu, quàm notatu dignum & admirabile fuit.

Constat autem totum icosichordum ex duplicata diapason & hexachordo. Siue ex triplicata diapente & vna diapason. Siue ex quadruplicata diapente, & vna diatessaron. Siue ex quatuordecim tonis, & quinque diesibus. vt patet numerorum proportiones consyderanti.

AD LECTOREM.

Vt autem intelligas octo modorum seu modulaminum rationem & ordinem; repetenda est septichordæ lyræ dispositio, & septem discrimina vocum.

SEPTICHORDÆ citharæ chorda media, quæ Mese dicitur, quę soli assimilatur, habet tres chordas superiores, & totidem inferiores, sicut Sol tres planetas superiores & totidem inferiores. Superiores chordæ sunt Neate vel Nete, hoc est acuta: Paranete, hoc est, iuxta acutam. Paramese, hoc est iuxta mediam. quæ singulæ singulis planetis superioribus attribuuntur. Saturno, Ioui & Marti, secundū Ciceronis ordinem. Inferiores chordæ sunt, Lichanos, quæ indici digito adscribitur. Parhypate, hoc est iuxta principalem. Hypate, hoc est principalis. sub qua, Proslambanomenos, chorda 8ª postremò addita, & coassumpta. Inferiores singulæ singulis planetis inferioribus vendicantur, Veneri, Mercurio, Lunæ. Duo tetrachorda conficiunt has septem chordas, habentia communem terminum in chorda media. In chordis superioris tetrachordi locantur quatuor modi canendi, qui dicuntur autentici, duces, ac præcipui, Dorius, Phrygius, Lydius, Mixolydius. In chordis inferioris tetrachordi ponuntur totidem modi canendi, placales, subiugales ac secundarij; Hypodorius, Hypophrygius, Hypolydius, Hypomixolydius. singuli singulis autenticis per diatessaron subiacentes. Ita vt media chorda suscipiat dorium autenticum Hypodorij infimi. & Hypomixolydium subiugalem supremi Mixolydij.

Mixolydij. Et quoniam in icosichordo Guidonis ditonus & tritonus per interuallum diesis distinguuntur alternis: idcirco non plures, quàm septem chordarum positiones, hoc est, septuplex varietas chordę fieri potest. Vnde, cùm modi sint octo necesse est vt vna ex chordis suscipiat duos modos. Itaque ex septem chordis apud a. ♮. c. d. e. f. g. septem literas positis. quæ apud d. est media in ditono. quę apud a. est superior in tritono. Quæ apud e infra diesim altam. Quæ apud ♮ infra diesim imam. Quæ apud f. supra diesim altam. Quæ apud c. supra diesim imam. Quæ apud g. est inferior in tritono. Quam ob rem. litera d. suscipit modum primum. a. secundum. e. tertium ♮ quartum f. quintum. c. sextum. g. septimũ. cui oportet assignari suum subiugalem apud d. qui locus est primi. Igitur primus adscribitur Soli planetarum medio & præcipuo, qui dicitur dorius. Secũdus Lunæ, hypodorius. Tertius Marti phrygius. Quartus Mercurio hypophrygius. Quintus Ioui Lydius. Sextus Veneri hypolydius. Septimus Saturno Mixolydius. Octauus octauo cęlo, vel soli, cuius dies sequitur diem Saturni. Nam hæc modorum dispositio imitatur ordinem planetarum in diebus hebdomadæ dominium & nomen habentium. Primus igitur modus, tertius, quintus & septimus, sunt autentici. Secundus autem, quartus, sextus, octauus, sunt subiugales: & singuli singulis autenticis per diatessaron subiacentes, secundùm ordinem sphærarum cœlestium.

♮ ———
tonus
a. ———
tonus
6 ——— g ——— ♄ Nete.—Inferior in tritono.—Mixolydius 7us
tonus
$6\frac{3}{4}$ —— f. ——— ♃ Paranete. Super diesim altam.—Lydius 5
diesis
$7\frac{1}{9}$ —— e. ——— ♂ Paramese. Infra diesim altam—Phrygius 3
tonus
8 ——— d. ——— ☉ Mese.—Media in ditono. — Dori⁹ hypomixop⁹. lydius 8
tonus
9 ——— c. ——— ♀ Lichanos.-Super diesim imam- Hypolydius 6
diesis
$9\frac{13}{27}$ ♮ ——— ☿ Parhypate. Infra diesim imam—Hypophrygius 4
tonus
$10\frac{2}{3}$ —— a ——— ☽ Hypate—Supior in tritono—Hypodorius 2
tonus
12 —— g ———
tonus
f ———

Ex præ-

Ex prædictis patet, ꝙ in septem literis cõsummatur omnis varietas in recipiendis modorum qualitatibus: adeo vt necesse sit, in mediam chordam coincidere duos modos. Quod autem Ptolemæus addit hypermixolydium apud sequentem literam A. quæ est octaua ab a. infima: hæc mihi non videtur additio, sed tralatio hypodorij, ad eandem literam, eandem positionem chordæ superioris in tritono: quæ tralatio fieri potest in vnoquoq; modo, si sursum per diapason transferatur, ad eandem scilicet literam. Nam ibi seruatur in modo idem spaciorum processius. nec refert vtrum modulatus fiat acutior.

Primus igitur modus dorius, Solis ponitur in d. sol. re.
Secundus Hypodorius, Lunæ. in A. re.
Tertius Martis Phrygius. in e. la. mi.
Quartus Hypophrygius Mercurij. In ♮ mi.
Quintus Lydius Iouialis. in f. fa. vt.
Sextus Hypolydius Veneris. in c. fa. vt.
Septimus Mixolydius Saturni. in g. sol. re. vt.
Octauus Hypomixolydius, quoniam oportet vt (sicut alij subiugales suis autenticis) per diatessaron subiaceat Mixolydio; cadit in D. sol. re. sicut Sol quartus est à Saturno. Et sicut solaris dies succedit sabbato. Quanquàm idem octauus modus (quando anteriores sortiuntur singulos planetas) octauo cœlo iure, quod saturnum sequitur, adscribi potest.

Formantur autem autentici à loco proprio ascendendo per diapẽte & diatessaron. hoc est, per diapason: & inde tantundem descendendo. Placales autem à sede sui quisque autentici per diapenten ascendunt: & inde per diapenten ac diatessaron descendunt: vnde rursus per diatessaron ascendunt; & in locum autenticorum simul desinunt. Miscentur tamen quandoque, & aut deficiunt, aut limites prætereunt, vt artificibus placet.

Primus modus (quia Solis est) sonnolentiam ac pigritiam expellit: verbisque iocosis, lepidis ac facetis conuenit.

Secundus, Lunaris, somnum quietum ac lenem inducit: quo Pythagorici curas quiete, aut somno temperabant. Verbis enim mœstitiam, fletumque prouocantibus: quietem ab angustijs & à seruitute libertatem vendicantibus congruit.

Tertius, Martialis, est incitatiuus, seuerus, asper, iracundus, verbisq; de prælio agentibus competit.

Quartus, Mercurij, blandus, garrulus, lasciuus, adulatorius, mitigatiuus, verbisque monitorijs, blandientibus, ac detractorijs adscribitur.

Quintus, iouialis, delectabilis, hilaris, modestus, nonnihilo petulans: lapsos ac desperantes reuocat, verbisque gaudium aut victoriam narrantibus vendicatur.

Sextus,

Sextus, Veneris, lacrymabilis, pius, deuotus, amatorius, verbisque ad lacrymandum ob deuotionem, compassionem, vel lætitiam inducentibus attribuitur.

Septimus, Saturni, est partim iucundus, partim incitatiuus; quæstuosus, per saltum procedit inimicos, melancholicis & querulis verbis, & ijs, quæ tertio 4.5.& 8.competunt, conceditur.

Octauus, cœli stellati, tristes, ac lentos ad mediocrem reducit lætitiam, est suauis, moratus, deprecatiuus: quo vtimur, cùm aliquam fęlicitatem, aut gloriam cum lacrymis impetrare optamus. verbisque profunda, ac cęlestia tractantibus conformatur.

AD LECTOREM.

Nec præcepta contexendi symphonias duarum, aut plurium vocum omittenda sunt: vt sicut theoricis, sic etiam practicis aliquatenus satisfaciamus.

PRIMA Cãtoribus regula datur, ꝙ principia modulaminũ debent exordium sumere à consonantijs perfectis: quæ nõ est necessaria.

Secunda regula. Duas perfectas eiusdem speciei consonantias non debere simul ascendendo, vel descendendo, immediate poni.

Tertia regula. Inter duas perfectas eiusdem generis consonantias diuersis vel consimilibus motibus intensas aut remissas, vna imperfecta, vt tertia vel sexta debet media constitui.

Quarta regula. Plures perfectæ & dissimiles cõsonãtiæ ascẽdẽtes, vel descendentes possunt constitui. vt quinta post vnisonum 8ª. post 5ª.

Quinta regula. Duæ perfectæ concordantiæ similes possunt immediatè poni, modò dissimilibus procedant motibus. vt si octaua in acutum protendatur, altera 8. In graue remittatur. Et sic de quinta.

Sexta regula. Cãtus, tenor, & grauis dñt inuicẽ esse cõtrarij in motu. vt si cãtus ascẽdat, tenor descẽdat: & ècõtrario. Sed nõ est id necessariũ.

Septima regu. Cãtus & tenor ꝑ cõtrarios motus, suauissime trãseũt. ex sexta in octauã, ex vnisono in tertiã: & ecõtrario. Itẽ è sexta minori ĩ quintã alterius partis motu, reliqua stãte. Ideq; de cõpositis intellige.

Octaua regula. Cãtilenam in cõsonãtiam perfectã terminari debere.

Discordantiam in minimis notulis concedi.

Tres voces, quarum extremæ per diapason, media cum grauiore per diapenten, cum acutiore per diatessaron ligantur, optimè concordant. sicut & ab eis compositæ.

Tertiarum aut decimarum simul ascendentium aut descentidẽtium, iucundum esse ac suauem processum.

Aliquid

Aliquid nunc de Musica & instrumentorum Authoribus primis dicendum, quantum compendij nostri exigit angustia.

MERCVRIVM perhibēt testitudinem à Nili vndatione destitutam reperisse; cuius à putrefactione soli intenti superfuissent nerui: qui tactum sonitum redderent. Atque huiusmodi ligneum construxisse instrumentum, primò quidem quatuor fidibus, mox septem instructum: vt Homerus est author in hymno ad Mercurium.

Mercurius, vt tradunt, Orphea docuit: Orpheus Thamyrim & Linum. Linus Herculem: à quo (quia ob ingenij tarditatem crebro vapulabat) lyra ipsa occisus est. Item Amphionem, qui à septem chordarum numero, totidem portarum vrbem Thebas extruxit.

Interempto autē à Thracibus mulieribus Orpheo, proiecta ipsius in mare lyra, fertur ad Anteiam vrbem peruenisse Lesbi: & à piscatoribus inuenta tradita Terpandro: Qui eam in Aegyptum tulit, & Aegyptijs ostendit sacerdotibus: à quibus factus eruditior, ac reuersus dictus est ipsam inuenisse.

Samius porrò Pythagoras in adytis templorum AEgypti fertur hanc Orphei antiquam heptachordon lyram, quam ibi Terpander appenderat, inuenisse, & octauum ei adiecisse neruum.

Palladem etiam tibiæ inuentricem fuisse perhibent: quam cum inflatis buccis insonaret, atque ob id deformis in Deorum cœtu rideretur, eam abiecisse: quæ à Marsya fuerit reperta. Qui ab Apolline superatus non solùm palmam, sed etiam pellem amisit: quæ ex platani arbore vsque ad Domitiani tempora pependisse traditur.

Alceus tamen hanc tibiæ inuentionem Apollini adscribit: cuius quidem rei fidem fecerit statua quædam ipsius vetustissima apud Delon. quæ in dextera arcum, in sinistra verò Gratias complectebatur: quarum vna lyram, tibiam altera, media verò fistulā ori admotam tenebat. Quod quidē Anticles & Ister cōtestātur.

Iubal, filius Lamechis, pater canentium cithara & organo legitur in sacris literis, & apud Iosephum.

Dauidem Regem ac prophetam, multorum instrumentorum fuisse authorem.

Sambucam Troglodytæ iuuenere, vt Solinus.

Tubam æneam Piseus Tyrrhenus. vt Plinius, aut multò antea Moyses, vt Iosephus.

Arcades primos in Latium instrumenta musica tulisse, cùm antea fistulis pastoralibus tantùm vterentur. author est Dionysius.

Lacedæmones primùm tibijs in prælio vsos, Thucydides.

Cretenses in bellum egressos, cithara præcinente. Gellius.

Parthos cum tympanis. Plutarchus, & Appianus.

Fistulæ inuentor Pan, teste Plinio. & Virgil. Plectri Sappho, vt Suidas & Aelianus.

Hæc carptim hìc posita, alibi latiùs tractantur. Exponetur calculus.

CALCVLVS VOCALIVM PROPORTIONVM.

3 2 diapēte. 4 3 diatessar 12 8 6 diapēt diatessar diapason	4 3 diatess 3 2 diapēte 9 8 6 ton. diatess diapēte	9 8 ton. 9 8 ton. 18 72 64 ton. ton. diton.
81 64 diton. 4 3 diatess 256 243 192 diesis diton. diatess	256 243 diesis 9 8 Ton. 2187. 2048 1944 apotome diesis ton.	256 243 diesis 2187 2048 apotome 531441 524288 497664 Cōma diesis Apotome
256 243 diesis 256 243 diesis 65536 62208 59049 diesis diesis	a. 202144 b. 472392. c. 497664. d. 524288. e. 531441 quaq; toni. diesis diesis Cōma Cōma	diapason tonus
	f. 59049. differentia toni. g. 25272. differentia diesis. h. 33777. differentia apotomes. k. 7153. differentia commatis. l. 21459. triplum drǣ commatis. m. 28612. quadruplum. n. 35765. quincuplum. p. 57224. octuplum. q. 64372. nonuplum.	

Ex hoc vltimo calculo Boëtius in 3. Arithmetię concludit, tonum esse maiorem, quàm 8 commata : minorem autem, quàm nouem .

Item diesim esse maiorem, quàm tria commata, minorem autem, quàm quatuor.

Adhuc apotomen esse maiorem, q̃ quatuor cōmata, minorem autem q̃ quinque.

Cum verò apotomes excessus super diesim sit comma : & earum congeries sit tonus ;, sequitur, vt apotome excedat commata quatuor & dimidium. & vt diesis excedat tria commata & dimidium. vtque tales excessus sint æquales .

Verum animaduerte, ingeniose Lector, ꝙ Boetius in determinandis his interuallorum collationibus, debebat vti differētijs proportionalibus, hoc est in proportione continua crescentibus: non autem (sicut facit) differentijs æqualibus. Id aūt fecit, vt vitaret multiplicationis laborem. Et tamen, sicut nos proportionaliter calculando, experti sumus, Boetius veritatis scopum attigit.

FRANCISCI MAVROLYCI ABBATIS MESSANENSIS DE LINEIS HORARIIS, LIBER PRIMVS.

Ad Illustrissimum, & Excellentissimum dominum, D. Franciscum Santapacium, Buteræ Principem, & Marchionem Lycodiæ, Messanensium strategum.

PRÆFATIO.



NTER *Mathematicas speculationes Illustriss. princeps, Gnomica, quæ lineas tractat horarias, haud infimo loco ponenda est: cum sit tam iucunda scitu, quàm usui non commoda solùm, sed etiam necessaria. Quæ cum diu maioribus nostris fuisset incognita, paulatim mox adinuenta & à perspicacioribus ingenijs illustrata fuit Anaximenes enim Milesius Lacedæmone primus fertur horologium Sciotericum ab umbris cognominatum inueniße. Romæ autem id serius usurpatum: ut cuius ciuibus militaris disciplina magis curæ, quàm Syderalis esset. Primum enim in* XII. *tabulis ortus tantum & occasus solis nominabatur. Post aliquot annos adiectus est & meridies: quem consularis Accensus pronunciabat: Sed hoc serenis tantùm diebus usque ad primum bellum Punicum. Mox uerò horologium solarium à M. Val. Messala Cos. secundùm rostra in columna positum est. ut ait M. Varro: Catana in Sicilia capta, Hemicyclium excauatum ex quadrato, ad enclimaq; succisum Berosus Chaldæus. Scapham siue hemisphærium Aristarchus Samius, & discum in planitie. Araneam Eudoxus, siue prior Apollonius. Plinthum siue lacunar (quod in Circo Flaminio Romæ positum erat) Scopas Syracusius: Atq; alij alia horologiorum genera perhibentur inuenisse. Scipio Nasica primus Romæ aquæ fluxu horas diuisit, clepsydra sub tecto posita, anno ab urbe condita* DXCV. *Sed horologium ex aqua & hydraulicas machinas, Vitruuio authore, reperisse fertur Ctesibius Alexandrinus. Clepsydris multo post successere harenariæ ampullæ. Horologia uerò, quæ rotis uersantur, & æris crepitu horas indicant, sunt multo recentiora. Verum ne de huiusmodi machinis, neque de clepsydris, aut am-*

L pullis

pullis sermo nobis erit: sed tantùm de gnomicis lineis: qui sunt horarij limites in plano quopiam ita descripti, ut erecti gnomonis umbra, sole radiante, semper instantem horam, intra cuius fines terminatur, inspicientibus ostendat. Quicunque autem hæc nostra legerint, animaduertent, multa fuisse prætermissa ab ijs, qui hactenus de huiusmodi negocio conscripsere: quæ quidem non solùm theoricis iucunda, sed & practicis utilia trademus. Excipe igitur libellum hunc sereno uultu, Princeps excellentissime, ut qui seueritate simul ac clementia prudentissime Mamertini regiminis frena moderaris; literatorum quoque, ut assoles, patrocinium suscipias.
Vale, & uiue fœlix.

Astronomica quædam præambula. Cap. I.

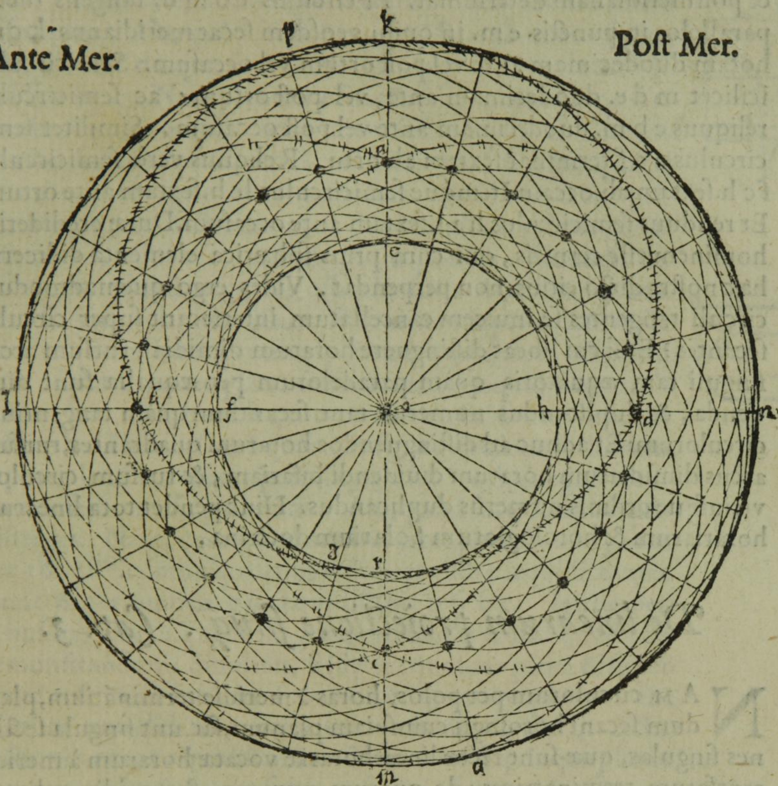
SCIENDVM in primis, mundum esse sphæram, quæ vertitur ab ortu ad occasum rapidissimo diurno motu super axe quodam, cuius extrema poli dicuntur. Tali autem motu à singulis punctis in sphærica superficie vbicunque receptis, integra conuersione, singulos describi parallelos circulos, quorum qui polo vicinior, minor est; qui autem medius inter polos, maximus est æquinoctialis vocatus: quem scilicet sol in principio Arietis vel Libræ constitutus describit: in ijs enim punctis æquinoctialem secat zodiacus, in cuius planã superficiẽ sol motu proprio contra mundum fertur. Secat, inquam, obliquè ad angulum, qui recti vnius quadrantem ac nonagesimam ferè habet. Horizon est circulus maximus in sphæra manifestum hemisphærium ab occulto disterminans. Qui cum transit per mundi polos, rectus est: Obliquus verò, cum præter polos. Poli autem horizontis vertices habitantium in eo, seu zenit, appellantur. Circumferentiæ parallelorũ extantes in manifesto hemisphærio, arcus diurni: & earum complementa in occulto, nocturni arcus dicuntur. Tamque hos, quàm illos singulos meridianus circulus maximus per mundi & horizõtis polos incedens per æqualia dispescit. Horizon rectos parallelos singulos in semicirculos secat: Obliquus verò inæqualiter. Nam arcus diurni ab æquinoctiali ad manifestum polum sumpti maiores sunt nocturnis, & eo maiores, quo ab æquatore remotiores. Contrarium dic de arcubus ad occultum polum declinantibus. Declinatio stellæ, est arcus circuli per mundi polos & locum stellæ incedentis inter æquatorem & stellę locum receptus. Latitudo autem stellæ, est arcus circuli per zodiaci polos ducti inter zodiacum & stellæ locum. Ascensio recta, est arcus æquatoris cum quopiam zodiaci arcu in horizonte recto cooriens. obliqua verò in obliquo. Descensio autem arcus cooccidens. Differẽtia ascen-

ascẽsionalis est ascensionũ rectę & obliquæ excessus: & talis semper est excessus quadrantis & arcus semidiurni ad eundẽ locum spectãtis. Latitudo ciuitatis aut loci cuiuspiã, est arcus meridiani inter æquatorẽ & loci verticem siue zenit receptus. Longitudo autem locorum, arcus æquatoris à meridiano ad meridianum computatus. Paralleli, quos tangit zodiacus, sunt tropici Cancri & Capricorni, in principijs videlicet talium signorum a sole descripti. Paralleli quoque per zodiaci polos ducti Arcticus & Antarcticus nominantur. Coluri autem sunt duo circuli maximi per mundi polos intellecti: quorum alter per contactus tropicorum, quæ sunt solstitialia puncta: reliquus per sectiones æquatoris & zodiaci, quę sunt æquinoctiorum puncta, incedit. Arcus autem illius inter æquatorem & zodiacũ recepti sunt maximæ declinationes Solis, siue quantitates angulorum sub dictis circulis comprehensorum. Circulus altitudinis, est circulus maximus per verticem horizontis & locum stellæ ductus: cuius arcus inter horizontem & locum stellæ receptus, altitudo stellæ vocatur. Vnde tam Meridianus, in quo meridianæ altitudines cõputantur, quàm verticalis circulus, qui Meridianum & Horizontem orthogonaliter secat, per vtriusque polos incedens, circulus altitudinis vocari potest. Vmbra recta est illa, qua gnomo ad horizõtẽ perpendicularis proijcit. Versa verò vmbra est, quã gnomo perpẽdicularis ad aliquem circulũ altitudinis, ĩ ipsi circuli plano proijcit. Hæc præmissa sunt, quo dicẽda melius intelligantur, ne lector necessarios terminos aliũde mẽdicare cogatur.

Circulorum & linearum positio. Cap. 2.

DIES, est tempus, quo Sol motu diurno vnam reuolutionem perficit: hoc est, in quo fit integra conuersio motus diurni, addito paruo æquatoris arcu, qui motui Solis proprio interim peracto respondet. Hora æqualis siue æquinoctialis, est vicesima quarta pars diei, in qua scilicet quindeni gradus æquatoris exoriuntur cum dicti additamẽti debita portione: siue spacium temporis, in quo Sol motu diurno peragrat quindenos gradus. Diuisis itaque quatuor quadrantibus æquatoris inter meridiani & horizontis semicirculos receptis singulis in sex arcus æquales; diuisus erit totus circulus in 24. arcus, quæ sunt horaria sphacia. Circuli itaque 12. per polos mũdi & puncta diuisionum ducti, dicuntur horarij circuli, de quorum numero est meridianus & horizon rectus qui horas à meridie initium capientes distinguunt: Nam sicut diuidunt æquatorem, ita & omnes ac singulos æquatoris parallelos æqualiter in totidem similes arcus. Sicut autem periferiæ horum circulorum secant se in polis communibus, ita & eorum

eorum plana secant se inuicem super axe, cuius extrema sunt poli. Itaque axis mundi est communis sectio talium circulorum: quòd autem æquatoris & singulorum parallelorum arcus inter duos semicirculos horarios proximos recepti sint similes. hoc est singuli quindenorum gradus, constat per 14ª. secundi sphæricorum elementorum Theodosij: Hoc pacto, cum circuli tales horarij, de quorum numero est Meridianus sint, XII. semicirculi fient XXIIII. totidem horaria spacia tam in æquatore, quam in singulis parallelis distinguentes. Qui, cum vt dictum est, in omni horizōte, horas à meridiano inceptas numerent, in horizonte recto horas etiā ab ortu vel ab occasu exorsas disponunt, cum rectus ipse horizon ortum & occasum terminans sit de numero talium circulorum. In horizonte autem obliquo intelligendi sunt duo paralleli, æquatoris, tangentem horizontem apud ea pūcta, in quibus horizon ipse secat meridianum: quorum parallelorum, qui circa polum manifestum, est maximus parallelorum integre apparentium: nam reliqui apparentes magis ac magis approximant dicto polo, minime tangentes horizōtem. Qui autem circa polum occultū, est maximus paralellorum integre occultorum: nam reliqui occulti tali polo viciniores coarctantur magis, ac sub horizonte deprimuntur. Sicut itaque horizon tangit in dictis punctis sectionum meridiani geminos parallelos prædictos, ita & alij 23. circuli magni tangunt eosdem parallelos singuli in binis pūctis, in quibus eosdem parallelos secant singuli circuli horarij per polos ducti. Sic fit, vt horum XXIIII. semicirculi inter oppositos per diametrum contactus recepti, de quorum numero est semicirculus horizontis occidentalis à meridiano distinguant totidem horas ab occasu hoc est ab horizontis prædicto semicirculo exordium capientes: omnes enim tam æquatoris quàm parallelorum arcus inter duos proximos tales semicirculos recepti sunt similes per 17ª. secundi sphæricorum Theodosij, hoc est singuli quindenorum graduum. Et perinde hi sunt horarij semicirculi, qui horas ab occasu exordientes in horizonte obliquo distinguunt. Reliqui autem XXIIII. semicirculi inter dictos contactus, de quorum numero est semicirculus horizontis orientalis à meridiano distinguūt totidem horas ab ortu hoc est à prædicto horizonti semicirculo inceptas: Nam similiter & æquatoris & parallelorū arcus inter proximos tales semicirculos recepti sunt quindenorum graduum. Quare insunt horarij semicirculi qui horas ab ortu initium sumentes disterminant. in eodem horizonte. Sed tales periferiæ in solidæ sphæræ superficie descriptæ clarius intelligūtur. Nā in plano nulla cōmodiori via oculo exponi possunt, q̃ ad modum araneæ astrolabicæ: sicut hic infra descriptæ apparēt in qua descriptione a bcd. circulus repræsentat æquatorem



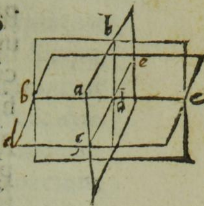
totem 24. punctis in totidem arcus, quæ sunt horaria spacia, diuisum: circulus e f g h. parallelũ maximũ integre apparẽtium, Circulus k l m n. parallelũ maximum integre occultorũ: circulus k b g d. horizõtem obliquũ, qui tangit dictos parallelos in punctis g k. in quibus idem secat meridianum k a c o g c m. in quo pũctum o. polus extans. Recta p o r q. repręsentat circulũ per polos horę primæ antemeridianæ & vndecimæ post meridianæ. Circulus p s r t. est horæ primæ ante occasum vel ortum tãgens dictos parallelos in punctis p r. in quibus circulus p o r q. secat eosdem. Semicirculus scilicet p s r. primam ante ortum : reliquus verò r t p. primam ante occasum. Arcus autem p k. g r. inter contactus: Itemq; arcus b s. d t. æquatoris singuli sunt vnius horæ spacia. Hoc idem dic de cæteris circulis tã secantibus, quàm tangẽtibus dictos parallelos. Nam secantes quidem per polos ducti horas à meridiano: tangẽtes verò horas ab occasu vel ortu exorsas distermi-

nant. Circulus b f o h d n. per polos horam sextam ante meridianam & postmeridianam determinat. Et circulus e b m d. tangens dictos parallelos in punctis e m. in quibus eosdem secat meridianus k c m. horam duodecimam ante vel post ortum vel occasum. Semicirculus scilicet m d e. duodecimam ante, vel post ortum: ac semicirculus reliquus e b m. duodecimam ante vel post occasum. Similiter semicirculus n a f. terminat sextam ab ortu. Reliquus verò semicirculus f c h. sextam ab occasu. Itemque semicirculus l c h. sextam ante ortum. Et residuus semicirculos h a l. sextam ante occasum. Duræ crediderim hominem esse ceruicis, qui cum prius sphærica elementa didicerit: hæc nostra dicto citius non perpendat. Vides ergo quemadmodum circuli tangentes se inuicem cancellatum intersecant super circulos secantes? Et si cui libeat distinguere horarum dimidia; rursum arcus singuli tam æquatoris quàm parallelorum per æqualia sunt diuidenda, & duplicandus numerus tam secantium quàm tangentium circulorum: Et adhuc ad distinguendos horarum quadrantes, rursum arcus dimidiarum horarum diuidendi bifariam, & rursum circulorum vtriusque ordinis numerus duplicandus. Hinc pendet tota linearum horariarum & horologiorum Solarium doctrina.

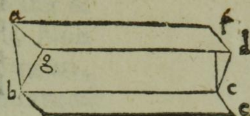
De linearum proiectione situq́; Cap. 3.

NAM circulorum per polos, horas à meridie terminātium, plana dum secant horologij cuiuspiam planum, faciunt singula sectiones singulas, quæ sunt rectæ lineæ horariæ vocatæ horarum à meridie exorsarum terminatrices: de quarum numero est meridiana linea, quam meridianus secando facit. Circulorum verò tangentium plana, qui ab occasu vel ortu discernunt horas, dum secant item quodpiam construendi horologij planum singulas & ipsa singula generant in sectionibus rectas horarum ab occasu quoque vel ortu inchoatarum indices. Verùm sicut circuli per polos super axe mundi se inuicem secant; ita & factę ab ijs horariæ lineæ in vno se vicissim puncto intersecant: Quod lineis horarijs ductu tangentium circulorum factis non contingit: sicut neque ipsi tangentes circuli communem rectam pro sectione sortiuntur. Quemadmodum itaque in singulis horologijs, pro situ cuiuslibet loci, tales lineæ generentur, trademus, absolutis prius præambulis quibusdam.

Præmittemus duo lemmata; quorum primum erit: Si duo plana se inuicem secantia tertio quodam plano secentur, factæ à tertio plano sectiones quæ rectæ lineæ sunt, se vicissim secant. Vt si duo plana a b c. & c d e.



& c d e.secent se inuicem super rectam b c.quæ à tertio plano e f.secentur: Aio, quòd sectiones, quas facit planum e f.cum planis a b c.c d e.quæ sunt rectæ lineæ per tertiã vndecimi, se vicissim secant. Nam planum e f.secans duo plana a b c.c d e. omnino secabit eorum communem sectionem b c. Secet in puncto d. itaque punctum d.commune erit his tribus planis solum: omnino igitur per d.punctum transibunt factæ per tertium planum sectiones cum duobus planis primis, quæ sint e d. a f. rectæ: secant se itaque in puncto. Similiter de tribus aut pluribus planis ostendemus. Alterum lemma erit, si tria, vel plura plana se inuicem super eadem recta secent: quorum vni planum quartum æquidistet, reliquam secet: factæ à quarto plano sectiones erunt æquidistantes. Vt si tria plana a b c.b c d.b c e. communem sectionem habeant rectam b c. Planum verò quartum f g. æquidistet vni illorum vtpote plano b c e.secetque reliqua a b c.b c d. sintque communes sectiones f a.g d.rectæ. Aio, quòd f a. g d.sunt æquidistantes. Nam, cum planum a b c. secet plana b c e.f g.iam per 16ª. 11ᵐⁱ.cõmunes eorum sectiones a f.b c.æquidistantes erunt: & per eundem g d. æquidistabit ipsi b c. Igitur per 9.eiusdem libelli.ipsæ a f.d g. æquidistantes erunt, quod fuit demonstrandum. Similiter, si fuerint quatuor plana & super vnam rectam se inuicem secantia, & quintum planum vni illorum æquidistans reliqua tria secuerit; tres in ijs factæ sectiones erunt æquidistantes. Non aliter si quinque planis communem rectam pro sectione sortitis, superueniat sextum vni æquidistans & cætera secans: quatuor sectiones æquidistantes fient. Quod si sub dicta conditione sex planis septimum inducatur, quinque sectiones æquidistantes in septimo apparebunt: Itaque in infinitum. His præmissis, sciendum, quòd quemadmodum circuli horarij tam secantes, quàm tangentes, atque æquator & paralleli se inuicem cancellatim secant; ita & ab illis factæ horariæ lineæ in plano horologij mutuas etiam inter se faciunt sectiones: & interdum aliquas æquidistantias, vt mox constabit. Conicæ verò superficies, quarum bases sunt paralleli æquatoris, vertices autem in centro mundi; dum secantur à plano horologij, faciunt in ipso plano curuas quasdam lineas, quæ sunt conicæ sectiones, & quinque circulos. Quos autem parallelos secãt circuli horarij, eorundum conicas sectiones in horologij plano factas secant horariæ talium circulorum lineæ: Quos etiam



parallelos tangunt circuli horarij, eorundem quoq; curuas in horologij plano proiectas tangunt horariæ ipsorum circulorum rectæ. Item quorum circulorum periferiæ in superficie sphæræ se inuicem in eodem puncto secant, eorundem proiectæ in planum horologij lineæ super vnum quoque se punctum vicissim secant. Et sicut circuli horarij per polos secant extremos parallelos super puncta contactuum, in quibus scilicet eos tangunt horarij tangentes in superficie sphæræ; ita & illorum lineæ horariæ in planum horologij proiectæ, secant in eodem plano parallelorum curuas apud tactuum puncta, in quibus videlicèt horariæ rectæ à tangentibus generatæ tangunt curuas prædictas. Sed de curuis lineis in secundo libello dicendum.

De mutua sectione circulorum horariorum super æquatore & parallelis. Cap. 4.

DESCRIPTIS itaque bissenis circulis horarijs per polos, de quorum numero est Meridianus, aut horizon rectus: necnon quatuor & viginti circulis tangentibus, de quorum numero est horizon obliquus, quemadmodum prædiximus: intelligendum est, quòd mutuæ tangentium sectiones fiunt super secantium, hoc est per polos euntium periferijs, nec non super parallelorum seriatim & vtrinque ab æquatore deductorum periferijs: qui paralleli sunt 24. Ponatur enim Sol in æquatoris ac Meridiani sectione: certum est instare iam horam sextam ab ortu, & itē sextam ante occasum: omnino igitur Meridianus & duo circuli tāgentes, quorum alter sextā ab ortu, alter 6ª ante occasum terminat, in vno puncto se inuicem secant super æquatorem. Item peragat Sol horæ spacium post meridiem: instabit iam hora 7. ab ortu: & hora 5. ante occasum: ergo & circulus secās primam post meridiem: & circuli duo tangentes 7. ab ortu, & 5. ante occasum terminantes, cum æquatore in vno puncto, qui Solis locus est, se vicissim secabunt: Id idem necesse est fieri in singulis 24. punctis in periferia æquatoris horaria spacia distinguentibus. Non aliter in singulis parallelis hinc & inde ab æquatore acceptis, per singula puncta horariarum diuisionum ternos semper horarios circulos se inuicem secare ostendemus: exceptis parallelis extremis, in quibus fiunt

contactus

contactus & sectiones. Exempli gratia: capio parallelum ab æquatore ad partes poli extantis, in quo arcus diurnus sit XIII. horarum: Sitque Sol in puncto, in quo talis parallelus secat meridianum: Instat igitur hora 6 ½ ab ortu, & hora 6 ½ ante occasum: igitur meridianus & duo circuli tangentes, talium horarum limites, in dicto puncto se inuicem secant. Qui si Sol in eodem parallelo peragat horæ dimidiæ spacium post meridiem, instabit tūc hora 7ª ab ortu, & hora 6ª. ante occasum: Itaque circulus horarius horæ dimidium post Meridiem terminans, & duo circuli, 7ª ab ortu & 6ª ante occasum terminantes super dictum parallelum in loco Solis se inuicem tunc secant. Similiter & simili processu per cætera paralleli puncta idem fieri necesse est. Non aliter capiens parallelum oppositum, qui Soli diurnum arcum XI. horarum exhibet, id idem ostēdam. Et similiter dimidiarum horarum processus continget, vbi arcus diurnus imparem numerum horarum suscipit. Item, ne parcam exemplis, assumam parallelum ad partes poli manifesti, vbi arcus diurnus XIIII. horarum: sitq; Sol in puncto vbi talis parallelus secat meridianum: Instabit igitur hora 7ª ab ortu: & hora 7ª ante occasum. Itaque meridianus & duo circuli talium horarum terminatores in dicto Solis loco se vicissim secant. Peragat deinde Sol in eodem parallelo horarium spacium post meridiem: nā instabit tunc 8ª ab ortu: & 6ª ante occasum. Quare circulus horæ vnius post meridiem cum dictarum horarum circulis, super ipsum paralleli punctum, quod Solem recipit, se inuicem dispescent. Similiter per cætera paralleli puncta horas dirimentia procedam. Nec aliter in opposito parallelo: qui diurnum arcum X. horarum recipit, id ipsum demonstrabo: Et per eadē horaria spacia in reliquis parallelis diurnos arcus pari horarum numero dimetientibus argumentabor. Quāquàm & talis processus ex sphæricis elementis facile concludi potest. Constat ergo, quo circuli horarij inter se cum parallelis ordine, cancellatim sectiones faciant.

COROLLARIVM.

Tales autem parallelos, qui per puncta sectionum horariorū circulorum ducti limitant horas integras, & arcus tam diurnos quàm nocturnos integrarum horarum, ab æquatore ad polum extantem XII. esse, & totidem ab eodem ad polum occultum planè constabit. Ita, vt primus illorum post æquatorem habeat arcum diurnum horarum XIII. noct. XI. secundus diur. XIIII. noct. X. tertius diur. XV. noct. IX. quartus diur. XVI. noct. VIII. quintus diur. XVII. noct VII. sextus diur. XVIII. noct. VI. septimus diur. XIX. noct. V. octauus diur. XX. noct. IIII. nonus diur. XXI. noct. III. decimus diur. XXII. noct. II. vndecimus

diur.

diur. XXIII. noct. I. duodecimus diur. XXIIII. noct. vnius puncti, hoc est nullius quantitatis: tangit enim solum in puncto horizontem. Idem dic de parallelis ad occultum polum, sumptis commutatis horarum numeris. Nam oppositorum & æqualiter ab æquatore distantium parallelorum vnius arcus diurnus æqualis est nocturno reliqui.

Horologia præcipua quæ sint, & quomodo horarias lineas suscipiant. Cap. 5.

QVODLIBET autem horologij planum secans singulos horarios circulos vicissim sectum ab eis, facit singulas horarias lineas, vt dictum est: cùm planorum quorumuis communis sectio sit recta linea per tertiam vndecimi elementorum. Sed horologiorum præcipua, tales lineas suscipientia, sunt quatuor: Aequinoctiale, Horizõtale, Verticale, ac Meridianũ. de quibus singillatim est à nobis disserendum. Aequinoctiale itaque Solarium planum sortitur ad æquidistantiam æquinoctialis circuli pro situ loci. Quam ob rem tale horologium habitantibus sub polo, est horizontale, cum horizon eius situs ipse æquinoctialis existat: in horizonte autem recto, hoc idem horologium verticale vocabitur, quandoquidem æquinoctialis ibi officio verticalis circuli fungatur. Horizontale Solarium ad Horizontis æquidistantiam siue recti siue obliqui ponendum erit. Verticale Solarium similiter penes verticalis circuli planitiem erigetur: quod duplicem poterit adipisci faciem, ad boreales partes vnam, & alteram ad australes vergentem: accidit enim vt Soli vtrouersum procurrenti non semper vna patescat. Hoc idem murale horologium dici solet. Hoc autem cum in horizontali similes suscipit præceptiones præsertim quo ad lineas horarias à meridie exorsas. Meridianum denique Solarium ad meridiani plani æquidistantiam fabricetur. Tam enim hoc, quàm verticale ad horizontem perpendiculariter insistunt, quasi parietes ad perpendiculum superstructi. Item meridianum Solarium, quo ad lineas horarum à meridie exorsarum ijsdem præceptis cum horizontali horologio recti horizontis contentum erit. Omnis enim meridianus est horizon rectus, cum per polos incedat. differũt tamen in situ planorum. Constat igitur horum singulorum horologiorum situs. Gnomo autem, siue stylus, siue idem appelletur horarius index horologij plano perpendiculariter infigẽdum est, ita vt eius cacumen statuatur in centro sphæræ, quod est commune centrum omnium horariorum circulorum: Sic enim fiet, vt, in quocunque horario, circulo

circulo Sol extiterit, gnomonicæ vmbræ terminus in eodem circulo proiecta cadat iam in eiusdem horariam lineam, quippe quæ in ipso circuli plano iacet, cum sit communis eius plani cum horologij plano sectio. Sed centrum sphæræ est ipsum mundi centrum: In quo omnis astronomici instrumenti centrum in obseruatione cœlestium constituendum est. Quod tamen, si in superficie terræ, vbi nos versamur, situm sortitur; non inferet sensibilem obseruantibus errorem, quandoquidem totus terræ globus, non solũ ad firmamentum, sed ad Solarem etiam sphæram collatus nullam habet notatu dignam magnitudinem. Præterea illud attendendum, quòd quando horologij planum ducitur ad æquidistantiam alicuius horarij circuli; tunc linea horaria spectans ad talem circulum non apparet in talis horologij plano: cum plana sectionem non faciant, quæ linea horaria solet esse. Igitur in horologio meridiano linea meridiana non extat: in horologio horizontali linea horæ 24. ab occasu aut ab ortu non videtur: eã enim facit horizon: qui non secat planum horologij. In horologio horizontali horizontis recti linea horæ sextæ ante & post meridiem nusquàm apparet: eam enim facit ipse horizon. Item in horologio verticali regionis 45. graduum latitudinis linea horæ 12. ante vel post ortum vel occasum describi non potest: talis enim horologij planum æquidistat plano circuli horæ prædictæ. Sed in particularibus singulorum horologiorum præceptis singula explicabuntur latius.

Quæ horariæ lineæ super vno sese puncto secent: quæve æquidistent, & in quibus planis. *Cap. 6.*

HIS præmissis, vniuersale preceptum tradémus ad discernendum, quinam horarij circuli se inuicem super vnũ punctum secent, siue ipsi inter se, siue super aliquod punctum æquinoctialis: vt hinc liqueat, quæ horariæ lineæ, siue ipsæ inter se, siue super aliquid punctum æquinoctialis lineæ in cuiuspiam horologij plano se intersecent: Item & quæ horariæ lineæ & in cuius horologij plano æquidistent. Ex hac enim notitia sequetur facilis & emendata linearum descriptio. quod à nullo hactenus satis consyderatum fuisse video. Sed quàmuis in descriptione secundi capitis, & in demonstrationibus quarti constet omnis sectionum, quas horarij circuli inter se, & cum æquatore faciunt: tamen & hic regulam exponemus id in promptu cognoscendi. Numerabimus autem,

gratia

gratia confusionis tollẽdæ horas à meridiano per totum ambitum: Itemque horas ab ortu siue occasu per totum ambitum, ab initio primæ vsque ad finem, $24^{æ}$. iuxta ordinem motus & circulorum distinguentium. appellans, vt feci, circulos, qui horas à meridiano exorsas disterminant, secantes, quando se inuicem super mundi polos secãt. Circulos autem, qui horas ab ortu vel occasu inceptas, ordinatim distingunt, Tangentes, quando extremos parallelos in

Prima Regula. sectionum punctis tangunt. Hæc ergo erit prima Regula. Omnes circuli secantes se inuicem, super axe mundi secant: & perinde horariæ lineæ talium circulorum in omnis horologij plano se in-

Exceptio. uicem secant super illud punctum, in quod axis cadit: excepto horologio meridiano & horologio horizontali sphæræ rectæ: in quibus, quoniam planum horologij æquidistat meridiano, siue vni circulorum secantium, horariæ reliquorum circulorum lineæ sunt æquidistantes. Constat enim hoc per duo lemmata tertij capitis. Verùm in horologio meridiano linea meridiana, & in horizontali

Secũda Regula. rectæ sphæræ linea horæ sextæ non apparet. Secunda Regula. Omnes duo circuli tangentes per quadrantem remoti ab vno secante, in vno puncto cum tali secante secant æquatorem: quod per 3^{u} caput constat: & ideo in horologio quolibet tres horariæ lineæ trium dictorum circulorum in vno se inuicem puncto cum linea æquinoctiali secant, per primum lemma quarti capitis: excepto horologio æquinoctiali, in quo tres dictæ horariæ lineæ sunt æquidistantes, per secũdũ lẽma dicti capitis. Exẽpli gratia, circulus horæ sextę ab ortu vel occasu, & circulus horę $18^{æ}$ ab ortu vel occasu per quadrantem, hoc est per sex horas remouentur à meridiano: Igitur hi duo circuli cum meridiano in eodem puncto secant æquatorem: & in omni horologio lineæ horariæ horum duorum cum linea meridiana in vno puncto secant lineam æquinoctialem: dempto

Exceptio. tamen horologio æquinoctiali, in quo tres lineæ horariæ tales sunt æquidistantes. Item circulus horæ $4^{æ}$ ab ortu vel occasu, & circulus horę $16^{æ}$ ab ortu vel occasu per quadrantem remouentur à circulo horæ $22^{æ}$ à meridie: Igitur hi tres circuli in vno pũcto secant æquatorem: & eorum tres lineæ horariæ in vno puncto secant lineam

Exceptio. æquinoctialem in cuiuslibet horologij plano. Sed excipe horologiũ æquinoctiale, in quo tres lineæ prædictæ sunt æquidistantes. Idem conclude pro cæteris circulis & eorum lineis ad hanc regulam spectantib. Nec te conturbet, quòd horam ab ortu vel occasu inceptam indistinctè appellem: Nam, vt in 2° capite patuit, vnus & idẽ circulus horam ab vtrouis limite numeratam, quanquàm diuersis

Tertia Regula. semicirculis, determinat. Tertia Regula. Omnes duo circuli tãgẽtes

æqualiter

æqualiter ab vno secante remoti: sese inuicem cum ipso secante in vno puncto se dispescunt: quod ex 3° cap. elicitur: quare per pm lemma quarti capitis, tres lineæ horariæ talium circulorum in vno se puncto secabunt in cuiusvis horologij plano secāte tales circulos: Nam si horologij planum æquidistet plano vnius dictorum circulorum: tūc duorum reliquorum horariæ lineæ in talis horologij plano erunt æquidistantes, per 2m lemma dicti capitis. Quæ Regula late patet: Sed nos assignabimus exempla tantùm pro horizonte, & inde pro circulo horæ duodecimæ ab ortu vel occasu: quoniā lineę horariæ talium circulorum facile describuntur, & perinde cæteræ super eas. Et similiter pro Meridiano: quoniam scilicet tam linea meridiana, quàm linea horizontalis, quāquàm linea horæ 12æ sunt facilis descriptionis, quandoquidem hę duę meridianam orthogonaliter secant: sicut & linea æquinoctialis. Vnde super illas reliquæ facile deduci possunt, descriptis prius lineis horarijs circulorum secantiū, horas .s. à meridie distinguentibus. Accipe igitur exēpla tertiæ Regulæ. Horizon & circulus horæ primæ ab ortu vel occasu æqualiter distant ab hora dimidia post meridiem: Igitur hi tres circuli se in eodem puncto secant. Et similiter tres illorum horariæ lineę in vno puncto se inuicē secant, in plano cuiusvis horologij secante illos circulos. Nam in plano horologij horizontalis, duæ reliquorū circulorum horariæ lineę sunt æquidistantes, hoc est, linea horę pæ ab ortu vel occasu, & linea horæ dimidiæ post meridiem. Itē horizō & circulus horæ 2æ ab ortu vel occasu æqualiter sunt remoti à circulo horæ primæ post meridiem. Ergo & hi tres circuli se in vno puncto secant: & tres eorum horariæ lineæ in vno se puncto secanr in horologio secante circulos. Nam in horologio horizontali, duæ reliquorum circulorum horariæ lineæ sunt æquidistantes. Itē horizon & circulus horæ 3æ ab ortu vel occasu æqualiter remouentur à circulo horæ vnius & dimidię post mer. Itaque hi tres circuli in vno se puncto secāt, & tres eorum horarię lineę in vno se pūcto secant, in horologio secante circulos: Nam in horizōtali, duę reliquorum circulorum lineę sunt ęquidistātes. Et sic in cęteris, ponēdo semper horizontem vnum ex tribus. Sic etiam circulus horę primę ab ortu vel occasu, & circulus horę 23æ ab ortu vel occasu æqualiter remouentur à meridiano: Igitur hi tres circuli sese in vno puncto secant: & similiter ipsorum horariæ lineę in horologio secante circulos. Nam in horologio meridiano duę reliquorum circulorum horarię lineę sunt ęquidistantes. Hoc idem cōclude de circulo horę 2æ ab ortu vel occasu; & de circulo horę 22æ ab ortu vel occasu, & de cęteris binis à meridiano ęqualiter remotis. Non aliter circulus *Exceptio.*

horę

horæ 12ᵃ ab ortu vel occasu, & circulus horæ primæ ab ortu vel occasu æqualiter sunt remoti à circulo horæ $6\frac{1}{2}$ post mer. Igitur hi tres circuli in eodem se puncto secant: & similiter eorum lineæ horariæ in omni horologio circulos tales secante. Sed in horologio verticali regionis 45. graduum latitudinis; cuius planum æquidistans est plano circuli horæ 12ᵃ ab ortu vel occasu, lineæ horariæ duorum reliquorum circulorum sunt æquidistantes. Item circulus horæ 12ᵃ ab ortu vel occasu, & circulus horæ secundæ ab ortu vel occasu æquali spacio absunt à circulo horæ 7ᵃ post meridiem: & ideo hi tres circuli in vno se puncto secant: & similiter eorum lineę horariæ in horologio secante. Nam in horologio verticali dictæ latitudinis quod adiacet plano circuli horæ 12ᵃ prædicti, duæ reliquorum horariæ lineæ sunt paralleli. & sic deinceps, ponendo semper circulum horæ 12ᵃ vnum ex tribus.

Exceptio.

Quarta Regula.

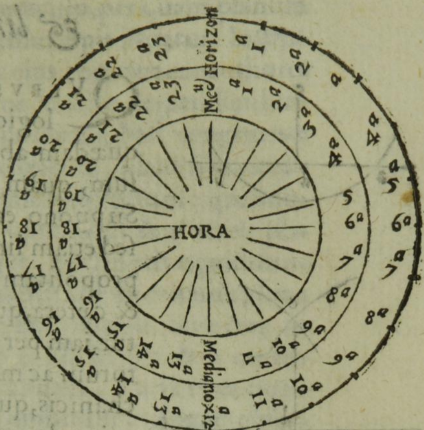
Quarta Regula. Singuli æquatoris paralleli vtrinque deducti incedunt per cancellatas circulorum tam secantium, quàm tangentium sectiones, atque ipsa sectionum puncta sunt limites integrarum & dimidiatum horarũ, à meridie persecantes, ab ortu verò vel occasu per tangentes circulos terminatarum: & similiter in planis horologiorum circulares seu curuæ periferiæ, quas ipsa plana conicas dictorum parallelorum superficies secando faciunt, incedunt per cancellatas linearum horariarum à circulis secantibus & tangentibus factarum sectiones, perfectas horas, atque horarum dimidia in sectionum punctis discernendo. Vnde sicut extremos parallelos tangentes circuli tangunt in punctis, in quibus eosdem secant secantes: ita & in horologij plano lineæ horariæ à tangentibus circulis factæ, tangunt circulares seu curuas periferias à conicis extremorum parallelorum superficiebus in ipso plano factas in punctis, in quibus easdem secant horariæ lineæ à secantibus ibidem proiectæ: Qui quidem paralleli vnà cum extremo tam ad partes extantis, quàm occulti poli sunt duodecim; & arcus tam diurnos, quàm nocturnos ex numero perfectarum horarum confectos exhibent. Sed de curuis periferijs in secundo libello erit nobis sermo. Nunc distinguam horarum seriem in rota, in cuius medio horas à meridiano computatas, in limbo autem horas ab horizonte inceptas constituam vt in promptu sit, quæ horæ à quibus æqualiter distent, cognoscere.

PRIMA REGVLA.

Lineæ horariæ à meridie in omni horologio in vno se puncto secant: exceptis horologio Merno: & horologio horizōtali sphęræ rectæ : in quibus sunt æquidistantes.

Secūda regula.	*Tertia Regula.*	
Lineæ horariæ tres in vno se pūcto cū æquatore secantes in omni horol. Sed in horol. æquinoctiali æquidistantes.	*3. lineæ horariæ in vno se puncto secantes in omni horol.* ¶Duę lineę horariæ æqdistātes in horol.horiz.	*3. lineæ horariæ in vno se puncto secantes in omni horol.* ¶2.lineę horarię æqdistātes in horol.vticali latus 45.gr.
Merna. 6. 18	Horizō.1.½	12. 1. 6½
prma 7a 19a	Hor. 2. 1.	12. 2. 7
2. 8. 20.	hor. 3. 1½	12. 3. 7½
3. 9. 21.	hor. 4. 2.	12. 4. 8
4. 10. 22.	hor. 5. 2½	12. 5. 8½
5. 11. 23.	hor. 6. 3.	12. 6. 9
6. 12. 24.	hor. 7. 3½	12. 7. 9½
7. 13. 1.	hor. 8. 4.	12. 8. 10
8. 14. 2.	hor. 9. 4½	12. 9. 10½
9. 15. 3.	hor. 10. 5	12. 10. 11
10. 16. 4.	hor. 11. 5½	12. 11. 11½
11. 17. 5.	hor. 12. 6	12. 12. 12
12. 18. 6.	hor. 13. 6½	12. 13. 12½
13. 19. 7.	hor. 14. 7	12. 14. 13
14. 20. 8.	hor. 15. 7½	12. 15. 13½
15. 21. 9.	hor. 16. 8	12. 16. 14
16. 22. 10.	hor. 17. 8½	12. 17. 14½
17. 23. 11.	hor. 18. 9	12. 18. 15
18. 24. 12.	hor. 19. 9½	12. 19. 15½
19. 1. 13.	hor. 20. 10	12. 20. 16
20. 2. 14.	hor. 21. 10½	12. 21. 16½
21. 3. 15.	hor. 22. 11	12. 22. 17
22. 4. 16.	hor. 23. 11½	12. 23. 17½
23. 5. 17.	hor. 24. 12	12. 24. 18
Hora post merid. / Hora post ort. uel oc. / Hora post ort. uel oc.	*Horizon. / Hora post ort. uel oc. / Hora post merid.*	*Hora post ort. uel oc. / Hora post or. uel occ. / Hora post merid.*

Distantia horarum in punctis adsignatis eorumque locis medijs est quærenda.



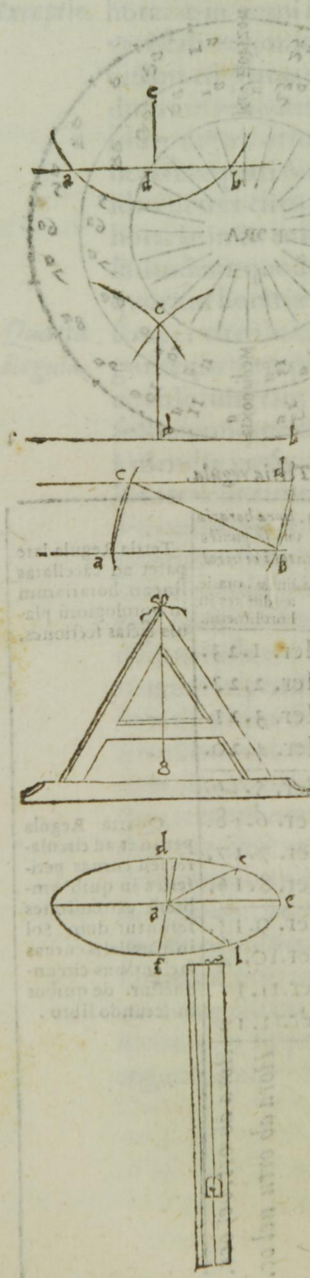
Tertia regula.

3. lineæ horariæ in vno se puncto secātes ī oī horol. ¶2.lineæ horarię æqdistātes in horol.merid.
Mer. 1. 23.
Mer. 2. 22.
Mer. 3. 21.
Mer. 4. 20.
Mer. 5. 19.
Mer. 6. 18.
Mer. 7. 17.
Mer. 8. 16.
Mer. 9. 15.
Mer. 10. 14.
Mer. 11. 13.
Mer. 12. 12
Meridiana linea. / Hora ab ortu uel oc. / Hora ab ort. vel occ.

Tertia Regula late patet ad cācellatas linearum horariarum in horologiorū planis factas sectiones.

Quarta Regula pertinet ad circulares seu curuas periferias in quib⁹ vmbrarū extremitates feruntur dum Sol in parallelis curuas facientibus circunducitur. de quibus in secundo libro.

De Horologiorum, horizontalis, meridiani, & verticalis planis & linea meridiana. Cap. 7.



QVIBVS consideratis, pręparanda sunt horologiorum plana. Sed prius præambula quædam absoluamus, magis ad nostræ praxis vsum, quàm ad demonstrationem accommodata. Suppono enim non solùm elemētaria postulata, sed etiam lineam lineæ æqualem describere, aut propositam lineam in quotlibet segmēta partiri, & cætera, quæ canonis ac circini officio conficiuntur, iam per se nota. præsertim cum in instrumentorum ac machinarum fabricis multa fiant à mechanicis, quę in theoria non demonstrantur. Quis enim docet in circulo vnius gradus arcum abscindere, aut datam periferiam in tres æquales portiones secare, nisi hæc & alia pedetentim, &, vt ita dicam, ad iudicium sensus attentando, in geometrica praxi consequeremur? Præmittam igitur Regulas necessarias. Quarū prima sit de perpendiculari. Proponatur a b. recta, & extra eam punctum c. Si opus sit à puncto c. ducere rectam perpendicularem ad lineam a b. describam super punctum c. circulum a b. qui secet propositam lineam in punctis a b. deinde secabo ipsam a b. per medium. In puncto d. & ducam rectam c d. quæ erit perpendicularis ad a b. rectam. Secunda Regula. In linea a b. datum sit punctum d. si opus sit ab ipso d. puncto excitare perpendicularem ad ipsam a b. capiam lineas d a. d b. æquales: & super punctis a b. ad spacium totius a b. describam duos circulos, qui secēt se inuicem in puncto c. & ducam lineam c d. quę erit perpendicularis ipsi a b. rectam. Tertia Regula. Proponatur linea a b. & extra eam punctum c. si opus sit per punctum c. ducere lineam æquidistantem lineæ a b. capiam in linea a b. punctum non proximum ipsi c. sed quantum satis est, remotum, quod sit b. super quo ad spacium b c. describam circuli

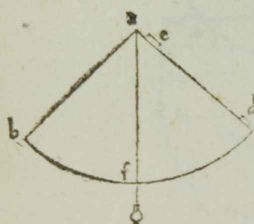
periferiam

periferiam a c. & rursum super puncto c. ad idem spacium 16. deducam periferiam b d. quam officio circini faciam æqualem ipsi a c. periferiæ: & ducam rectam c d. quæ erit æquidistans ipsi a b. lineę. Quarta Regula. Præparabo libellam cum perpendiculo, per quam planum siue pauimentum aut explanatus ad amussim lapis libratur. Instrumentum Architectis adeo notum, vt vix eius mentionem authores faciant. Triangulare æquilaterum: à cuius vertice perpendiculum trianguli cathetum percutiens, semel atque iterum basi congruente ad planum, arguit per 4ª vndecimi elementorum, plani libramentum. Et planities sic librata erit horizontale horologium: quandoquidem omnis perpendiculi filum est horizontis axis: & perinde planities, quæ perpendiculariter illud suscepit, horizontis æquidistantiam sequitur. Quinta Regula. Vt in substructo horizontis plano Meridianam lineam inueniam principem horariarum linearum in ipso plano circulum lineabo super centro a. qui sit b c. & à centro gnomonen a d. planum perpendicularem erigam, ita vt circa meridiem eius vmbra terminetur intra circuli ambitum. Atque obseruabo geminas gnomonis vmbras, ante meridianam quidem & post meridianam, quæ in ipsa periferia præcisè limites habeant a b. & a c. Inde secabo per æqualia arcum b c. in puncto e. Et ducam rectam a e. quę erit quęsita meridiana linea horizõtis, cuius axis est ipse gnomon. Sexta Regula. Cum hæc inuenta linea sit communis sectio horizontis & Meridiani, & ipse gnomon iaceat in plano Meridiani: Iã superficies plana, in qua iacent rectę d a. & a e. perpendicularis ad horizontem, erit ipsum Meridiani horologij planum. Septima Regula. Excitabo per 2ª Regulam rectam a f. ipsi a e. perpendicularem: eritque planities d a f. horologij verticalis, tam horizonti quàm Meridiano perpendiculariter incidens. Octaua Regula. Ad rectificandas murales planities ad horizontem perpendiculares fabricãdus est Canon æqualis latitudinis & perpendicularem filum secundùm longitudinem suscipiens: hic enim parieti applicatus, filo iam medium canonem peruerberante, arguet emendatam fabricę perpendicularitatem. Sed hęc adeo nota sunt, vt pudeat me ipsorum traditionis. Hoc pacto constituentur horologiorum, horizontalis, Meridiani ac Verticalis plana. Veniamus nunc ad reliqua.

Quadrantis fabrica & vsus. Cap. 8.

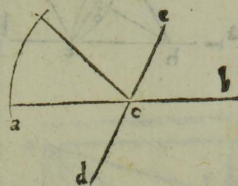
MVLTIS atque ingeniosis instrumentis vtuntur Astronomi: quorum præcipuum factuque facillimum satis erit huic gnomonicæ scientiæ, instrumentum illud Quadrans est, nulli vel mediocriter erudito incognitum. Constat enim ex quadrante circuli:

videlicet a b c. sub semidiametris a b. a c. rectum complexis angulum, & quarta totius ambitus parte b c. contento. vni laterum a c. adiacent pinnæ foramina bina continentes d e. in ipsa lateris linea, vel ad eius æquidistantiam posita. A centro autẽ a. perpẽdiculum demittitur a f. Periferia autem b f c. secanda est in 90. partes æquales, qui gradus debentur, more vulgato. hæc est instrumenti fabrica. Vsus autem eius præcipuus est ad coaptandas astrorum altitudines: præcipuè autem Solis. constituto enim instrumenti plano in cultrum super horizontem, atque ita aptato, vt Solaris radius per foramina parua d e. admittatur; interim perpendiculo a f. liberè pendente atque instrumẽti superficiem corradente, periferia inter a b. latus & perpẽdiculi filum erit altitudo Solis: hoc est arcus b f. quotquot extiterit graduum. Nec multo difficilius deprehendes altitudinem Meridianam. Obseruabis enim illud instans, in quo gnomon super horizontem rectus, ex præcedentis capitis doctrina, proiiciet vmbram in ipsam meridianam lineam: Instat enim tunc Meridies: & omnis vmbra, quam tunc cuiuslibet perpendiculi filum proijcit, meridiana linea est: vnde si in ea vmbra statim duo puncta signata per rectam copulantur, copulata iam noua linea meridiana est. Et altitudo Solis in dicto instanti supra dicto modo captata, dicetur altitudo meridiana. Est enim Solis in mer^{no} cõstituti altitudo & eius diei altitudinũ maxima. Ve. ũ omniũ altitudinum maxima accidit astro in horizontis vertice locato: quo in loco meridianus se cum verticali circulo vicissim dispescunt: quæ quidem altitudo suscipit totam quadrantis periferiam filo videlicèt perpendiculi foraminatum latus aduerberante. Porrò ex obseruatione meridianarum altitudinum elicitur zodiaci obliquitas, siue tropicorum distantia. Capiantur enim duæ meridianæ altitudines ad duo solstitia spectantes, in duobus scilicet solstitialibus diebus, æstiuo scilicet atq; hyberno assumptæ: Nam dempta minori de maiore, supererit dicta obliquitas: cuius dimidium erit maxima Solis declinatio, Sed huiusmodi obseruatio, si fiat in locis intra tropicos positis, tunc altitudinũ solstitialium meridianarum complementa coniuncta dictam conflabunt obliquitatem. Hinc loci latitudo facillimè notescet. Sic coniũge duas meridianas solstitiorum altitudines: & aggregati dimidiũ cape. Illud namque est altitudo æquatoris tui loci, hoc est, altitudo meridiana Solis in æquinoctiali constituti: Qua de circuli quadrante submota, relinquetur eiusdem loci latitudo: hoc est, poli altitudo, seu verticis ab æquinoctiali remotio. Quæ obseruatio cum fit intra tropicos, tunc altitudinum solstitialium complementa sunt consyderáda: quæ si æqualia sint, certum est locum sub æquinoctiali situm esse latitudinis expertem: si verò inæqualia, excessus tunc dimidium erit ipsa



regionis

regionis latitudo versus eam partem computanda, quorsum maior solstitialis altitudo fuerat, obseruatam. Hoc pacto & astrorum per instrumẽti foramina perspectorum, ac Lunæ altitudines mensurabuntur. Neque in Sole & planetis diuersitatem ingeret centrorum instrumenti & mundi distãtia. Ex altitudine demum æquinoctialis tui loci, quæ est latitudinis siue altitudinis poli complementum, collocare poteris æquinoctialis horologij planum, ad situm suæ inclinationis, hoc pacto, in plano mei horizontis describã lineam meridianam a b. ex doctrina præcedentis: quam orthogonaliter in puncto c. secet linea d e. Mox in planitie meridiani, super lineam a b. perpendiculariter ad horizontem constructa, super puncto c. lineabo circulum a f. ponamque periferiam a f. tot graduum, quot habet altitudo æquinoctialis: & ducam rectam f c. Tunc enim planum, in quo iacent duæ rectæ d c e. c f. ad æquidistantiam æquinoctialis situm erit in horizonte meo. In quo plano linea c f. meridiana erit: & linea d c e. sextæ horæ antemeridianæ & postmeridianæ. Gnomon autem ab ipso puncto c. perpendiculariter ad horologij planum excitabitur, qui gnomon hic erit portio axis mundi. Itaq; ex præcedenti capite & præsenti habemus situm quadruplicis horologij, scilicet Aequinoctialis, Horizontalis, Mer^{ni} ac Verticalis. De quibus protinus est nobis singillatim tractandum.

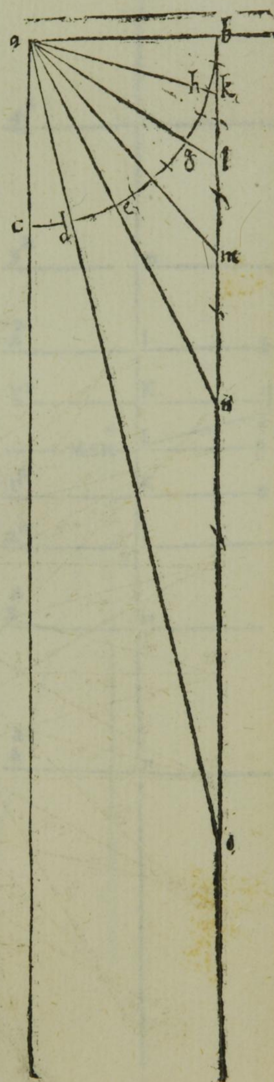


Horologij Æquinoctialis descriptio. Cap. 9.

ITAQVE planum horologij æquinoctialis habitantibus sub æquinoctiali fungitur vice horologij verticalis: quoniam æquator ibi est circulus verticalis. In regione autem sub vtrolibet polo sita est pro horologio horizontali: quandoquidem ibi æquator est ipse horizon. Et vtrobique secanda est periferia circuli in tali plano descripti in 24^{or} partes æquales per XII. lineas sese in centro secantes: stylus autem per centrum vtrinque prominens plano perpendicularis & perinde pars mundani axis proijciet semper vmbram horarum indicem, siue à meridie siue ab ortu vel occasu exorsas: quoniam rectus horizon per polos incedens, est de numero circulorum horas à meridiano inceptas distinguentium, vt in secundo cap. diximus. In obliquis autem horizontibus, planum æquinoctialis cum neque in horizonte, neque in verticali circulo iaceat, neutrius horum horologiorum officio fungi potest: sed inclinandum est ad situm æquinoctialis in proposito horizonte. Exempli gratia, in hoc horizonte Messanæ, cuius latitudo est graduum 38. aut paulò maior, describam in plano horizontis lineam

meridianam a b. per ante præmissum caput: super quam in plano meridiani deducam lineam f c. quantumlibet, posito angulo f c a. graduum 52. quod est complementum latitudinis loci. Mox secabo per æqualia ipsam f c. in puncto g. cui perpendicularē excitabo g h. lineā occurrentē meridianę apud h. & ipsi g h. in rectum & æqualis adducatur g k. compleaturq; parallelogrammum f h c k. Eritq; hk. portio axis mundi styli fungens officio ab vtraque horologij facie: linea autem f c. erit lineæ mer^na in eadem facie: & angulus k h c. latitudo loci: quantus etiam est angulus k h f. & duo singuli apud k. Vnde parall^mū f h c k. in horizonte lat^nis 45. graduum erit quadratum: Cum alt^do ibi ęquatoris sit par latitudini loci. Deinde, vt deducam lineas horarias in hoc plano horologij æquinoctialis, exponam f g c. rectam in plano, & ad spacium diameter f c. super cētro g. describam circulum f c. cuius periferiam secabo in 24. arcus æquales: & per puncta diuisionum ac centrum g. ducam lineas XII. extraquātumlibet ꝓductas. tales em̄ erūt lineę horariæ horarū à Meridiano incęptarū indices; quę sub polo in horologio horizontali & sub ęquatore ꝓ horologio v̄ticali seruiunt: & ī horizōte obliquo pro horologio æquinoctiali, dū planū eius

eius inclinetur ad situm æquinoctialis, in ipso horizonte. Ipsa enim fc. erit linea meridiana: g l. autem linea horæ primæ post meridiem & deinceps reliquæ per ordinem. Nunc pro horizonte obliquo describam lineas horarum ab ortu vel occasu numeratarum, sic per puncta f c. ducam lineam ipsi f c. perpendicularem, & ideo contingentem ad periferiam: quæ sit m n. quæ erit linea horizontalis horã secet 24ª ab ortu vel occasu determinans. Similiter per punctum c. ducam aliam tangentem o p. quæ erit linea horæ 12ª ab ortu vel occasu, æquidistans ipsi m n. & etiam ipsi g q. sextæ à meridie. Non aliter per reliqua 22. puncta diuisionum in periferia ducam alias totidẽ tangentes: quæ distinguent cæteras horas ab ortu vel occasu exorsas: quæ cum lineis secantibus facient alternos & cancellatos per ambitum concursus; quemadmodum in 6° cap. ostensum est. Stylus autem g k. in planum circuli perpendicularis erit horarum index: nam tota eius vmbra feretur per spacia singula secantium linearum, & cooperiet ipsas singulas lineas, cum talis stylus sit axis mundi & communis sectio circulorum per polos lineas ipsas proiicientium. Quo ad lineas verò tangentes, consyderãda est vmbrę solũ extremitas: cum solus styli vertex sit in centro circulorum tangẽtium ipsasq; lineas facientium: Quamcunque enim ex lineis tangentibus extremitas vmbræ tetigerit, aut quarũ intercapedinem tangẽtium mediauerit, earum hora ab ortu vel occasu numerata instabit. Quin etiam stylus g k. vtrinque (vt dictum est) æqualibus spacijs est producendus collocato enim horologio, vt dictum est, ad æquinoctialis æquidistantiam cum sol ab æquatore ad extantis poli partes declinauerit, irradiabit superiorem horologij faciem: ad oppositas verò, inferiorem. Quamobrem vtraque horologij facies, vt iam docuimus, delineata, & stylo vtrinque prominenti insignita, horarum indicium fidelissime præstabit mutato tamen horarum numero, vt 12ª fiat 24ª. & 11ª fiat 13ª. & 10ª fiat 22ª semper adiecto duo denario. Re vera hoc erat horologiorum præcipuum, quandoquidem in præcipui circuli planitie describitur, & pro situ æquatoris adlocatum ad quamuis latitudinem accommodatur. Et notandum quòd in hoc horologio possent super centro g. describi circuli concentrici .s. circulo f c. transeuntes per puncta cancellatarum sectionum, hoc est per angulos quadrilaterorum, in quorum periferijs semper desinit vmbra styli in terminis perfectarum siue dimidiatarum horarum quos circulos facit planum horologij secans conos parallelorum à Sole tunc descriptorum. Et sicut in horologio linez horariæ tangentes tangunt circulum in punctis, in quibus eundem secatur lineæ secantes. Ita in aliorum horologiorum planis, lineæ

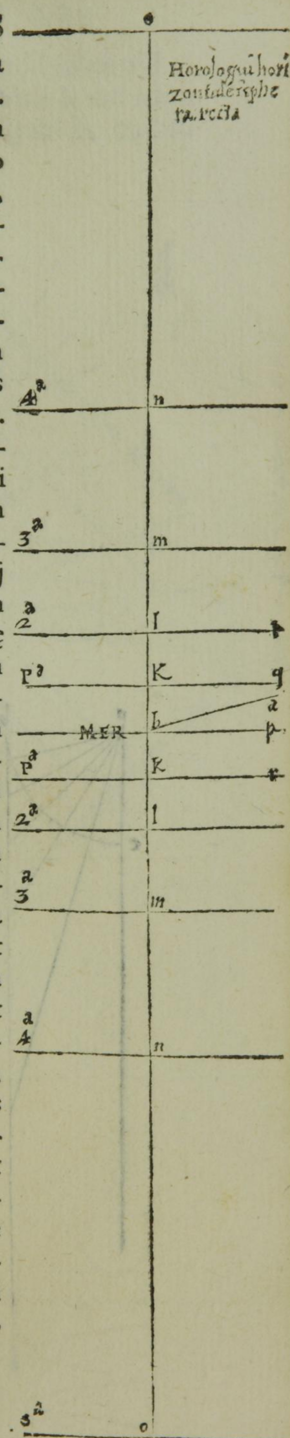


tangentes tangunt alterius speciei curuas periferias, vbi easdem secant lineæ insecantes: Quemadmodum in sphæra circuli horarij tangentes tangunt parallelos, quos tãgit horizon in pũctis, in qbus eosdẽ secãt circuli horarij secãtes & vmbrarum termini ferũtur ĩ vno die per certas curuas: vt in 3° cap. prædiximus: & in secũdo libello latius explicabimus. Item notandum, quòd in huius æquinoctialis horologij & in aliorum descriptione, omnes lineas horarias tam secantes, quàm tangentes deduximus: Sic enim apertius intelligitur ipsarum dispositio & theoria, & facilius ad praxim lineationis accommodatur. Potest tamen, si cui libuerit, lineas aliquas dimittere, vt .s. vel solas secantes, vel solas tangentes, iuxta regionis vsum, describat. Nam Germani horarum exordium capiunt à meridiano. Itali & Siculi ab occasu. Babylonij ab ortu. Item nec integræ lineæ describi solent, nisi eæ tantùm, in quas vmbra styli pertingere potest. Quãobrẽ in hoc horologio æquinoctiali, atq; in horologijs meridianis, & verticalibus: quicquid linearum horariarum cadit super lineam horizontalem, hoc est horæ 24æ ab ortu vel occasu, in quam Sol oriens vel occidens vmbram styli iacit, omittitur, siue omitti solet in describendo: quoniam super eam lineam nunquàm proijcitur vmbra indicis: cùm Sol interdiu semper sit altior horizõte, & perinde vmbra inferior horizontali linea. Item in horologio horizontali sphæræ rectæ omnes lineæ describendæ sunt, cum Sol ibi quadruplicem vmbram iaculetur, orientalis quidem ad occasum. Occiduus ad ortum; Septentrionalis ad austram, & australis ad Septentrionem. pro horizontibus verò obliquis omittuntur lineæ, quæ ab ortu, vel quæ ab occasu exordium sumũt, iuxta vsum loci: Tamen melius est vtrasque admittere, cùm quæ vni computo non seruiant, ad reliquum vsui ueniant.

Horologij horizontalis recti, & horologij meridiani descriptio. Cap. 10.

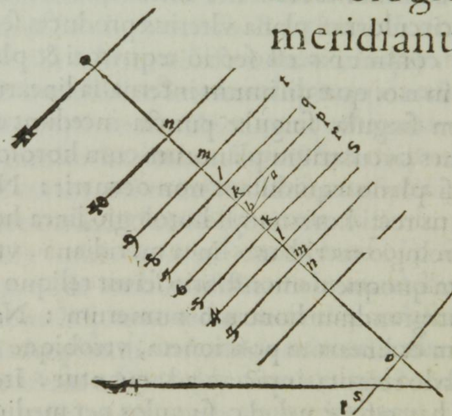
QVONIAM ex prima regula sexti capitis, horariæ lineæ in horizontali horologio sphæræ rectæ, & in omni horologio meridiano sunt paralleli; iam in talium horologiorum descriptione prænoscenda est ipsarum linearum singularum intercapedo. Capiatur ad libitũ styli magnitudo, quæ sit a b. Et circulus quadrans a b c. sub duabus semidiametris a b. a c. & periferia b c. contentus constituatur. Secetur autem b c. periferia in sex æquos arcus c d. d e. e f. f g. g h. h b. & b k. recta periferiam in puncto b. tangens, & perinde ipsi a b. perpendicularis ipsique a c. æquidistans in indefinitum

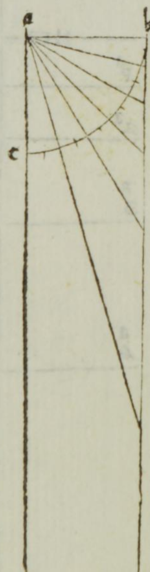
finitũ producatur. Deinde à centro a. per ſingula d e f g h. puncta rectæ agantur, quæ concurrãt cum ipſa b k. apud totidem puncta. k l m n o. eruntque interualla deſcribendarum linearum tam in horologio horizontali ſphæræ rectæ, quàm in omni horologio meridiano, ipſa b k. k l. l m. m n. n o. Nam reliquum eſt infinitum, & ſpacia horaria per reliquos æquatoris quadrantes his adæquantur, in planum horologij proiecta correlatiua correlatiuis comparando. Demonſtratio plana eſt. Poſito enim a b c. vno ex quadrantibus æquatoris, qui ad planum horologij, de quo agimus, orthogonalis eſt, ita vt a b. ſtylus ipſi plano perpendiculariter inſtet; iam horarij circuli per polos æquatorem per æquos horarios arcus partientes facient cum eo communes ſectiones lineas ipſas a b. a g. a f. a e. a d. a c. Et eadem circulorum plana vlterius producta ſecabunt lineam b o. (quæ communis eſt ſectio æquatori & plani horologij) in punctis k l m n o. quæ dirimunt interualla linearum horariarum, & per eadem ſingula ſingulæ puncta incedunt exiſtentes communes ſectiones circularium planorum cum horologij plano. Nam a c. linea ipſi plano æquidiſtans non occurrit: Non enim apparet in horizontis recti horizontali horologio linea horę ſextæ à mer. neque in horologio meridiano linea meridiana, vt in 5° cap. dictum eſt. Eadem quoque demonſtratio ſeruit reliquo æquatoris quadranti, ad integrandum horarum numerum: Nam propter ſimilem planorum & linearum poſitionem, vtrobique bina interualla æqualiter à ſtylo remota inuicem adæquantur. Item potes, ſi lubet, arcus b h. h g. g f. f e. e d. d c. ſingulos per medium partiri: & per puncta diuiſionum à centro a. rurſus lineas cum linea b o. concurrentes protrahere, pro uſu dimidiatarum horarum. vbi opus fiunt. Exponatur itaque in plano horologij linea recta b p. quæ in horologio horizontali ſphæræ rectæ repræſentet lineam meridianam, per doctrinam 7. capitis deſcriptam: quam orthogonaliter ſecet linea vtrinque producta b o. quæ ibidem erit communis ſectio æquinoctialis cum plano horologij. in qua capiantur vtrinque ſpacia ipſis b k. k l. l m. m n. n o. æqualia ijſdemq; literis inſignita: Punctoque b. inſiſtat a b. ſtylus antea determinatus & factum erit horologium recti horizontis: Nam linea q k. orientalis à linea meridiana b p. erit linea horæ primæ poſt meridiem, & cæteræ cæterarum per ordinem. Itẽ linea k r. occidẽtalis à meridiana b q. erit horæ 23. à meridie ſiue primæ ante meridiẽ, & reliquæ reliquarum ſucceſſiuè. Pro horologio autem Meridiani cuiuslibet nihil omnino immutabitur niſi ſitus plani: & in ipſo meridiani plano ita collocanda deſcriptio, vt linea b o. communis ibi æqua-



toris & meridiani sectio tantum eleuetur, vt cum meridiana horizontalis plani linea angulum faciat æqualem inclinationi æquatoris super horizontem: & stylus a b. ad ipsum meridiani horologij planum perpendicularis, & linearum nomen & officium mutetur. Nam in facie horologij ad ortum vergente linea b p. erit sextæ horæ antemeridianę, linea k r. quintæ: linea l s. quartæ, & consequenter cæteræ cæterarum: Nam meridiana non apparet. linea quoque q k. horæ septimæ antemer. linea l t. octauæ & reliquæ reliquarum, quovsque protenditur arcus semidiurnus regionis. In facie autem ad occasum versa: Idem numerus in singulis lineis; verũ postmeridianus repetetur. Meridiana itaque in horizonte obliquo posita linea x u. ipsi apud u. concurrat linea b o. faciens angulum b u x. æqualẽ altitudini æquatoris. Vnde pro loco habẽte verticem sub polo, horologium hoc ita locandum erit, vt horariæ lineæ perpendiculariter istent plano horizontis. & Murale seu verticale horologium ibi appellandum: quandoquidem locus ille meriano caret. Neque refert super quo horizontis diametro erigendum ibi sit verticale horologium, cum ad libitũ à quouis horario seu verticali circulo exordiũ horarũ sumi possit, & hoc idem de horizontali eiusdem loci horologio dicendum. Nunc describemus lineas horarias ab ortu vel occasu: adhibe huc ingenium perspicacissime lector. In proposito Meridiani horologij plano in primis a b c. recta æquidistans horizonti erit linea horæ 24. cum qua linea d b e. faciat angulum d b a. æqualem inclinationi æquatoris super horizontem, hoc est graduum 52. quod est cõplementum propositæ latitudinis. Eritq; d b e. communis sectio æquinoctialis cum plano meridiani horol. & perinde æquinoctialis linea dicta. Deinde recta f b c. faciat angulum g b c. æqualem latitudini propositę, scilicet 38. graduum. Eritq; f b g. perpendicularis ipsi d b e. & æquidistans axi mũdi, & linea horæ sextę seu 18æ à meridie. cum sit cõmunis sectio circuli præfatæ horæ cũ plano horologij, & per doctrinam dudum traditam,

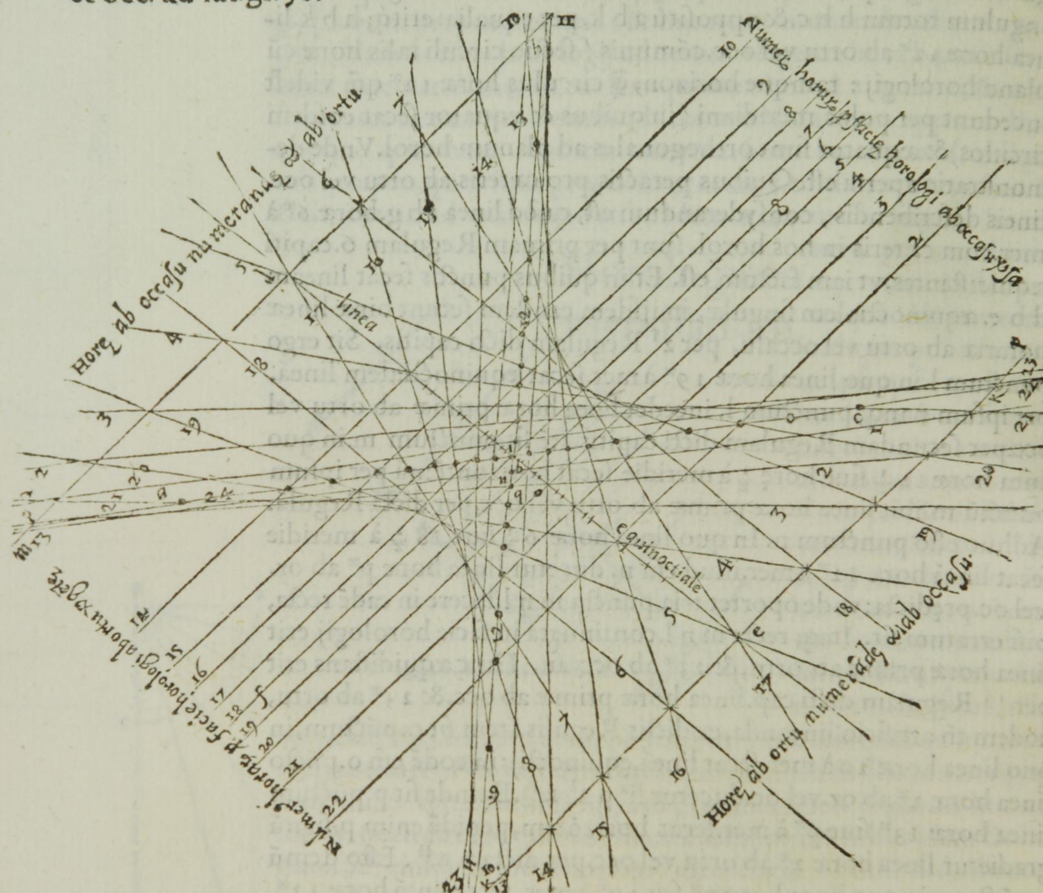
Horologium meridianum.





traditam, lineabo cæteras horarias à meridie lineas ipsi f b g. æquidistantes: & ad ipsam d b e. perpendiculares. Itẽ recta h b k. faciat angulum h b g. æquũ latitudini propositæ. Sic enim linea g b f. secabit angulum totum h b c. & oppositũ a b k. per ęqualia: eritq; h b k. linea horæ 12ᵃᵉ ab ortu vel occ. cõmunis. s. sectio circuli talis horæ cũ plano horologij: tamque horizon, q̃ circulus horæ 12ᵃᵉ qm̃ videlicet incedunt per polos meridiani (in quibus & æquator secat eosdem circulos) & æquator sunt orthogonales ad planum horol. Vnde demonstratio aperta est. Quibus peractis, pro cæteris ab ortu vel occ. lineis describendis, consyderandum est, quòd linea f b g. horæ 6ᵃᵉ à mer. cum cæteris in hos horol. sunt per primam Regulam 6. capiti æquidistantes, vt iam factum est. Et in quibus punctis secãt lineam d b e. æquinoctialem singulæ, in ijsdem eandem secant binæ lineæ horariæ ab ortu vel occasu, per 2ᵃ Regulam dicti capitis. Sit ergo punctum l. in quo linea horæ 19ᵃᵉ à mer. secat æquinoctialem lineã. per ipsum nanq; punctum l. incedet linea horæ primæ ab ortu vel occ. per secundam Regulam dicti capitis. Itẽ sit punctum m. in quo linea horæ 11 $\frac{1}{2}$ siue horę $\frac{1}{2}$ à meridie secat horizontẽ: nã per ipsum punctũ m. ibit linea horæ primæ ab ortu vel occ. per dictã Regulã. Adhuc esto punctum n. In quo linea horæ 6 $\frac{1}{2}$ siue 18 $\frac{1}{2}$ à meridie secat lineã horæ 12ᵃᵉ à mer. illud em̃ n. ducetur linea horæ pᵃᵉ ab or. vel oc. prędicta: vnde oportet tria puncta m n l. iacere in eadẽ recta, nisi erratum sit. Itaq; recta m n l. continuata in facie horologij erit linea horæ primæ ab ortu, & 23ᵃᵉ ab occasu. Huic æquidistans erit per 3ᵃ Regulam dicti cap. linea horæ primæ ab occ. & 23ᵃᵉ ab ortu, eodem tñ artificio lineanda, ex dictis Regulis. Item sit o. pũctum, in quo linea horæ 20 à mer. secat lineã ęquinoctij: in eodẽ em̃ o. pũcto linea horæ 2ᵃᵉ ab or. vel oc. ducetur liᵃ p 2ᵃ ℞ˡⁱ. Deinde sit p. pũctum linea horæ 13ᵃᵉ siue pᵃᵉ à mer. secat horizõtem, per idẽ enim p. signũ gradietur linea horæ 2ᵃᵉ ab ortu vel occ. per dictam ℞ˡⁱ. Esto demũ q. pũctum, in quo linea horæ 7ᵃᵉ seu 19ᵃᵉ à mer. secat lineã horæ 12ᵃᵉ ab ort. vel oc. per illud enim describetur linea horæ 2ᵃᵉ ab or. vel oc. prædicta: Vna ergo recta suscipiet tria puncta p q o. secus error fuit in lineando. Quamobrem recta p q o. In horologij plano, quantum satis est, producta erit linea horæ 2ᵃᵉ ab ort. siue 22ᵃᵉ ab occasu. Cui parallelus erit per dictam 3ᵃ ℞ˡⁱ linea horæ 2ᵃᵉ ab occasu, & 22ᵃᵉ ab ortu, eadem tamẽ arte, per tria pũcta, deducenda. puncta, inquam, in tribus lineis, æquinoctiali, horizontali, & horæ 12ᵃᵉ per lineas horarum à meridiano computatarum æquidistantes determinata. Similiter & cæteræ lineæ horariæ ab ortu vel occasu per tria pũcta in tribus prædictis lineis per Regulas sexti cap. recepta delineabuntur,

Horologiū meridianū cum horis à mer. ab ortu & occ. ad lat. gr. 38.



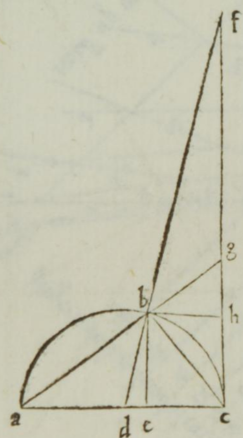
tur. Vides ergo cancellatam linearum vtriusque ordinis sectiones. Nam non solum super dictis æquatoris punctis, singulæ semper lineæ horariæ æquidistantes, sed vbique binarum tangentium horariarum linearum sectiones incedunt, quarum lineas horæ 18ª seu sextæ à meridie cum linea æquinoctiali Rhomborum à coalternis tangentibus factorum, diametros faciunt, & aliorum trapeziorum, sicut & cæteræ æquidistantes. Potes tamen quidquid linearum cadit supra lineam horizontalem a b c. omittere: Potes solas meridianas, aut occasuales lineas, iuxta regionis vsum, admittere. Item sicut linea æquinoctialis à plano æquatoris facta, incedit per angulos trape-

trapeziorum, ita & per angulos reliquarum trapeziorum hinc & inde ab æquatore feruntur quædam curuæ periferiæ, quæ hyperbolæ vocantur, factæ à conicis ſuperficiebus parallelorum continentium arcus diurnos ac nocturnos perfectarum præcisè horarum: & vmbra ſtyli ſemper per vnum diem deſinit in periferiam factam à conica ſuperficie paralleli à Sole per illum diem deſcripti, ſicut & paralleli in ſphæræ ſuperficie per cancellatas ſectiones horariorum circulorum incedunt. Præterea ex his 24. lineis horarum ab ortu & occaſu exorſarum terminatricibus, vndecim tangunt extremam dictarum hyperbolarum ab vna parte lineæ æquinoctialis, & vndecim alteram extremam ab alia parte, in punctis in quibus lineæ horariæ æquidiſtantes ſecant eaſdem, ſicut circuli horarij tangentes tangunt in ſuperficie ſphæræ parallelos extremos, à quorum ſuperficiebus conicis fiunt in plano horologij duæ dictæ extremæ hyperbolæ, quæ contrapoſitæ dicuntur: & quarum axis eſt linea f b g. centrumque b. tangunt, inquam, in punctis, in quibus circuli horarij per polos ſecant eoſdem. Nam reliquæ duæ lineæ horariæ ad complementum 24. quæ ſunt linea horizontalis a b c. & linea horæ 12.æ h b k. ſunt lineæ. Non coincidentes dictarum contrapoſitarum appellatæ: quæ in infinitum productæ ipſarum contrapoſitarum periferijs ſemper magis ac magis approximantes nũquàm concurrunt. Sed hęc latius explanabũtur in ſecundo libello. Scio tamen hæc à ſpeculatiuis ingenijs dicto citius intelligi quàmuis rariſſimi ſint, qui Apollonij conica hodie percalleant. Cum vix in celeberrimis, nedum mediocribus gymnaſijs Apollonij nomen audiatur. Demum non eſt omittendum, quòd harum linearum æquidiſtantium horas à meridie terminantium intercapedines, & perinde linearum occaſualium ſpacia creſcunt & decreſcunt pro magnitudine aſſumpti ſtyli. Vnde maiorem ſtylum, maiora ſequentur interualla. Et locus capacior poterit horarum dimidia, aut etiam quadrantes & minora ſegmenta ſuſcipere. Anguli tamen, quos lineæ horariæ inter ſe faciunt inuariati permanent, non mutata loci latitudine. Sicut & horarij circuli eaſdem ſemper ſeruant in vno loco angulos, ſitumque.

Deſcriptio linearum horariarum à meridie, in horizonte obliquo, ſuoq́ verticali. Cap. II.

NVNC pro horologio horizontali & verticali horizontis obliqui laborandum eſt. Similis enim ferè modus vtrique inſeruit. Et præambula in primis neceſſaria abſoluamus. Aut igitur loci pro-

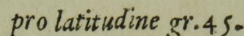
propositi latitudo minor est dimidio anguli recti, hoc est 45.gradibus: aut precise graduum 45.aut maior. Si minor, tunc describam semicirculum a b c. super centro d.diametroque a c. & faciam angulum b a c.æqualem latitudini loci: in triangulo a b c.vnde angulus b c a. erit eius complementum, hoc est altitudo æquinoctialis: Oportebit autem facere arcum b c.duplum latitudinis loci: & perinde arcum a b. eius complementum ad semicirculum, duplum altitudinis æquinoctialis.Itaque cum meus horizon Messanę habeat latitudinem grad. 38. fiet arcus b c.grad.76. & arcus a b.grad.104. perpendicularis ergo à puncto b. ad basim a c. cadet intra puncta d c. quæ sit b e. Deinde excitetur ipsi a c. perpendiculari c f. cui occurrant in rectum productæ a b.quidem ad punctum g.atq; d b. ad punctum f.& ducatur ipsi c f. perpendicularis b h. Ex hac enim descriptione sequitur omne lineationis artificium cum theoria. Intelligatur enim planum a c f. ita situm in meridiano loci propositi ut a c. sit linea meridiana in plano horizontis, hoc est, communis sectio meridiani cum horizonte: linea autem c f.sit linea meridiana in plano circuli verticalis, communis scilicet sectio Meridiani & verticalis circulorum. Quibus suppositis, erit iam recta a b g.axis mundi: recta b c.communis sectio æquatoris & Meridiani.Quare si in horizontis plano ponatur stylus b e. in plano autem verticalis stylus b h. vterque iam suo plano perpendicularis, vmbra æquinoctialis styli vtriusque desinet in punctum c. Itaque per punctum c. transibit æquinoctialis linea tam in horizontis quàm in verticalis circuli plano, communis siquidem sectio ipsorum planorum. Nec prohibeor, si lubet, planum vtrumq; vltra producere ad capiendas, quantum hybernæ & æstiuæ vmbræ protenduntur, horarias lineas. Quod si nollem producere plana, tunc æstiuæ vmbræ caderent in planum horizontalis horologij, hybernæ verò in planum verticalis: & vterlibet stylorum b e.b h.satis esset vtrique horologio: quandoquidem communem verticem b.habentes communem quoque vmbrarum extremitatem horarum indicem sortiuntur.Porrò linea d b f. erit communis sectio circuli horæ duodecimæ ab ortu vel occasu cum meridiano: quandoquidem in hoc horizonte altitudo talis circuli habeat duplum altitudinis poli, scilicet arcum b c.cum tangat parallelum maximum integre extantium in illo puncto, in quo meridianus secat eundem. Igitur in plano horizontis linea horæ 12[x] ab ortu vel occasu incedet per punctum d. In plano autē verticalis horizontis, talis linea ibit per punctum f. secans scilicet Meridianam a c.& c f. vtrobique ad rectos angulos. sicut ipse circulus 12[x] horæ secat meridianum ad rectos. nec non & horizon & verti-

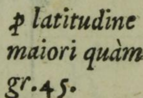


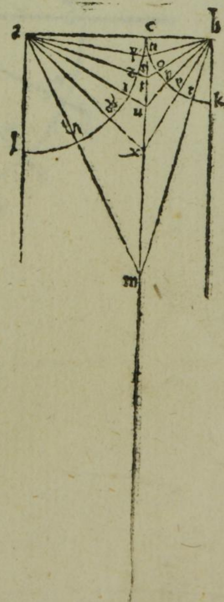
℘ lat^ne minori q̃ 45.gr.

verticalis. & ipſa linea horæ 12^{æ} ſit axis propterea Meridiani, & communis ſectio circuli horę 12^{æ} horizontis & verticalis ad rectos ſecantium meridianum. Punctum autem a. vbi axis mundi incidit horizonti, eſt illud, in quo lineæ horarum à meridie ſe inuicem interſecant in horologio horizontali. Punctum quoque g. in quo axis incidit verticali plano, erit illud, in quo lineæ horariæ à meridie ſe viciſſim ſecant in horologio verticali. Quod ſi latitudo regionis ſit dimidium recti anguli, tunc in triangulo a b c. anguli b a c. b c a. hoc eſt latitudo loci & altitudo æquinoctialis erunt æquales: & triangulum a b c. iſoſceles: tanta enim eſt ibi latitudo, loci, quanta æquatoris altitudo. Vnde ſemidiameter b d. perpendicularis ad a c. erit ibi ſtylus: & in horizonte linea horæ 12^{æ} prædictæ ibit per punctum d. pedem ſcilicet ſtyli: ſed in verticali plano nuſquam comparebit: quandoquidem ipſum verticalis horologij planum ipſum circuli horæ 12^{æ} plano æquidiſtat: ſicut linea b d. æquidiſtat lineæ c g. Cætera autem vt in priori figuratione conſyderanda ſunt. Demum ſi latitudo regionis excedat dimidium recti anguli, tunc quoniam altitudo æquatoris minor eſt latitudine loci; Iam ideo angulus b a c. maior erit angulo b c a. & ob id perpendicularis b e. cadet intra puncta a d. & recta b d. continuata occurret ipſi g c. deorſum productæ. Cætera omnia vt in prima deſcriptione conſyderantur. Item in hoc differunt tres deſcriptiones: quòd in prima, ſtylus b e. excedit vmbram rectam e c. Stylus verò b h. ſuperatur ab vmbra verſa h c. in æquinoctio ſcilicet. In tertia verò figuratione huius contrarium fit: quandoquidem vterque ſtylus æqualis eſt vmbræ à reliquo proiectæ. In ſecunda verò figura, & ſtyli & vmbræ in æquinoctio ſunt æquales, perfectum ſcilicet complexæ quadratum. Vnde & in tali horizonte, horizontale & verticale horologium eãdem penitus linearum horariarum in vtroque ordine ſuſcipiet diſpoſitionem propter eandem æquatoris & axis ad vtrunque planum inclinationem. Sed redeo ad primam deſcriptionem factam pro lat^{ne} minore quàm gr. 45. Ponamq́; in rectum ipſas b c. c a. lineas, quæ iam ſunt in proportione diametrorum aut ſemidiametrorum horizontis & paralleli maximi integrè apparentiũ in meo horizonte: & ſuper punctis a b. ſecũdùm quantitatem ipſarum a c. c b. duos circulorum quadrantes deſcribam ſcilicet b k c. a c l. ſeſe tangentes in puncto c. à quo perpẽdicularem ipſi a b. & perinde vtranque periferiam tangentem in eodem pũcto excitabo c m. indefinitam. deinde ſecabo quadrantem periferiæ minoris k c. in ſenos arcus inuicẽ ęquales in pũctis n o p q r. quę pũcta cõiungam cũ centro b. actis totidẽ rectis productisq́; ad occurſum

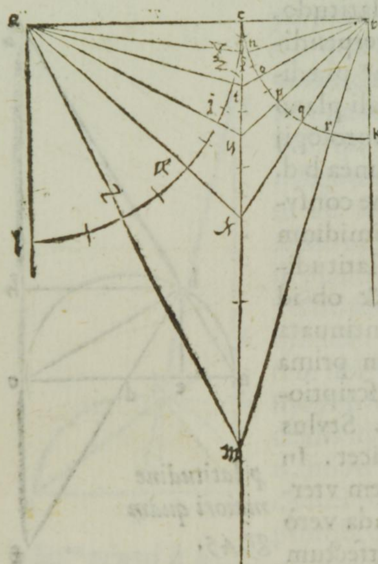
lineæ


pro latitudine gr.45.


p latitudine maiori quàm gr.45.



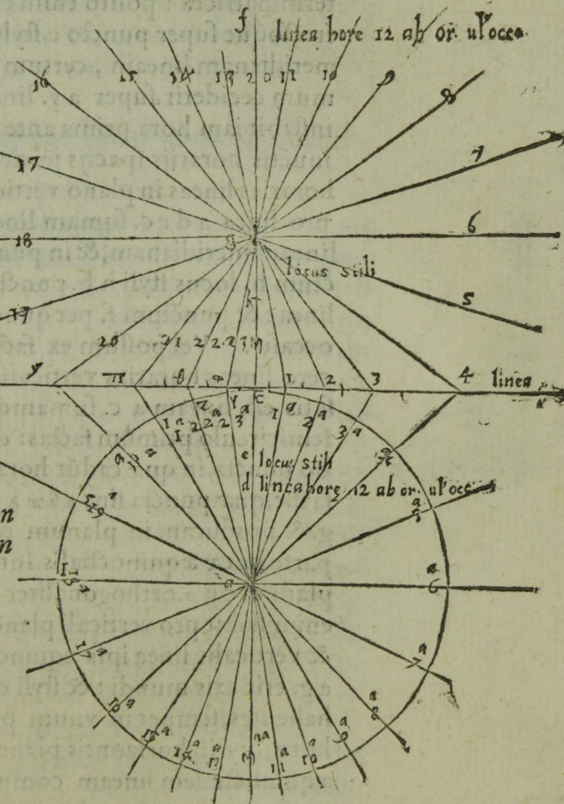
lineæ c m.apud puncta totidem s t u x m. quæ puncta connectam cum centro a. periferiæ maioris, deductis totidem lineis quadrantemque secantibus in punctis y z i æ Z l. Erunt enim arcus c y. y z. z i. i æ. æ Z. Z l. horaria spacia in quadrante mei horizontis inter æquatorem & Meridianum quolibet: eandem enim diuisionem sortiuntur singuli quadrantes horizontis meridiano & æquatori interiacentes. & angustiora interualla sunt, quæ meridiano viciniora. Cuius operationis demonstratio haud obscura est: Nam circuli horarij per polos, sicut æquatorem, ita omnem eius parallelum & ideo maximum integre apparentium in m e. horizonte partiuntur per æquos arcus: horizontem verò qui obliquus est ad æquatorem, per arcus inæquales. Cum igitur a c. c b. sint semidiametri horizontis & dicti paralleli, hoc est proportionales illis, idem dicendum est de horꝝ a c l. b c k. quadrãtum sectione, quod de dictis in sphæra circulis. Qui cum se cõtingant vbi secat eos meridianus, & circuli in sphęra, vt ostendit Theodosius in principio secundi, sese contingere dicuntur, quorum communis sectio est vtrunque contingens. Iam in hac figuratione c m. linea fungetur vice dictę communis sectionis. Semidiametri quidem prædicti paralleli, quæ sunt cõmunes sectiones circulorum horariorum cum ipso parallelo, secant (vt dixi) paralleli periferiam per æquos arcus & productæ perueniunt ad dictam communem planorum circularium sectionem, quæ vtrunq; circulum in sphæra contingit, & cuius vice fungitur hic recta c m. perueniũt inquam, ad puncta s t u x m. ad quæ puncta perueniunt etiam communes sectiones circulorum horarioꝝ cum horizonte: quas communes sectiones hic repræsentant lineæ a s. a t. a u. a x. a m. & perinde ipsæ secant quadrantẽ l c. sicut in sphæra secatur horizon per dictorum circulorum plana. Quod si per recta b c assumpsissem rectam a b. & descripsissem super a b. quadrantẽ: tunc in quadrante a c l. habuissem interualla linearum horariarum à meridie, in verticali mei horizontis: Dum enim capio verticalem pro horizonte posito a c. diameter verticalis fiet a b. diameter paralleli, quem tangit ipse verticalis, & qui maximus esset integre apparentium super ipsum verticalem quasi horizontem. Cum verticalis pro horizonte sumpti, latitudo sit complementum latitudinis mei horizontis. Vnde semper in duobus horizontibus, quarum vnius latitudo est complementum alterius, interualla horaria in vtrolibet eorum, sunt eadem, quæ in verticali alterius. Et ob id



in

in regione 45. gr. latitudinis, interualla horaria horizontis eadem sunt, quæ & verticalis. Item dimidiabo arcus c n. n o. o p. p q. q r. r k. in signatis punctis, & per ipsa protraham diametros circuli c k. ad lineam c m. & ab incidentijs, vbi signata sunt puncta, productis lineis ad centrum a. Inueniam in periferia l c. spacia dimidiatarum horarum pro horizonte, & similiter, vt dictum est pro verticali: Nã talia spacia erunt quandoque vsui. Item illud attende, quòd hæc omnia per maiores circulos certius & distinctius inueniuntur. Maiora enim instrumenta maioribus spacijs certiorem sensum faciũt.

His peractis, parata est via describẽdi lineas horarias à meridie tã in plano horizõtis, quàm v̾ticalis horologij. Et in primis describã, per 7ᵘ cap. in horizõti plano lineã meridianam a c. æqualem diametrosemicirculi n u p pro latitudine mei loci designati: signatis etiam punctis d e. sicut in semicirculo fecerã. Nam pũctũ e. locus est styli e b. & punctum d. per quod incedit linea horæ 12ᵃᵉ ab ortu vel occasu: & punctum c per quod agam æquinoctialem lineam ipsi a c. ad rectos, quæ sit c ω. vtrinq; indefinitam. Et super centro a. spacioque ac. describam circulum a c l. æqualem videlicet circulo quadrantis a c l. nuper descripti: & protraham lineam a l vtrinque ad rectos ipsi a c. quæ duæ circulum a c l. in quatuor quadrantes dirimunt. eritque a l. linea horæ sextæ à meridie:



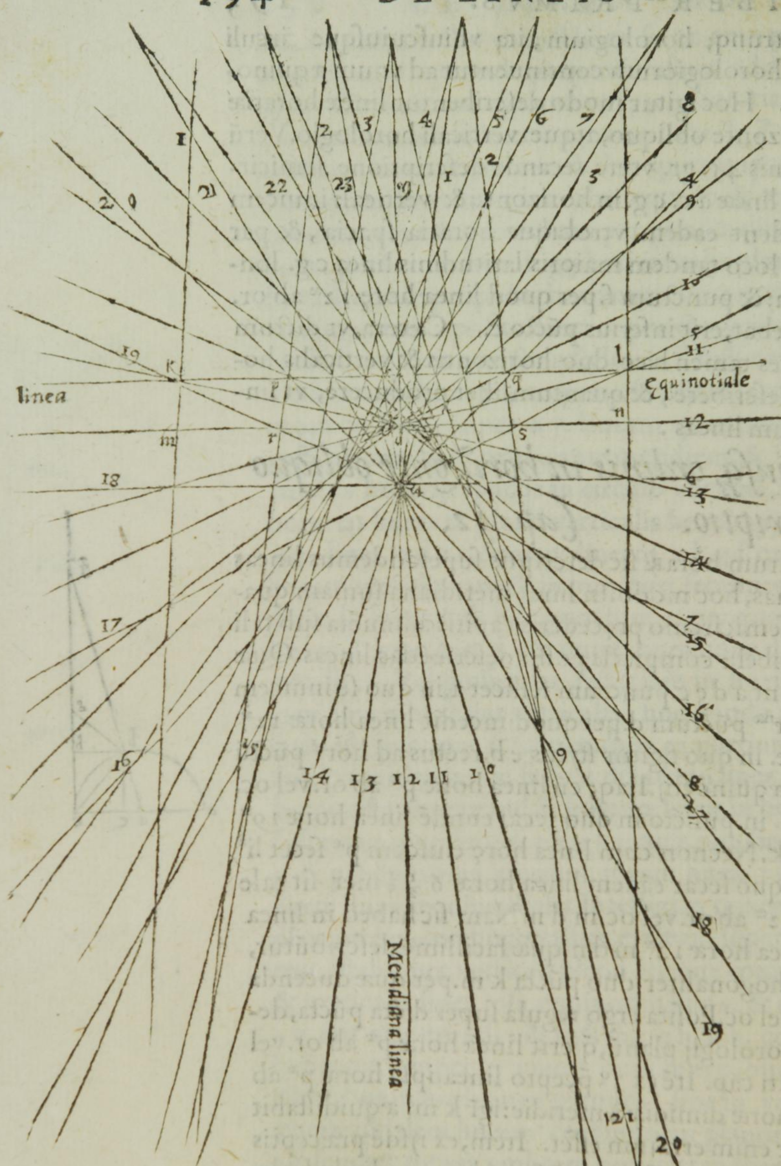
communis

communis.f.ſectio circuli horæ ſextæ cum plano horizontis: & axis meridiani. & perinde perpendicularis ad a c. in meridiano iacentem. Transferam igitur huc ſpacia horaria dudum in quadrante a c l.facta, arcus ſcilicet c y.y z.z i.i æ.æ Z. Z l. Et ſimiliter eadem in collaterali quadrante: nam duo quæuis ſpacia æqualiter remota à Meridiana linea ſunt inuicem æqualia, & anguſtiora ſunt meridianæ viciniora: & protraham per puncta diuidentia centrumque a. lineas per totum horologij horizontalis planum: ipſæ nanque ſunt lineæ horariæ propoſiti horizontis horarum à meridie exorſarum terminatrices: poſito enim c. puncto verſus partes extantis poli, erectoque ſuper puncto e.ſtylo e b.ſi ſtyli vmbra ceciderit ſuper a c. meridianam lineam, certum eſt inſtare meridiem. ſi vmbræ extremum ceciderir ſuper a y. lineam quantum opus eſt productam, inſtabit iam hora prima ante meridiem: & ſic deinceps. Non aliter inuētis horarijs ſpacijs in circulo verticali, ſicut docuimus, eaſdem horarias lineas in plano verticalis horologij deſcribemus: ſed tunc pro linea a d e c. ſumam lineam c h g f. quam in verticali faciam lineam meridianam, & in puncto g. ſecabunt ſe lineæ horariæ: punctum h. locus ſtyli h b. punctum c. per quod incedit æquinoctialis linea: & punctum f. per quod linea horæ duodecimæ ab ortu vel occaſu. Vel poſſum ex factis iam in horizonte lineis horaris elicere lineas horarias verticalis, hoc modo: Producam, quantum ſatis eſt, lineam a c. ſumamq; in ea portiones lineæ c h g f. in meo ſemicirculo primùm factas: deinde in linea æquinoctiali c ω. notabo puncta, in quæ cadūt horariæ lineæ in horizontis plano dudum factæ, quæ puncta ſint φ θ π λ ω. quæ puncta cōnectam cum puncto g. & producam in planum totum lineas: & idem faciam ex altera parte lineæ æquinoctialis. Intelligam tamen lineam c h gf. totumq; planum c g ω. orthogonaliter erectum ſuper horizontis planum: ſic enim ſtabit pro verticali plano eritque communis ſectio horizontis & verticalis linea ipſa æquinoctialis c ω. & recta coniungens centra a g. erit axis mundi: & ſtyli duo e b. h b. communem verticem b. habentes, ſemper in vnum punctum proijcient vmbram iudicem horæ, ſiue in horizontis planum, ſiue in verticale deſinat, ſiue in æquinoctialem lineam communem planorum limitem. Item axis a g. ſemper totam vmbram proijciet in ſpacium inſtantis horæ, aut ſuper horarias vtriuſque plani lineas eiuſdem horæ limites. Nam ſicut axis eſt communis ſectio circulorum horariorum per polos mundi incedentium: ita eius axis vmbra fertur per ſingula ipſorum circulorum plana, & perinde per factas à planis lineas communiter in horizontis & verticalis planis. Quo fit & vt, ſicut ſingula circu-

lorum plana ſecant vtrunq; horologium, ita vniuſcuiuſque circuli factæ lineę in faciebus horologiorum continuentur ad vnum æquinoctialis lineæ punctum. Hoc igitur modo deſcribentur lineæ horariæ à meridie in omni horizonte obliquo, atque verticali horologio. Verũ pro horizonte latitudinis 45. gr. vtere ſecanda deſcriptione ſemicirculi: Erunt enim in eo lineæ a c. c g. in horizonte & verticali inuicem æquales; & perinde fient eadem vtrobique horaria ſpacia, & par vtrobique ſtylus. Pro loco tandem maioris latitudinis linea c g. longior erit, quàm a c. linea: & punctum f. per quod linea horę 12^{æ} ab or. vel occaſu tranſire debebat, erit inferius pũcto c. Cætera, vt dictum eſt, diſponentur. Potes tamen hæc duo horizontis & verticalis horologia ſingula per ſe deſcribere, & quantum libet producere, vt ſingula capiant ſuas ſeorſum lineas.

Linearum vtriuſq; ordinis in horizonte obliquo deſcriptio. Cap. 12.

LINEIS meridianarum horarũ ſic deſcriptis ſuperaddemus lineas occiduas ſiue ortiuas, hoc modo. In linea meridiana ſumam quatuor puncta in primo ſemicirculo pręcedẽtis capitis adinuẽta ſub tali tñ menſura, vt margo libelli complecti poſſit deſcribẽdas lineas. Quæ puncta hic inſtaurata ſint a d e c. punctum ſcilicet a. in quo ſe inuicem ſecãt horariæ lineæ mer^{næ} pũctum d. per quod incedit linea horæ 12^{æ} ab ortu vel occ. pũctũ e. in quo figitur ſtylus e b. rectus ad hor^{te} pũctũ c. per quod trãſit linea æquinoctij. Itaq; cũ linea horæ p^{æ} ab or. vel oc. ſecet æquinoctialẽ k c l. in puncto in quo ſecat eundẽ linea horæ 19^{æ} à mer ſit tale punctum k. Necnon cum linea horę eiuſdem p^{æ} ſecet li^{ã} horæ 12^{æ} in puncto, in quo ſecat eãdem linea horæ 6 ½ à mer. ſit tale pũctũ m. in linea horæ 12^{æ} ab or. vel oc. m d n. Nam ſic habeo in linea æqnoctiali k c l & in linea horæ 12^{æ} m d n. quæ facillimè deſcribũtur, cum ſecẽt Mer^{nã} a c. orthogonaliter duo pũcta k m. per quæ ducenda eſt linea horæ p^{æ} ab or. vel oc. Poſita ergo regula ſuper dicta pũcta, deſcribã lineã k m. p totũ horologij planũ, q̃ erit lineã horæ p^{æ} ab or. vel oc. ex 2° p̃cepto & 3° ſexti cap. Itẽ ex 3° p̃cepto linea ipſa horæ p^{æ} ab or. vel oc. æquidiſtãs eſt horæ dimidiæ à meridie: igr̃ k m. æquidiſtabit lineæ horæ ½ à mer. aliter enim erratum eſſet. Item, ex ijſdẽ præceptis ſexti cap. linea horæ 23^{æ} ab oc. trãſit per pũctum l. in quo linea horæ 5^{æ} à mer. ſecat æquatorẽ. & per pũctũ n. in quo linea horæ 5 ½ ſeu 17 ½ à mer. ſecat lineã m d n. horæ 12^{æ}. Igr̃ linea l n, erit horæ 23^{æ} ab oc. quæ etiã ex 3° præcepto dicti cap. æqdiſtãs eſt lineæ horæ 11 ½ à mer. ſic melius corriges te in lineãdo. Adhuc li^{a} horæ 2^{æ} ab or. vel oc. trãſibit per punctum p. in quo linea a p. horæ 20^{æ} à mer. ſecat æquinoctialẽ k c l.



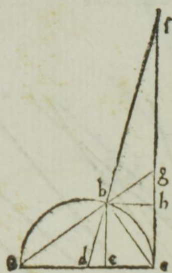
Horologiũ horizõtale cũ lineis à meridie, & lineis ab ort.uel occ. horas indicãtibus ad latit.gr.38.

& per pũctum r. in quo linea horæ 7æ vel 19æ à mer. quæ est a r. secat lineã m d n. horæ 12æ. Itaque linea p r. erit horæ 2æ ab ort.vel oc.quæ etiam æquidistans est lineæ horæ pæ vel 13æ à Mer. vt certius agas. Præterea linea horæ 22æ ab or.vel occ. Ibit per punctum q. in quo linea horæ 4æ vel 16æ post mer.a q.secat æqnoctialem k c l. & per punctum s.in quo linea a s. 5æ vel 17æ a mer. secat linea m d n.horæ 12æ. Iam ergo linea q s.erit horę 22æ ab occasu, q̃ quidẽ ęquidistans est lineæ horæ 11æ post meridiem: vt hoc etiam experimẽto comprobes praxim tuã.Quid tantum moror? Similiter ex præceptis sexti cap.describes alias lineas 19.horarũ ab ortu vel occ. indices,sicut describere docui quatuor prædictas: donec absoluas 23.lineas sese cum meridianis lineis cãcellatim inter-

interſecantes ac quadrilatera quædam facientes , quarum diametrales rectæ ſunt portiones meridianarum linearum. Nam linea horæ 24æ , quam facit horizon , non apparet , vt dictum eſt in 5° cap. Sic habes vniuerſalem linearum horariarum vtriuſque ordinis deſcriptionem & diſpoſitionem, vt curioſo lectori apertius noteſcat earum theoria: Non enim hæc ſcribo his, qui ſola praxi contenti ſpeculationem aſpernantur . Potes tamen omittere lineas occaſuales ſiue meridianas, vt lubet & expedit. Nam quidam lineis horarum ab occaſu more Italico ac Siculo tm̃ cōtēti ſunt, earūq; partes ſolū deſcribūt, ad quas vmbra ſtyli iacitur: portiones, inquā, occidētales pro Sole oriētali: portiones verò ortiuas p° Sole occiduo. Sic & portiones linea℞, quæ a ſtylo ſunt auſtrales, omitti ſolēt: qñquidem vmbra, vt plurimum ad Septētrionē nobis proijcitur. Nec omittenda eſt illa conſyderatio, ꝙ ſicut linea æquinoctialis incedens hìc per angulos trapeziorū ſuſcipit per totum æquinoctij diem deſinētias vmbra℞ ſtyli: ſimiliter per reliquos trapezio℞ angulos hinc & inde ab æquatore incedūt curuæ periferiæ , quæ hypbolæ vocātur, factæ in horizōtis plano à conicis ſupficieb. parallelorū, ꝑ circulorū horariorū ĩ ſphera ſectiões incedētiū, in quas deſinūt vmbræ, dū Sol in earū parallelis circūfertur. Et ſicut in ſphæra circuli horarij tāgētes tāgūt extremos parallelos, quos tāgit horizō in pūctis, in quibus eoſdē ſecāt circuli ſecātes: ita & ꝑſate 23. liæ horariæ à dictis circulis horarijs in horizōtali plano ꝓiectæ, tāgūt in ipſo plano quādā curuā periferiā ab vni⁹ dicto℞ parallrū conica ſupficie (dū ab horizōtis plano ſecatᷣ) factū, q̃ nō hypbole, ſicut cæteræ à mediorū parallrū conis factæ, ſed Parabola vocatᷣ, cui⁹ axis ē ipſa merna lia . Et cui⁹ ꝓprietates ĩ 2° libello explanabūtur: in punctis, inquā, in quibus eadē curuā ſecāt lineæ horariæ à circulis ſecātibus factæ, hora℞. ſ. meridianarū indices.

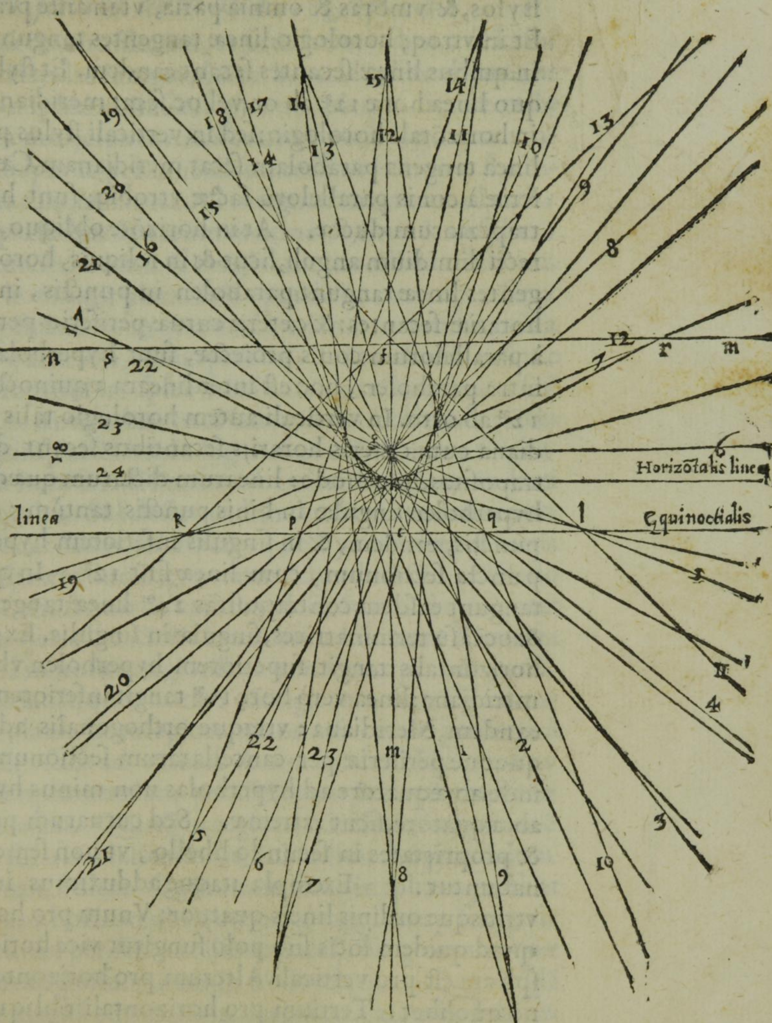
Verticalis horologij in Sphæra obliqua cum vtriſq; lineis deſcriptio. Cap. 13.

EX antepræmiſſo capite deſcribā in plano verticalis lineā meridianam c f. cū cęteris lineis horas à meridie limitātibus, ſeq; in pūcto g. viciſſim ſecātibus. Sed pūcta c h g f. in ea linea, per primā deſcriptionem in ſemicirculo adinuēta cōmēſurabo per figurationem dictam in præmiſſo cap. inſtauratam, ne nimium ſpacium excedat paginæ capacitatem. Punctum ſcilicet g. in quo ſimul ſe interſecant horarū lineæ à meridie. pūctum f. per quod incedit linea horæ 12æ ab ortu vel occ. pūctum h. in quo erigēdus eſt ſtylus ad verticalem faciē rectus. punctū deniq; c. per quod ducēda eſt æquinoctialis linea k c l. Cum autem h b. ſtylus ſit perpēdicularis ad planum verticalis: & acumen ſtyli b. ſitum ſit in cētro communi circulorum horariorum: iam ipſe ſtylus b h. erit



portio axis circuli verticalis,& perinde communis ſectio Meridiani & horizontis incedentium per polos ipſius verticalis: Igitur linea horæ 24ᵃ ab ortu vel occ. quam facit horizon in plano verticalis, ibit per punctum h.ſecãs ad rectos lineã Merⁿⁱ c f. Nam,cum c f. ſit perpendicularis ad horizõtem, erit perpendicularis ad lineã dictã horæ 24ᵃ in horizõtis plano iacentem. Deinde linea g k.horæ 19ᵃ à meridie ſecet æquinoctialem k c l in puncto k. & linea horæ 6 $\frac{1}{2}$ à mer.g m.ſecet liᵃ horæ 12ᵃ ab ortu vel occ.in puncto m.Nam per 2ᵃ & 3ᵃ Regulas ſexti cap.linea ducta per hæc duo puncta k m.erit horæ primæ ab ortu vel occ.quæ linea ſecat etiam lineam prædictam horæ 24ᵃ horizontalem in illo puncto,in quo eãdem ſecat linea horæ $\frac{1}{2}$ à meridie. Talia enim tria puncta in vna recta linea ſita ſunt,niſi in deſcribẽdo ſit erratum. Item linea g l.horæ quintæ à mer. ſecet æquinoctialem k c l.in puncto l.& linea horæ 17 $\frac{1}{2}$ ſiue 5 $\frac{1}{2}$ à mer.ſecet lineam horæ 12ᵃ ab ortu vel occ.in puncto n.Nam per ſextum caput,recta l n.erit linea horæ 23ᵃ ab ort.vel occ.quæ etiam ſecabit lineam horizontalem,vbi ſecat eam linea horæ 23 $\frac{1}{2}$ ſiue 11 $\frac{1}{2}$ à meridie,vt ex hoc certior fias. Adhuc linea g p.horæ 20ᵃ à mer.ſecet æquinoctialẽ in pũcto p.& linea horæ 7ᵃ vel 19ᵃ à mer.ſecet lineam horæ 12ᵃ ab ortu in puncto r.Nam per puncta p r. Ibit linea horæ 2ᵃ ab or. vel oc. quæ ſecabit liᵃ horizontalem vbi ſecat eam linea horæ primæ à Meridie. Denique linea g q.horæ 4ᵃ ſeu 16ᵃ à meridie ſecet æquinoctialem in puncto q.& linea g s.horæ 17ᵃ vel 5ᵃ à mer.ſecet lineam horæ 12.ab or.in puncto s. Nam coniuncta q s.erit linea horæ 22ᵃ ab or. vel oc.quæ ſecabit lineam horizõtalem, vbi eam ſecat linea horæ 23ᵃ ſeu 11ᵃ à mer. vnde certior eris. Et ne pluribus,quàm opus ſit,tecum agam, eodem proceſſu deſcribes cæteras 20.lineas horarum ab ortu vel oc.numeratarum. Nam in hoc horizõte noſtro planum circuli verticalis ſecat omnes horarios circulos; & perinde omnes horariæ lineæ in tali plano apparent deſcriptę.Sicut & contingit ad omnem latitudinem, quæ minor, maiorve ſit dimidio anguli recti. Nam in verticali horologio latitudinis 45.gr.præciſe non apparet linea horæ 12ᵃ ab ortu vel occ. quoniam talis horologij planum æquidiſtans iam plano circuli horæ 12ᵃ illud minime ſecat: & ideo lineam eius circuli nõ ſuſcipit.vt in 5° cap.dictum eſt.Completis igitur lineis horarijs vtriuſq; ordinis,procreantur & hìc per ambitum cancellatæ linearum horariorum ſectiones,ſicut & circulorum plana lineas facientia ſe viciſſim in ſphæra interſecant.Item ſicut vnuſquiſq; parallelorum in ſphęra incedens per cancellatas circulorum ſectiones deſcribitur à Sole,dum facit arcus diurnos integrarum ac præciſarum horarum; ita curua periferia à cono talis paralleli in plano verticali ſecante facta, ſuſcipit per illum diem vmbrarum ſtyli deſinentias. & ſicut

Horologium verticale cum vtraque linearum serie ad latitudinem graduum 38.



ſicut ĩ ſphæra circuli horarij tangentes tãgunt extremos parallelos, quos tãgit horizon, in punctis in quibus eoſdem ſecãt circuli per polos horarij: ita & hic deſcriptæ 24^{or} horariæ lineæ ab ortu vel occ. exorſę, tangũt quãdã curuã periferiã, quæ Ellipſis dr̃, quaſi oualis, in pũctis, in q̃bus eandem ſecant lineæ horariæ mer^{næ}. Curuę autẽ periferiæ per angulos trapeziorũ incedẽtes, q̃ ſupiores ſunt ęquinoctiali li^{a}, quæcũq; fiũt à conis parallelorum nondum peruenientiũ ad verticalem circulum, ſunt ellipſes, queadmodũ prædicta: Quæ autẽ curua periferia fit à cono paral^{li} tangẽtis circulum verticalẽ, parabola exiſtit. Cæteræ autẽ curuæ piferiæ à cęterorũ parallelorum conis factæ tam ſuperiores ęquinoctiali linea k c l. q̃ inferiores, erunt hyperbolæ, hinc & inde ſemper auerſis ab æquin^{ali} brachijs. Igr̃ ſicut in præſenti capite & duobus præcedentibus deſcripſimus pro latitudine gr. 38. minori quidem dimidio recti anguli, tam in horizõtali, q̃ in verticali horologio lineas horarias vtriuſq; ordinis; ita faciemus pro omni horizõte obliquo, ſemper vtẽtes regulis 6^{ti} ca.

Verùm in horizõte obliquo latitudinis gr. 45. horologiũ horizontale

& horologium verticale suscipiunt eandem penitus dispositionem, propter eandem æquatoris ad vtrunq; horologium inclinationem,& stylos,& vmbras & omnia paria, vt in ante præmisso cap. dictum est. Et in vtroq; horologio lineæ tangentes tangunt parabolam in pũctis, in quibus lineæ secantes secant eandem. Et stylus figitur in puncto, in quo linea horæ 12^æ^ ab or. vel oc. secat meridianã, tangitq; parabolam in horizõtali horologio: sed in verticali stylus ponitur vbi horizõtalis linea tangens parabolam secat meridianam. Cæteræ autẽ curuæ periferiæ à conis parallelorũ factæ vtrobiq; sunt hyperbolæ per angulos trapeziorum ductæ. At in horizõte obliquo, cuius latitudo excedit recti dimidium anguli, sicut & in reliquis, horologij horizontalis tangentes lineæ tangunt parabolen in punctis, in quibus eadem secant horariæ secantes: & cæteræ curuæ periferiæ per angulos trapeziorum à parallelorum conis proiectæ, sunt hyperbolæ: verum stylus cadit intra parabolen, hoc est inter lineam æquinoctialem & lineam horæ 12^æ^ ab ortu. In verticali autem horologio talis horizontis linea meridiana cum cæteris horarijs secantibus secant duas Hyperbolas contrapositas, hoc modo: linearum dictarum quædam secant superiorem hyperbolen singulæ in binis punctis tantùm: & quædam in singulis punctis, eandem, & in singulis inferiorem hyperbolen: sic fiunt 24^or^ puncta sectionum, cum lineæ sint 12^a^. In quibus quidem punctis tangunt easdem contrapositas 24^or^ lineæ tangentes horarum ab ortu & occasu terminatrices, singulæ in singulis. Ex quarum numero linea horizontalis tangit superiorem hyperbolen vbi secat eandem linea meridiana: linea verò horę 12^æ^ tangit inferiorem hyperbolen vbi secat eandem Meridiana: vtraque orthogonalis ad meridianam. Curuæ quoque periferiæ per cancellatarum sectionum puncta deductę hinc inde ab æquatore ad hyperbolas non minus hyperbolæ sunt, auersæ ab æquatore, sicut extremæ. Sed curuarum periferiarum speculatio & proprietates in secundo libello, vt non semel promisimus, explanabuntur. Exempla itaque adduximus in describendis horarijs vtriusque ordinis lineis quatuor: Vnum pro horologio æquinoctiali: quod quidem locis sub polo fungitur vice horizontalis: in recta vero sphæra est pro verticali. Alterum pro horizonte recto & pro meridiano quolibet. Tertium pro horizontali obliqui horizontis: Postremum pro verticali nostræ regionis. Ex quibus lectoris perspicacia poterit & ad proprium horizontem,& ad quemuis alium, siue exercitij, siue delectationis gratia, horologium quodlibet cum lineis, ad vsum siue speculationem accommodatis elaborare. Nec omnia oscitanti lectori sunt propinandas. Nunc quædam circa lineas & periferias & horologiorum facies notabimus.

Quædam

Quædam circa lineas horarias & flexas & horologiorum facies notanda. Cap. 14.

VISVM fuit nobis decentiſſimum, vt ſicut horariæ lineæ deſcribi ſolent ad determinandas integras horas à meridie, ſiue ab ort. aut oc. numeratas, ſicut & in ſphæra circuli, à quorum planis horariæ rectę in horologiorum plana proijciuntur: ſic & curuæ periferiæ, quæ vmbrarum deſinentias ſuſcipiunt, per cancellatas rectarũ ſectiones flecterentur, vt iudicarent earundem horarum integritatem, ac ſimul arcus diurnos ac nocturnos perfectarum horarum continerẽt, ſicut & in ſphæra paralleli per circulorum ſecantium & tangẽtium cancellatas ſectiones ducti, à quorum conis in horologij plano ſectis prædictæ curuæ periferiæ generãtur. Atq; multiplicatis horarijs circulis ac lineis ad diſtinguẽda horarum dimidia, ſiue quadrãtes, adhuc paralleli & flexę ſimilr mrcatæ per ſectionum factarum pũcta in ſphæra & horologio ducerẽtur eaſdẽ horarum partes & ſegmẽta cõmonſtrantes. Namq; ſecus faciẽtes, & pũcta ſectionum mrcamus & inſpiciẽti oculo ingerimus cõfuſionem. Cõſueuerũt ſiquidẽ alij flexas huiuſmodi lineare ad indicãda ſignorum zodiaci principia & partes, in quibus Sol defertur, dum vmbrarum deſinentiæ flexas deſcribũt: hoc eſt eas flexas deſcribere, quæ à parallelis per initia & partes ſignorum in ſphæra ductis, generãtur. Quod nos in 2° libello docebimus: vbi plenior erit ſermo de vmbrarum deſinẽtijs. Sed quis vetat vtrunq; fieri, & ſingulis flexis loca Solis lateratim adſcribere? Præterea notãdum eſt, ꝙ ſicut Sol in noſtris regionibus non fertur per oẽs parallelos, qui extremis interiacẽt, quos horizõ cõtingit (non. n. trãſgreditur tropicos ſuos) ita & in planis horologiorum non oẽs curuæ periferiæ à parallelis generatæ pſtãt vſum ad vmbras determinãdas. Nihilominus non abſtinuimus à deſcriptione oĩum parallelorum & flexarum, vt rei ſpeculatio melius innoteſcat. Quanq̃ in regione hñte latit^ne^ nõ minorẽ complemẽto maximæ ſolaris declinationis, Sol nullum nõ parallelum intra extremos deſcriptum viſitat. Quinimmo ſicut in ſphæra poſſunt deſcribi illi paralleli, quos horizon obliquus neq; tangit, neq; ſecat, ſic & in horologij plano curuæ periferiæ à talibus parallelis generatæ, quæ ſemp ellipſes ſunt, delineari poſſunt, ſicut in 2° docebimus. Quarũ q̃dã in dictis regionibus, ob magnã ęquatoris inclinationẽ, ſuſcipiũt limites vmbrarum: quandoquidem Sol integros earũ parallelos circinat ſupra horizontem: ſicut in ſecũdo melius intelliges. Item in lineis horarijs attendẽdum, ꝙ ſicut vnuſquiſq; circulorum horariorum à meridie horas diſtinguẽtium ſecatur in polis in duos ſemicirculos, quorum vnius à meridie, alter à media nocte horas cõputat; ſiue vterq; à meridie, ſi lubet, diuerſis tñ numeris; ita & eius circuli horaria linea in horologij plano

ſecat in pũcto cõmuni cũ mer^na & alijs in duas partes, quarũ vna lin es eſt horarum à meridie, altera horarum à noctis medio cõputatarũ, ſiue ſi vtraq; portio lineę à meridie horas numeret, diuerſis & p duodenariũ differẽtibus numeris, numerabit. Nec non, ſicut vnuſquiſq; quatuor & viginti horariorũ circulorũ tãgentium, de quorum numero eſt horizon obliquus, ſecatur in duos ſemicirculos apud cõtactuum puncta, quorũ vnus diſtinguit horas à ſemicirculo horizõtis orientali, hoc eſt, ab ortu exorſas; alter verò horas à ſemicirculo horizontis occidẽtali, hoc eſt, ab oc. inceptas; ita & ipſius circuli horaria linea in horologij plano ſecatur apud contactum curuæ periferiæ, à parallelo, quem tangit horizon & circulus ipſe horarius, factæ diſpeſcitur in portiones duas diuerſorum officiorum: altera enim ab ortu, reliqua ab occ. horas enumerare ſolet eodem numero, occidentalis ſcilicet ab ortu: orientalis verò ab occ. Et ideo nulla inter lineas proprio vacat officio. Et quandocunque vmbra deſinit in pũctum aliquod ſectionis duarum aut trium linearũ, certum eſt illud inſtans terminum eſſe talium horarum à diuerſis initijs exorſarum. Exempli gratia, Sole æquinoctialem poſſidẽte, inſtet quinta poſt meridiem hora, iam inſtabit ab ortu 11^a & ab occ. 23^a. Ideoq; in tali inſtanti omnino ſtyli vmbra deſinet in illud punctũ, in quo ſe inuicem ſecant in plano horologij tres lineæ horariæ, videlicèt linea horæ 5^æ à meridie, linea horæ 11^æ ab ortu, & linea horæ 23^æ ab occaſu. Quid? quòd & noſtra horologia nocturnas etiam horas radiante ſcilicet Luna indicabunt, vt iam non tm̃ Solaria ſed & Lunaria vocari mereantur. Nam, exempli gratia, in plenilunio, radiante Luna, ſi ſtyli vmbra deſinat in lineam horæ primæ ab ortu; iam Luna horam compleuerit à ſuo ortu: & perinde Sol tantundem temporis poſt ſuũ occaſum: hoc dato, q̃ Luna oriente, Sol occidat: inſtabit ergo hora prima poſt Solis occ. Sic etiam & in alijs temporibus, per lunam hora noteſcere poteſt, dum conſtet, qua hora Luna oriatur, aut qua occidat. Ecce in hoc caſu linearum vſus egreditur ſolares terminos, quandoquidem Luna, propter latitudinem, quam patitur ab ecliptica, egrediatur ſæpe Tropicos.

De facierum horologiorum conuerſione. Cap. 15.

NEQVE illud notatu dignum, eſt omittẽdum, quod ad inuerſionẽ facierum horologicarum pertinet. Namq; facies horologij verticalis ad partes meridianas conuerſa exponitur, q̃nquidẽ ab ijs partibus, vt plurimum, à Sole irradiatur: verũ Sole ad extãtem polum declinãte, dicta horologij facies nõ inſpicitur à Sole matutino aut veſpertino, dũ à verticali circulo ad dicti poli partes ſecedit; ſed inſpicitur tunc eius faciei dorſum, quod ad dictas poli manifeſti partes vergit: itaq; conuertẽdus eſt verticalis horologij paries, vt facies, quę ad meridiẽ vergebat,

conuerſa

conuersa respiciat partes oppositas : Ita tñ, vt quidquid lineamẽtoru m erat supra lineam horizontalem, fiat inferius eadem:& econtrario inferiora fiant superiora, redacta facie ad æquidistantiam prioris situs. Quæ quidem conuersio fit super axe meridiani: qui axis incedit per acumen styli æquidistãs horizontali & æquinoctiali lineis. Namq; acumen styli situm intelligitur in cẽtro oĩum circulorum horariorum & maiorum. Posito ergo dicto axe, fixoq; ad acumen styli & immoto manente, circũuoluatur paries horologij verticalis, donec facies meridiana vergat ad partes oppositas ad æquidistantiam.s. prioris situs restituta, stante styli acumine vbi prius erat: sic enim locata facies præstabit horarũ iudiciũ ad Solem à dictis partibus radiãtem, cõmutatis tñ linearũ inscriptionibus, vnoquoq; scilicet horarũ numero in cõplemẽtũ sui vsq; ad 24[or] traducto, vt exẽpli causa, linea q̃ inscribebat vnius horę, vocetur horarũ 23. & quæ duarum, nunc 22[arũ] & quæ trium, nunc sit 21. & sic deinceps. Similis penitus & super eundem Mer[ni] axem conuersio fieri poterit in horologio æqnoctiali, de quo in nono capite disseruimus. Neq; oportet cõuersionis modũ repetere, modò seruetur æquidistantia situs faciei, vt horologio cõuenit. Non aliter, neq; super alium axem cõuerti posset facies horologij horizontalis, de quo in 12° cap. ita vt inspiciat inferius hemisphæriũ, vsumq; præstet antipodibus nostris: qñquidem nos inde radium solarem non suscipimus: neq; opus est vt modum hic tradam, eandem.n. verba repeterẽ: hoc tm̃ mutato, vt facies hìc ad æquidistantiã suam inuersa restituatur. vt cõgruus horologio situs seruetur. linearum inscriptionibus cõmutatis, vt dictum est: tam in horizontalis huius, q̃ in æquinoctialis horologij cõuersione. Sic enim habes pro vtraq; facie tã horologij verticalis, quàm ęquinoctialis, quãquàm horizõtalis, absolutissimã lineamẽtorũ cũ stylo descriptionẽ atq; situm sub vno labore. Potest & Mer[nũ] horologium cõuerti non solũ ad suã ęquidistãtiam, hoc est, vt ex oriẽtali fiat occidẽtale, sed etiã ad alios situs. Sed audi perspicacissime lector, quo pacto cõuertatur hoc meridianũ horologium: Nã cum meridiano æquidistet, qui vnus est de numero circulorũ secantiũ, potest & ad æquidistãtiam cuiusvis talium circulorũ redigi, mutatis tñ linearũ officijs. Talis autẽ cõuersio fit super axe mũdi, qui plano ipsius horologij semper æquidistat, ita vt acumen styli semper immotũ in axe dicto situm permaneat. Si itaq; horologium meridianum ad orientem vergens super axe mũdi cõuertatur, donec ad sui situs æquidistantiam restitutum vergat ad occidentẽ, præstabit tũc horarum iudiciũ ad solẽ occidẽtale, hoc est, postmeridianum: uerùm linea horizontalis fiet linea horæ 12[æ], & ecõtrario: & linea horæ primæ, fiet linea horæ 13[æ] addito semper duodenario in horis ab ortu uel occasu. In his autem, quæ à meridie numerãtur, ablato eodem numero. sic linearũ officia mutãtur.

Faciam

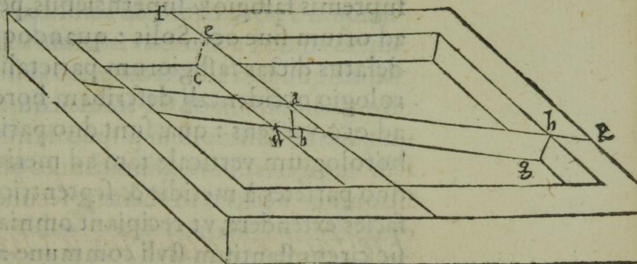
Faciã & aliam mer^ni^ oriẽtalis horologij cõuersionem ad æquidistãtiam circuli horarij secantis horæ sextæ, qui mer^nũ^ orthogonaliter super axe mundi secat: oportebit autẽ cõuerti horologium per quadrãtem vnius reuolutionis, vt ad circuli prędicti horę 6^æ^ redigatur æquidistãtiam: vñ oportebit & horarum officia variare, addito singulis linearum numeris senari o. Quare linea horæ 18^æ^ ab ortu vel occ. assumet officium lineæ horizõtalis, quæ 24^ã^ terminat. Item linea horæ 18^æ^ à meridie fungetur vice meridianæ: linea horæ 19^æ^ à meridie indicabit primã indidem numeratam. & sic deinceps in cæteris. Intellige autẽ vt horologium mer^nũ^ oriẽtale ad dicti circuli horę 6^æ^ tralatum æquidistãtiam, vergat sursum, hoc est, ad sectionem æquatoris cum mer^no^ superterraneã. Nam si deorsum ad reliquã eorũ sectionem cõuersum sit, oportebit senariũ numeris horarijs auferri: Sic linea horæ 6^æ^ ab or. vel oc. fiet horizontalis & linea horæ 18^æ^ à meridie fiet linea horæ 12^æ^ hoc est mer^na^. Et in vtraq; facie huius situs linea horæ 6^æ^ à meridie nõ apparet, qñquidem horologium plano talis horę ęquidistãs est. Memẽto autẽ in dictis additionibus, qñcũq; excrescat cõgeries vltra numerum 24^or^ tũc abiectis 24^or^ tenẽdum esse reliquũ: In subtractionibus autem eũdem numerum apponẽdum minori, à quo maior subtrahi nequit. Sed scio huiusmodi conuersionum demonstrationem à speculatiuis desyderari: quæ tamen sicut obscura non est consyderanti similes planorum sectiones in similibus positionibus fieri, ita in theorijs secundi libelli apertissime clarescet.

De facierũ diuersarũ ĩ lineamẽtis colligãtia. C. 16.

CVM stylus plano sui horologij sit perpendicularis, dubiũ nõ est, stylũ ipsum semp esse portionẽ axis circuli, cuius plano æquidistat horologij planũ: itaq; si Sol in ipso axe statuatur, hoc est in polo ipsius circuli, iã stylus nullã iaciet vmbrã iam tũc in se ipso receptam: tũc igr̃ pes ipsius styli erit index instantis horæ. Sicut cum Sol possidet verticẽ siue zenit regionis, tũc stylus horizõtalis horologij talis regionis ne quo iacet vmbram, & per vmbræ extremo consyderãdus erit styli pes. Quod si sol in ipso plano iaceat horologij, tũc vmbra styli in infinitũ ꝓijcitur: extra eam: si sit Sol in horizonte, infinita erit horizõtalis styli vmbra in ipsum horizõtalis horologij planũ proiecta. Nam Sole aliquãtum sup planũ eleuato, vmbra statim finẽ alicubi adipiscitur, & in aliquod plani pũctũ desinit. Itaq; cũ Solaris radius radit adamussim horologij faciẽ, quod quiuis inspector facilẽ iudicat; certũ est Solẽ in ipso plano iacere, & styli vmbrã esse tũc infinitam. Verùm qñ vmbra finem habet, neq; in horologij plano desinit, cũ tam latum planum fieri nequeat, vt omnes vmbrarũ desinẽtias recipit; non cõstabit horæ indicium. Oportebit igr̃ circũuallare horologij planum parietibus ad styli fastigium subuectis:

Sic enim

Sic.n.styli vmbra semper desinet, si non in ipsius horologij plano, at in ipsos parietes erectos: & si vmbræ extremũ proijciatur secũdùm ipsum parietum alt^hé, certum erit vmbram tũc esse infinitam, & Solẽ in ipsius horologij plano existere, & instare eam horam, cuius circulo æquidistãs locatur horologij planum. vtputa, Si horologium sit horizõtale, instare finẽ horæ 24^æ siue initium primæ ab ort. vel oc. Si horologiũ sit mer^nũ, instare meridiẽ. Si horologiũ æquidistãs sit plano horæ 6^æ à mer. instare horã 6ª seu 18^a à meridie. Si horologiũ sit verticale regionis 45. gr. latitudinis, instare horã 12^a ab ort. vel occ. eius.n. horæ plano horologium illud æquidistat. Si autẽ vmbra desinet in planũ horologij, indicabit desinẽtiam horã instãtem inter lineamẽta horaria suis iã insignita titulis. Quod si desinet in aliquod punctum parietum adstructo℞, non minus notescet hora, si horariæ lineæ pauimenti, vt ratio postulat, cõtinuẽtur per facies erecto℞ in ambitu parietũ. Sed quemadmodum continuẽtur, paucis docebo: nã viam facillimam eligam. Intelligo pauimẽtum quadratũ siue quadrilate℞ rectãgulũ, cuius duorum laterum opposito℞ vnum ad ortum & alterum ad oc. æquidistãtia ponãtur lineæ mer^næ in ipso pauimẽto libellato ad horizontis æquidistantiam descriptæ reliqua verò duo latera ad meridiẽ & oppositas partes æquidistantia: sint lineæ æquinoctiali eiusdẽ pauimẽti: & super hæc quatuor latera totidẽ parietes eiusdẽ crassitudinis ad celsitudinem styli a b. perpẽdicul^r pauimẽto instãtis: Sintq; in pauimẽto lineæ horariç per doctrinã 12. capitis descriptæ. Ex quibus lineis capio, exẽpli gratia lineam quãpiam horariam, quæ sit c d. ad pedẽ parietis occidẽtalis ad pũctum c. incidẽtem: quã volo cõtinuare, vt ductus plani lineam faciẽtis postulat, in planitie erecta dicti parietis & in ipsa superficie fastigij: Ponam regulam emẽdatissimam eiusdẽ crassitudinis super supremas parietũ superficies, quç vndiq; sunt eiusdẽ altitudinis, Ita vt regulæ acies tãgat acumen styli a b. hoc est pũctum a. & æq-distãs sit lineæ horariæ c d. quod tunc erit, cum per aciẽ regulæ, quæ sit a e f. radẽter inspicies lineã c d. vt perfectissime cõgruunt acies & linea. Certum.n. est tũc planum, in quo iacẽt aciesregulç & linea cd. esse illius circuli, qui facit in pauimẽto lineam horariã cd. Quamobrem pũcta ef. in suprema superficie parietis, quç sunt in acie regulæ cõtinuata faciunt rectam e f. super quam circuli horarij planum secat dictam supremam superficiẽ. Item pũcta e c. quæ sunt in limitibus dicti occidẽtalis erecti parietis cõiuncta faciunt rectam e c. super quã dicti circuli planũ secat

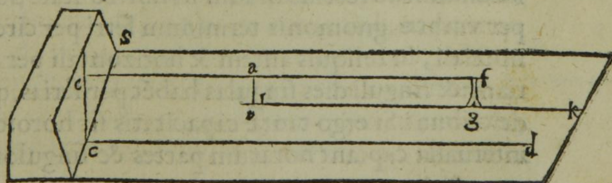


erecti parietis faciẽ. habeo igr̃ in dicta erecti parietis facie li horariam e c.eius nominis, cuius erat linea c d.in horizõtali pauimẽto: hoc idem faciam in opposito parieti seu laterali, cuicunq; superstat regula a e f. ex alia parte. Item assumam in pauimento aliam lineam horariam d g. Et similiter statuã aciem regulę a h k.per acumen styli ad æquidistantiam horariæ lineæ d g. & protraham duas lineas h k. in suprema superficie parietis septẽtrionalis, & g h.ab extremis descriptarum in facie eiusdem parietis erecta: quę erit linea horaria in dicta facie eius noĩs, cuius linea dg. Hoc idẽ faciam in opposito meridionali, seu laterali pariete, vbicũq; cadat regula a h k. Idemq; faciam pro omnibus lineis in pauimento horizontali descriptis. Sic habebo in singulis quatuor faciebus parietum circunstãtium erectis, quæ sunt totidem horologiorũ facies oĩa horaria lineamenta. Ita fiet vt vmbra styli nunq̃ non excipiatur vel à substracto pauimento, vel ab erectorum parietum faciebus: atq; vbicunq; vmbra desinet, indicabit inter lineamenta instantem horam. Lineæ quoque in supremis fastigiorũ superficiebus, per regulæ aciem descriptę, vsui erunt ad ortum siue occ. Solis: quandoquidem radius tunc per acumen styli delatus dictas fastigiorum parietalium superficies radit. Hac via ex horologio occidentali describam horologium meridianum, tam ad ort. q̃ ad occ. vergens: quæ sunt duo parietes erecti ab ortu & occ. Itemque horologium verticale tam ad meridiem q̃ ad septentrionem, quæ sunt duo parietes à meridie & septentrione superstructi. Potes eorũ parietum facies extendere, vt recipiant omnia lineamẽta. Sed talium horologiorũ sic circunstantium styli commune acumen cum stylo a b. sortientur: ipsum siquidem a. punctum. Quamobrem, si ab ipso a. puncto demittis perpendicularem rectá, ad quãuis dictorũ parietum faciem, ea perpendicularis erit stylus eiusdem faciei certissimus horarum index. Namque plana horariorum circulorum secantium simul pauimentum & adstructos parietes, omnia incedunt per punctũ a. & styli acumen semper in pũcto planis communi lineas horarias facientibus sisti debet: vt vmbræ styli extremitas per Solem in quouis circulo horario constitutum iaculata propriam circuli horariam lineam iudex horæ quæsitæ certissima percutiat. Sicut autem feci in horologio horizontali, ita & vnumquodque reliquorum horologiorum, verticale, meridianum, æquinoctiale, parietibus siue cymatijs ad altitudinem styli erectis circumcludam; & in circunstantibus muris per lineas in horologio, ex traditis superius præceptis, descriptas, excitabo totidem eorundem nominum horarum lineas: & similiter in labris murorum, vbi regula per styli acumen ad lineæ subiacentis æquidistantiam composita percutiet, vt vmbræ styli extremum omnino alicubi exceptum, siue in substrato, siue in lateralibus muris, inter lineas semper horam indicet.

Horologij

Horologij in quocunque situ descriptio. Cap. 17.

EODEM penitus modo ex horologio delineato poteris quodlibet planum oblatũ delineare, singulis in eo lineis suscitatis ab angulo plano & cõmuni: quàmuis oblatum planum non sit ad æquidistãtiam meridiani, neq; verticalis productũ, sed aliud quoduis, siue ad perpendiculũ horologio delineato, siue obliquum. Quid. n. obstat situs plani, dum constent bina puncta, alterum. s. per lineę factę incidentiã, alterũ per aciem æquidistãtis regulamẽti, per quæ oĩno ducenda est horaria linea quæsita? Dabo tñ hic & aliud nec multo diuersum præceptũ ad ducẽdas horarias lineas in proposito plano cuiuscũq; situs: Delineabo primùm ex doctrina 11^{mi} & 12^{mi} capitum horizõtale planum ductis quotlibet horarijs lineis, cui erectus stet a b. stylus: sitq; propositum planum cuiuscũq; situs ita quidem cohærẽs proposito plano, vt linea recta ch. sit cõmunis vtriq; plano, hoc est, horologij horizõtalis & plano proposito: sitq; in horizontis plano linea quędã horaria c d. quam continuare volo in plano proposito. Assumã canonem e f. cuius extremum e. sit acumẽ in acie canonis e f. & extremo f. adhæreat ad rectum angulum fulcimẽtum quoddã fg. ad altitudinẽ a b. styli, & basim g. planam habẽs, & plano horizõtis insidentẽ. Et in ipso horizõtis plano per pedem styli a b. ducam lineam b k. ipsi c d. horariæ parallelum per 7^{u} caput. Deinde ita collocabo canonem e f g. vt acies e f. tangat acumen styli quod est a. & fulcimẽtum f g. insidens plano horizõtis stet directè super lineã b k. & canonis acumen e. tãgat propositum planũ: sic enim a b g f. erit rectãgulũ parallelogrãmũ. quare linea e a f. æquidistans erit lineæ b k. Sed b k. parallel⁹ fuit ipsi c d. Igr̃ per 9^{a} 11^{mi} elemẽtorũ, acies recta e f. æqdistãs erit lineæ c d. Quamobrẽ planum, in quo sunt rectæ e f. c d. ductum qdẽ p acumẽ styli a. erit planum circuli faciẽtis lineã horariã c d. Cũq; extremũ regulæ e. sit ĩ plano proposito & c. pũctũ in eodẽ; certũ erit cõiũctam rectã e c. ac productã esse cõmunẽ sectionẽ plani circuli prædicti cũ plano ꝓposito: & perinde horariã lineã, quã cũ ipso plano ꝓposito facit p̃dictus circulus. Similiter ex alijs horarijs lineis in horizõte descriptis eliciẽtur horariæ eiusdẽ nominis lineæ in proposito plano, in quo quidem stylus index cõmune habebit acumẽ cum a b. stylo: punctum scilicet a. vnde poteris stylum a b. ita vicinum plano proposito sistere, vt perpendicularis linea ab a. puncto ad planum propositum, quæ stylus erit horarum index, sit congruæ longitudinib.



ita

ita vt lineæ deſcribendæ ſuſcipiantur in propoſito plano, quod faciendum proponitur. Igitur ita deductis lineis horarijs inducendæ ſunt & flexæ per trapeziorum angulos integrarum & dimidiatarum horarum puncta peragrantes & arcus diurnos perfectarum horarum permenſæ: quæ cùm ſint conicæ ſectiones parallelorum à Sole deſcriptorum, ſuſcipiunt vmbrarum deſinentias indidem emiſſis radijs eiaculatas. Sicut & in cæteris horologijs faciendũ præcepimus. Et in vniuerſum eſt in omni horologio notandum, quòd ſicut Sol ſemper inter ſuos tropicos defertur; ita & flexæ lineæ à tropicorum conis in horologiorum planis factæ includunt omnes vmbrarum à Sole proiectarum deſinentias: quamobrem quidquid linearum horariarum extra huiuſmodi flexas extenditur, omitti poteſt, cùm illuc vmbra nũquàm attingat: quanquàm Lunæ radiantis proiectio dictos limites aliquantum egrediatur.

No.

De horologij portatilis rectificatione. Cap. 18.

CVM ex Aſtronomicis inſtrumentis quędam ſint ſtabilia, quædã portatilia; noſtra Solaria poſſunt vtrique numero aſcribi, quamuis magis illis conueniat firmitas, ſicut loci ſitus & circulorum diſpoſitio immutabilis eſt. Verùm, quæ portanda fabricantur, non niſi ad vſum climatis cui attributa ſunt, trãsferri poſſunt: non enim tolerant notabilem latitudinis mutationem: Neque ergo Solarium pro Sicilia mihi laboratum, conueniet Romæ, multóque minus Venetijs, aut in loco qui Septentrionalior, aut auſtralior eſt Sicilia nimio interuallo. Cum autem transfertur horologium per clima ſuum, ſemper erit rectificandum ad ſitum congruum, vt ſcilicet ad libellam locetur, & meridiana linea in ſua præciſe poſitione iaceat, & linea æquinoctialis à ſtylo verſus extantis poli partes in horizontali horologio obliquæ ſphærę: nam in ſphæra recta æquinoctialis linea per ſtyli pedem tranſit. Et rectificato ſic horologio horizontis, cætera horologia faciliter ad ſitum ſuum adaptantur. Namque meridianum horizontali horologio orthogonaliter erectum, meridianæ lineæ ponendum eſt æquidiſtãs: verticale autem ſimiliter ſuperſtructum ad æquinoctialis lineæ æquidiſtantiam: & cętera, vt ſitus eorum poſtulat. Sed audi quo pacto locandum ac rectificandum ſit horizontale Solarium: ſcis enim ſemper vmbræ gnomonis terminum ferri per circulũ in horologio æquinoctiali, in reliquis autem & horizontali per aliquam curuam periferiam: & ſinguli dies ſingulas habẽt periferias, quas vmbrarum limites deſcribunt. Si ergo tantæ capacitatis ſit horologiũ tuum, vt linearum interualla capiant horarum partes & ſingulorum parallelorum periferias;

ferias; consyderabis periferiam tui diei siue per arcus diurni quantitatem, siue per locum Solis periferiæ adscriptum; atque ita adaptabis portatile tuum Solarium, vt vmbra styli desinat in periferiam diei, desinat, inquam, in punctum quodpiam, quod à meridiana linea sit occiduum, si obseruatio antemeridiana fuerit: desinat verò in punctum periferiæ, quod à meridiana sit ortum versus, si post meridiem captes horam: sic enim in tali situ firmato horologio, Meridiana & reliquæ lineæ totumque horologium in situ proprio stabit, & vmbræ terminus inter lineas numeris inscriptas instantem horã manifestabit. Si autem non sit tantùm linearum Solarij tui interuallum, vt singulas dierum periferias recipere possit: recipiat quot potest, vtputa tot, vt arcubus diurnis p horã vel per horę dimidium crescentibus rñdeant, siue arcubus eisdem per horæ quadrantem augmentatis: & inde in rectificando situ solarij, cõsiderabis ex arcus diurni magnitudine, locóve Solis adnotato, duas periferias inter quas vmbra tui diei desinere debeat, interuallum quoque propinquitatis ad vtranque conijciens: Ibi enim sistendus est vmbrę gnomonicæ apex, habens tamen ab ea parte meridianam instrumenti, ad quam à meridiano Sol secesserit: sic enim instantis horę, vt prius, indicabit interuallũ inter lineas. Vnde quemsamodum, qui per Quadrantem Astrolabum, seu Quadratum horarium, aut quoduis aliud portatile instrumentum obseruat horam, cerostdesse debet vtrum ante vel post meridiem fiat obseruatio: ita & in tulario portatili, hoc idem prænoscat, necesse est. In hoc præcellunt Sabilia instrumenta portatilibus, quòd illa non indigent hac consyderatione atque rectificationis labore. Sed exponam hic in tabella differentias ascensionales, latitudines ortus, declinationes, ac Solis locos singulis arcubus diurnis per horæ quadrantem adauctis respondentes: In latitudine graduum 38. & $\frac{1}{2}$ quantam Messanensis noster horizon postulat: vt possint circumferentijs arcus ipsos in solario continentibus lateratim adnotari vtrinque. Poterit idem facere vnusquisque ad latitudinem loci sui: triuialis enim est Calculus & supputatoribus cunctis notissimus. Eccam nunc tabellam.

*Tabella arcuum diurnorum, differentiarum aſcenſionum, latitudinum ortus, declinationumq; ad lat. gr. 38 $\frac{1}{6}$

Arcus diurnus.		Differẽtia aſcẽſionalis. m.		Declinatio Solis. Mer.		Latitudo ortus ☉ Mer.		Locus ☉ in zod. aſcen.		Locus ☉ in zod. deſcen.				
Horæ.	m̄.	gr.	m̄	gr.	m̄.	gr.	m̄.	gr.	m̄.	gr.	m̄			
9	0	22	30	25	57	33	45	0	0					Extra zodiacum
9	1/4	20	37½	24	9	31	17	♑						
9	1/3	19	59	23	30	30	25	0	0	30	0	Tropicus	Capricorni	
9 ½		18	45	22	15	28	44	18	15	11	45			
9 ½	1/4	16	52÷	20	16	26	5	29 ♒	41	0 ♐	19	Paralleli Auſtrales.		
10		15	0	18	14	23	25	8	19	21	41			
10	1/4	13	7 ½	16	6	20	37	16	0	14	0			
10 ½		11	15	13	56	17	53	22	40	7	20			
10 ½	1/4	9	22÷	11	42	14	56	29	25	0 ♏	35			
11		7	30	9	26	12	1	5 ♓	44	24	16			
11	1/4	5	37½	7	6	9	2	12	0	18	0			
11 ½		3	45	4	46	6	3	18	0	12	0			
11 ½	1/4	1 A	52	2 Sep.	22	3 Sep.	0	24 ♈	0	6	0			
12		0	0	0	0	0	0	0	0	0 ♎	0	Æquino	ctialis.	
12	1/4	1	52½	2	22	3	0	6	0	24	0			
12 ½		3	45	4	46	6	3	12	0	18	0			
12 ½	1/4	5	37½	7	6	9	2	18	0	12	0	Paralleli Septẽtrionales		
13		7	30	9	26	12	1	24 ♉	16	5 ♍	44			
13	1/4	9	22½	11	42	14	56	0	35	29	25			
13 ½		11	15	13	56	17	53	7	20	22	40			
13 ½	1/4	13	7 ½	16	6	20	37	14	0	16	0			
14		15	0	18	14	23	25	21 ♊	41	8 ♌	19			
14	1/4	16	52½	20	16	26	5	0	19	29	41			
14 ½		18	45	22	15	28	44	11	45	18	15			
14 2/3		19	59	23	30	30	25	30	0	0	0	Tropicus	Cancri.	
14 ½	1/4	20	37½	24	9	31	17			♋				Extra zodiacum
15		22	30	25	57	33	45							

Quæ tabella deſinit fermè in Solis Tropicum æſtiuum, maximumque Solis arcum diurnum, maximam eius declinationem, maximam ortus latitudinem Cancri: ſicut ab hyberno tropico, minimoque arcu diurno,

diurno, maximaq; in oppositum declinatione, maximaq; eiusdem ortus latitudine capiebat exordium. Verùm mihi placuit extendere vtrinque tabellam ad extremos vsque parallelos, quos horizon loci tãgit: quorum eius, qui extat, arcus diurnus habet horas 24^{or} totus enim extat: arcus verò eius, qui delitescit, nihil, cũ totus lateat. Et vtrobiq; tam differẽtia ascẽsionalis, q̃ lat^{do} ortus est quadrans circuli: declinatio verò cõplemẽtum alt^{nis} poli. Et nota, ꝙ sicut ab æquatore ad manifestũ polũ sunt 12 paralleli, & totidẽ ab eodẽ ad occultũ, terminatores arcuũ diurnoꝵ integrarũ horarum: de quoꝵ numero sunt extremi duo, quos tãgit horizon: Sic & in plano horologij à linea æquinoctiali vtrouersum sunt totidẽ flexę, singulę à singulis dictorũ parall^{rũ} conis generatę: quæ suscipiũt extremitates vmbraꝵ, dũ Sol tales parallelos describit: de quarum flexarũ numero sunt extremæ, quas tãgũt lineæ horariæ ab or. vel occ. vt non semel dictũ est. Et attẽdẽdũ est, pspicacissime Lector, ꝙ deductis in plano horologij, exẽpli gratia, horizõtalis, tã horarijs, q̃ flexis lineis, tũc postea in circũstãtibus subuectisq; faciebus parietũ adstructoꝵ ad celsitudinẽ styli, cõtinuãdæ sunt tam rectæ lineæ horariæ, sicut in 16 cap. docuimus, q̃ flexæ secundum suã singulæ curuaturã; & per trapezioꝵ ab horarijs lineis factorũ, angulos circũducte absq; aliqua fractura: verũ in fastigijs planis dictorũ parietũ, quib. regula per acumẽ styli transiens, vtrinq; cõgruit; dictæ flexæ fiũt rectæ & cõgruunt atq; coeunt.

* Residuum dictæ tab. pro parallelis extra zodiacum.

Arcus diurnus. Horæ.	Differẽtia ascẽsionalis. A. gr.	m̃.	Declinatio paralleli. Sep. gr.	m̃.	Latitudo ortus paralleli. Se. gr.	m̃.	
15	22	30	25	57	33	45	
16	30	0	32	25	43	3	
17	37	30	37	45	51	9	
18	45	0	41	59	58	17	
19	52	30	45	15	64	20	
20	60	0	47	45	70	22	
21	67	30	49	28	75	39	
22	75	0	50	45	80	37	
23	82	30	51	35	85	25	
24	90	0	51	50	90	0	Parallel⁹ maxim⁹ ĩtegre apparentiũ.
Horæ.	M. gr.	m̃.	Mer. gr.	m̃.	Mer. gr.	m̃.	
0	90	0	51	50	90	0	Parallel⁹ maxim⁹ ĩtegre occultorũ.
1	82	30	51	35	85	25	
2	75	0	50	45	80	37	
3	67	30	49	28	75	39	
4	60	0	47	45	70	22	
5	52	30	45	15	64	20	
6	45	50	41	59	58	17	
7	37	30	37	45	51	9	
8	30	0	32	25	43	3	
9	22	30	25	57	33	45	

coeũt singulæ cum singulis horarijs lineis secãtibus tũ horas integras tũ dimidiatas à Meridie distinguẽtibus, ita vt vna quæq; flexa cũ vna quaq; horaria fiat vna recta linea. Namq; cum planũ dictorũ fastigiorũ incedat per acumen styli, hoc est per verticẽ oĩum conorũ cõem, secãs ipsas conicas superficies, facit nõ flexam, sed rectã lineam, per 3ᵃ primi conicorũ elemẽtorũ. Quod melius explanibitur insequẽti libello: vbi, declinationes, ascẽsiones, differẽtias ascẽsionũ, latitudines ortus, horã per altᶰᵉ, vmbrarũ mensuras, per linearum ductũ inueniẽdas dabimus absq; calculi adminiculo. Itaq;, cũ, extra eã, duæ flexæ hinc inde ab æquinoctiali recta auersę sint parallelorum arcus diurnos 13ᶜⁱ & 11ᶜⁱ horarum complexorum: earũ flexarum, quæ ad partes poli extantis, in dictis fastigiatis erectorũ parietum planis, coit cum linea horarum 6 ½ ante meridianarum: Quæ verò ad partes occulti poli, coit cum linea horaria horarum 5 ½ ante meridiem. Item duæ sequẽtes flexæ hinc inde, à paralleli arcuum diurnorũ horarum 14. & 10. generatæ, coibũt cum lineis horarijs, hæc quidem quinq; horarum, illa septem, antemeridianarum. Itaq; deinceps: de quo plenius in sequenti libro. Quanq̃ huiusmodi linearum coitum ideo semper fieri, quod tres ibi horarij circuli, quorum vnus est horizõ, & conica paralleli cuiusdam superficies ita se vicissim secẽt; vt trium planorũ & conicæ talis vnica recta sit cõmunis sectio, quiuis mediocris ingenij circulorum intersectionem in 2° capite positam intuens facile intelliget. Potest & rectificari horologium, hoc est, sisti ad positionem suam virtute Magnetis lapidis: cuius inuẽtio quamuis antiqua satis sit, tamen acus illius seu ferrei obeli attemperatio, qui vim à Magnetis cõtactu adeptus semper ad Septẽtrionem vergens horologij situm docet & ventorum plagas nautis indicat, neotericorum inuẽtum est, & maioribus nostris oĩno incognitum. Itaq; inuẽta primùm Meridiana linea per 7ᵘ caput, aptatoq; per eam & ad situm suum firmato horologio, cõsyderandus erit situs obeli Magnesij, eiq; directè subnotanda linea, seu figura præcise obelo similis & æqualis. Nam deinceps horologium transportatum, semper ad talem situm redigi poterit: tamdiu enim circumuertendum erit Solarium, quoad obelus, qui situm naturalem magnetis immotus seruat, sublineatæ figuræ superiaceat, ipsam cooperiens: sic enim horologium positioni congruè restitutum ad gnomonicæ vmbræ indicium horam cognitam exhibebit. Talis autem rectificatio fit in horologio horizontali, quod solum æquilibrij commoditatem præstare potest, suffulto mobiliter obelo, quo facili momẽto situm suum semper, vbicunq; conuerso horologio, assequatur seruetque. Verùm rectificato tam horizontali, iam & cætera horologia, quæ illi adhærẽt, facillime congruum situm, ex ijs, quæ dicta sunt, adaptari possunt.

Libri primi finis.

FRANCISCI MAVROLYCI, ABBATIS MESSANENSIS.

DE LINEIS HORARIIS, LIBER SECVNDVS.

Ad Io. Vegam, Siciliæ Proregem :

PRÆFATIO.

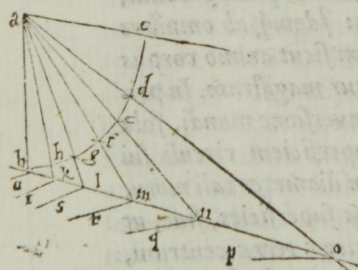


Atis quidem mihi fecisse viderer superiori libro de horarijs lineis scribenti; nisi flexarum quoque notitia, in quas umbræ desinunt, non parum faceret ad intelligendam optimè lineamentorum positionem : tales autem flexæ sunt Conicæ sectiones, Circulus, Parabole, Hyperbole, Ellipsis. Namque in ipso Æquinoctij die, umbræ terminus per rectam, quam æquinoctialem lineam appellauimus, defertur: Sole autem alibi constituto, aliquam ex dictis periferijs describit. Operæprecium igitur facturus uideor, & rem speculatiuis ingenijs gratissimam, si huiusmodi periferiarum proprietates & formas, quantum ad ipsum spectat negocium, hìc exequar : Quod cum ex conicorum elementorum doctrina pendeat, & ad subiecti theoriam magis, quàm ad praxim pertineat; ab his, qui de horologiis huiusmodi scripserunt, quos ego sciam, hactenus neglectum est. Ego uerò nullam unquàm lineationem, nullum calculum, nullius tabularis abaci, aut instrumenti usum unquàm probaui, cuius anteà speculationem non optimè perpenderim: Idemq; ab omnibus bonarum artium amatoribus faciendum censeo. Nam sicut animo corpus paret : sic practica philosophiæ pars theoricam sequitur magistram. In primis itaque intelligendum est, quòd in quotidiana conuersione mundi, sola diameter æquatoris circa centrum suum planam superficiem circuli sui describit : omnis uerò alia mundi extra æquinoctialem diameter tali motu, circaq; idem centrum conuersa describet duas conicas superficies, siue, ut vulgus vocat, rotundas pyramides, communem verticem terræ centrum, fixumq; diametri punctum habentes: quarum bases sunt circuli ab extremitatibus diametri per integram reuolutionem descripti, & æquatoris paralleli, & ab eo æqualiter remoti, & inter se equales. Hoc modo describuntur omnes paralleli contrapositi, & eorum conicæ superficies. Vnde illa sphæræ diameter, quæ communis sectio est horizontis obliqui ac meridiani, quæ linea meridiana est in horologio horizontali, in conuersione mundi describet conicas superficies, quarum bases sunt paralleli contrapositi, quo

contingit horizon & cæteri circuli horas ab ortu vel occasu terminantes. Contingit, inquam, in punctis, in quibus eosdem circuli horarij à meridie secant. Atque hi sunt extremi parallelorũ, ortum & occasum habentium: Cæteros enim omnes æquatori & extremis interiectos secat horizon & circuli compares: sicut & qui per polos. Et si paralleli deducantur per puncta sectionum circulorum horariorum; tunc in singulis punctis secabunt se vicissim tres circuli horarij, & parallelus: & quælibet mundi diameter per bina ex talibus punctis opposita connectens erit communis sectio trium prędictorum circulorum, hoc est, planorum, cum conicis superficiebus ipsius paralleli & contrapositi, per ipsam diametrum in conuersione mundi descriptis. Planum autem horologij secans circulos horarios facit rectas lineas horarias: secans verò conicas superficies, facit circulares seu flexas dictorum nominum periferias, de quibus deinceps agendum.

De situ & formatione linearum tam rectarum quàm flexarum in recto & in obliquo horizõte cum præambulis ad sequentia. Cap. 1.

IN VERTICALI horologio sphæræ rectæ, & in horizontali sub polo horariæ lineæ se vicissim in centro circuli secantes, periferiam per æquos arcus diuidunt. Contrà verò tam in horizontali recti situs quàm in verticali horologio polari horariæ lineæ sunt æquidistantes. Intelligo enim æquatoris quartam a b c. qui in situ sphæræ rectæ verticalis circuli vicem habet, ita positam, vt semidiameter a b. sit axis horizontis: semidiameter verò a c. axis meridiani, & in sex æquales arcus in punctis d e f g h. distinctam: & ducam per centrum a. & dicta puncta rectas, quæ incidant horologij horizontalis plano apud puncta k l m n o. in recta b o. quæ communis sectio est talis plani cum æquatore, & linea ęquinoctialis dicitur, tangens periferiam b c. apud b. propter angulum rectum a b o. Eruntq; circulorũ horariorum per polos ductorum in plano æquatoris a b o. communes sectiones, rectæ a b. quæ meridiana est a k. a l. a m. a n. a o. Cum plano autem horologij horizontalis communes eorundem circulorum sectiones erunt rectæ per eadem puncta ad ipsam b o. perpendiculares: quandoquidem circuli orthogonaliter secant æquatorem rectæ, inquàm, o p. h q. m r. l s. k t. b u. quæ meridiana est. Et hoc intelligam in reliqua ęquatoris quarta. Ecce igr̃ in verticali horologio sphæræ rectæ



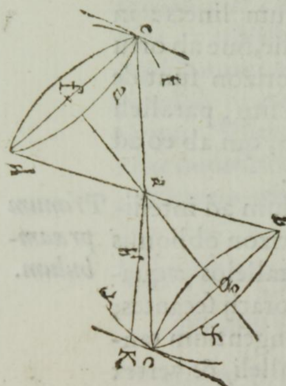
lineæ

lineæ horariæ a b.a k.a l.a m.a n.a o. ſecant periferiã circuli a b c. per æquos arcus: in horizontali verò eiuſdẽ ſitus horologio lineæ horariæ b u.k t.l s.m r. h q. o p. ſunt æquidiſtantes: ſicut & cæteræ lineæ in collaterali quadrante intellectæ. Sed æquator a b c.ſub polo fungitur vice horizontis. & planum b o p. ibidem murale eſt horologium: & perinde horariæ ibi horizontem per æquos partiuntur arcus: in verticali verò æquidiſtant, ſicut propoſitio concluſerat. Neque opus eſt in his horizontibus recto ſcilicet & polari, alijs horarum lineis: in recto enim eędem lineæ diſtinguunt horas ſiue à meridie, ſiue ab ortu & occaſu exorſas: quandoquidem meridianus & horizon ſunt de numero circulorum diſtinguentium. In polari autem ſitu, paralleli æquidiſtantes ſunt horizonti, hoc eſt, æquatori: & ideo, qui ab eo ad polum altum ſecedunt, expertes ſunt ortus & occaſus.

Pro cæteris autem horologijs hoc accipe præambulum ad intelligendas proiectiones & ſitus linearum. Nam ſicut horizon obliquus & cæteri circuli horarij tangentes tangunt duos parallelos æquatoris in ijs punctis, in quibus eoſdem ſecant circuli horarij ſecantes; ita & plana horizontis & cæterorum circulorum tangentium tangunt conicas ſuperficies, quarum baſes ſunt dicti paralleli, & vertex communis ſphæræ centrum, & contactus ſunt latera conorum, quæ ſunt communes ſectiones circulorum tangentium & ſecantium & ipſarum conicarum ſuperficierum. Quodcũq; autem planum, præter verticem, ſecat tam conicas ſuperficies, quàm plana tangentia & ſecantia: Illud ſecando, faciet in conica ſuperficie flexam: in planis autem tangentibus rectas lineas, quæ tangunt flexam in ijs punctis, in quibus ſecant latera conica prædicta, & in quibus dictam flexam ſecant rectæ, quas planum præter verticem facit in planis circulorum ſecantium. Atque hæ rectæ flexam ſecantes ſunt horariæ lineæ horarum à meridie terminatrices eius ſingulæ nominis, cuius circuli horarij, in quorum ſunt planis. Rectæ verò flexam tangentes, ſunt lineæ horarum ab ortu vel occaſu inceptarum, ipſis quidem circulis horarijs, à quorum planis fiunt, cognomines. Sit enim, exempli gratia, ſphæræ centrum a. & Meridianus, in quo puncta b c d e. ſecans duos parallelos contrapoſitos b x c. d z e. ſuper eorum diametris b c. d e. orthogonaliter, quia per eorum polos incedit: ſecans autem conicas eorundem ſuperficies communem verticem a. ſortitas faciat, per tertiam primi conicorum, triangula a b c. a d e. quæ orthogonalia erunt baſibus b x c. d z e. cùm planum b c d e. incedat per axem f g. coniungentem centra f g. baſium & per mundi polos euntem: Deinde horizon obliquus tangat parallelos b x c. d z e. in punctis c e. per 8ᵃ ſecundi ſphæricorum elementorum,

Primum præambulum.

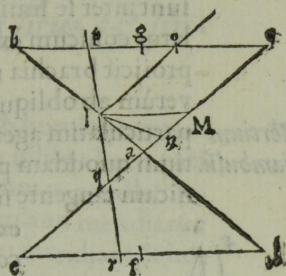
in quibus eoſdem ſecat meridianus a b c d.ſitq́ue periferia horizontis obliqui c y. e t. quo fit, vt communis ſectio meridiani b c d e. cum horizonte c y e t.ſit recta c a e.latus ſcilicet conicarum ſuperficierum. Dico itaque, quòd horizon tangit eaſdem conicas ſuperficies ſuper ipſum latus c a e.ſuper quo eaſdem ſecat meridianus. Quod ſic oſtendam: cum circulus c y e t.tangat circulum b x c.iam per diffinitionem in principio ſecundi ſphæricorum elementorum, communis ſectio planitierum talium circulorum quę ſit recta c k.tanget vtrunque circulum in puncto c.Nullum itaque punctum in plano circuli c y. extra lineam c a e erit in ſuperficiebus conicis: ſed vnumquodque extra eas. Aſſumatur enim in dicto plano punctum quoduis h. extra lineam c a e.& ducatur linea recta a h. & producatur donec incidat lineæ c k. ad punctum k. omnino enim incidet ad aliud punctum quàm c.Itaque pũctum k.erit extra periferiam b x c. quandoquidem recta k c. tangit periferiam dictam in ſtylo pũcto c.Et perinde linea recta a h k. erit extra conicas ſuperficies: & ideo punctum h.extra eaſdem. Similiter oſtendam, quòd omnia puncta in plano circuli c y. extra lineam c a e. recepta, erunt extra conicas ſuperficies: Quamobrem planum circuli c y. ſuper ſolũ latus c a e.tangit conicas ſuperficies. Et ſicut hoc ipſum demõſtratum eſt de meridiano & horizonte; ita de quibuſlibet alijs duobus horarijs circulis vno tangente & altero ſecante ſuper contactum demonſtrabitur. Vt autem reſiduum propoſiti explanetur, ſit in exemplum planities quæpiam pręter verticem conicum a.vtpote planum circuli b x c.ſecet conicam ſuperficiem, & facta ſectio ſit flexa b x c.ſecet planum circuli tangentes c y.& ſectio ſit recta c k.quæ iam tangit flexam in puncto c.in quo planum dictum ſecat latus conicum a c. & in quo flexam ſecat recta b c.quam dicta planities facit cũ plano a b c.circuli ſecantis. Quod enim rectæ lineæ ſint communes ſectiones planorum, patet per tertiam vndecimi Euclid. Quod autem ſectus conus plano præter verticem flexam faciat, patet in genere ex 2ª primi conicorum, ſpeciatim vero 4ª. 11ª. 12ª. & 13ª. eiuſdem. Itaque recta b c.ſecans flexam, erit horaria linea terminatrix horæ à meridie, quam terminat circulus a b c.in cuius plano iacet. Itemq́ue recta c k.tangens flexam, erit horaria linea horam ab ortu vel occ.diſcriminans, quam circulus c y. à quo generatur, diſcriminat. Vtpote meridianus circulus facit meridianam lineam: proximus autem ad occaſum per polos, primam poſt meridiem, & cæteri deinceps cæteras. Horizon autem facit horizontalem



zontalem

zontalem lineam, quæ initium est horarum ab ortu vel occasu numeratarum: proximus autem tangens secundum ordinem motus primi, primæ horæ ab ortu vel occ. lineam facit: & deinceps singuli singulas suas. ¶ Ponam nunc aliud præambulum, vt dictum plani conos secantis, flexasque in conica superficie facietis, ac paulatim flexarum qualitatem, quantum opus est, manifestemus. Resumo igitur conos a b c. a d e. communem verticem a. per rectam b a d. puncto a. stante circa periferias æqualium parallelorum b c. d e. circumactam descriptos: quos, vt dudum, planum per axem f a g. secet, faciens per tertiam primi conicorum, triangula a b c. a d e. basibus orthogonalia: In quorum vno vtpote a b c. protraham 4^{or} lineas.: sic in vno laterũ a b. a c. quod sit a b. capiam contingens punctum quod sit l. per quod ducam ipsi b c. basi æquidistantem l m. vsq; ad latus a c & non æquidistantem l n. incidentes lateri a c. ad puncta m n. Item ducam lateri a c. æquidistantem l o. quæ ipsi b c. occurrens apud o. nusquàm coincidit lateri a c. in infinitum. Ducam & inter b o. puncta eandem lineam l p. quæ producta incidat lateri a e. apud q. & basi d e. apud r. quæ similiter nusquam alibi, quanquàm in infinitum producta, coincidet lateribus triangulorum. Deinde super singulas has quatuor lineas. l m. l n. l o. p q r. superstruam singula plana orthogonalia in planum triangulorum a b c. a d e. eaque extendam, vt secent conicas superficies: facient enim quacunque secare possunt producta in conicis superficiebus singula periferiarum genera, de quibus Apollonius latissimè differit in octo conicorum libellis. Namq; sectio facta à plano secante per l m. ducto, circulus erit, cuius diameter l m. per quartam primi conicorum: quandoquidem planum tale secans æquidistat basi conicæ b c. Sectio autem à plano secante per l n. ducto facta oualis quædam periferia erit, quæ Ellipsis dicitur, cuius axis siue diameter maior l n. per 7^{a} & 13ª primi conicorum. Sectio verò à plano l o. in cono facta erit curua quædam periferia, cuius crura per conicam superficiem infinitam in infinitum procedunt dilatata, cuius axis seu diameter l o. quæ nusquam, & si in infinitum producta, occurret conicæ superficiei, quæ sectio à præstantissimis Geometris parabola dicitur, vt constat per 11^{am} primi conicorum. Sectio denique à plano per p l q r. ducto generata duplex est: nam vtrunque conum secat: & similes in singulis conis sectiones fiunt. quarum axis seu diameter communis est l q. hæc autẽ est curua quarti generis periferia, cuius brachia per conicam superficiem delata in infinitum augentur: quę sectio hyberbole uocatur, tam

Secundũ præambulum.



in vno cono, quàm in altero : vnde & ambæ hyperbolæ contrapositæ dicuntur, vt patet per 14ª primi conicorũ. Ex his solus circulus habet vniformem periferiam : congruũt enim in vno circulo arcus æquales. Ellipsis autem quàmuis in se ipsam perfecto ambitu coeat, tamẽ circa vertices maioris diametri suscipit curuatiorem periferiam : & eò est oblongior, quò planum secans obliquius est ad conum. verùm semper à præcipuis diametris sese orthogonaliter secantibus distinguitur in 4^{or} quadrantes inter se similes & æquales. Parabola verò brachia in infinitum protendens, sicut semper minuit pedetentim, ita nunquàm deserit curuaturã : & in duo similia secatur ab axe. & omnes parabolæ sunt inter se similes, sicut & circuli: fiũt enim eodẽ ductu plani penes latus conicum extẽsi. Non aliter hyperbole, vtrinq; ab axe suo similia proijcit brachia nũquàm coeũtia & paulatim curuaturam minuẽtia: verùm ab obliquiore plano angustior generatur hyperbole. Sed de his particulatim agetur per singula horologia. ¶Sed prius exponam tertium quoddam præambulum, quod est tale: Plano quopiã circuli conicam tangente superficiem: omnis recta æquidistans lateri contactus extra planum tãgens ad partes coni, producta omnino coincidet superficiei conicæ.

Tertium pambulũ.



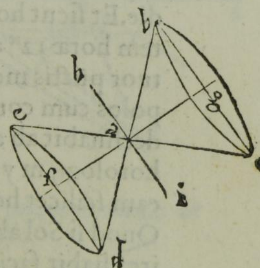
Resumam lineamentum primi præambuli, in quo conum a b c. cuius vertex a. basisque circulus l x c. tangit planum circuli c y. super latus conicum a c. existẽte basis & plani tangentis cõi sectione recta c k. quæ vtrunque circulum tangit, vt constitit. Et ponatur per quoduis pũctum extra planũ a c k. tangens, ad partes tamen coni, quod punctum sit s. ipsi a c. lateri contactus æquidistans recta s u. quantũlibet remota à plano & à cono. Aio, quòd linea s u. producta coincidet omnino conicæ superficiei in infinitum extensæ. Quod sic demonstrabo: Cùm linea s u. sit æquidistans ipsi a c. quæ ad punctum c. occurrit plano basis b x c. iam & ipsa eidem plano coincidet : coincidat ad punctum u. Et coniũgatur recta c u. quæ, per 15ª tertij elementorum secabit circulum b x c. qñquidem recta c k. tangit eundem. secet in puncto x. Et ducatur latus conicum a x. per p^{a} primi conicorum. Erunt ergo, per 7ª vndecimi elementorum lineæ a c. s u. a x. in vno plano: coincidit autem x a. linea ipsi a c. lineæ apud a. Igitur & eius parallelo s u. coincidet. Verùm per primam primi conicorum a x. continuata semper iacet in conica superficie : Itaque s u. ipsi iam a x. coincidens conicæ superficiei, sicut demonstrãdum proponitur, coincidet. ¶Postremum præambulum erit. Plano tangẽte conicam superficiem, omnis

Quartũ pambulũ.

omnis recta in ipso plano iacens & æquidistans lateri contactus, nunquàm occurret conicæ superficiei, quanquàm in infinitum & vtrouersum continuata. Nam, sicut in primo præambulo fuit ostensum, contactus plani cum conica superficie fit solum super ipsum latus contingentiæ: & omnia dicti plani puncta extra hoc latus, sunt extra conicam superficiem: igitur linea in ipso plano existens & lateri dicto æquidistans, quoniam semper extra latus cadet, semper extra conicam superficiem deferetur.

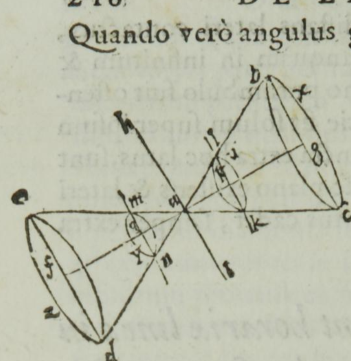
De flexis, quas secant & tangunt horariæ lineæ in obliquis horizontibus, & singulos situs & singula horologia. Cap. 2.

HIS præmissis, veniam ad singularia, incipiēs ab horologio æquinoctiali, quoniam illud vsum præstare potest cuilibet horizonti si ad eius situm adaptetur. Sit itaque sphæræ centrum a. parallelorum, quos tangit horizon obliquus, diameter b c. d e. in plano meridiani: eorum centra f g. per quæ axis mundi f g. cōis sectio meridiani & horizontis linea e a c. quæ latus conicum est, super quo horizon tangit conicas superficies, quarum communis vertex a. & bases b x c. d e z. circuli. linea b a d. communis sectio mer^{ni} cum circulo horæ 12^{æ} ab or. vel oc. quæ latus conicum est, super quo circulus horæ prædictæ tāgit conicas superficies: sicut in p° præambulo præcedētis capitis ostensum fuit. Et in eodem plano mer^{ni}, linea h a i. secet ad rectos axem f a g. eritq; h a i. cōis sectio meri^{ni} & æquatoris. Eritque angulus c a g. & vnusquisq; trium reliquorum inter axem & conica latera contentorum & ad punctum a. coeuntiū, alt^{do} poli, siue latitudo regionis: Angulus autem e a h. & vnusquisq; trium reliquorum, prius dictis extrinsecorum, fiet complementum dictæ altitudinis poli, seu localis latitudinis. Quod quidem lineamentum singulis sitibus obliqui horizontis erit cōmune, angulo quidem lat^{nis} ad situm propositum determinato. Vbi in primis notādum est, quòd quando angulus g a c. altitudinis poli minor est dimidio recti, hoc est 45. gradibus; tunc angulus b a c. est acutus & eius contrapositus. Qn̄ autem angulus g a c. est dimidium recti, tunc anguli octo ad pūctum a. coeuntes, sunt æquales inter se: & tunc linea b a d. est axis horizontis: & iacet in plano circuli verticalis, qui in tali situ est idem cum circulo prædicto horæ duodecimæ tangens conos super lineam b a d.



Quando

Quando verò angulus g a. c. excedit recti dimidium, tunc altitudo poli incipit excedere altitudinem æquinoctialis. ¶ In horologio itaque æquinoctiali horariæ lineæ secantes circuli periferiam secant, in ijs punctis, in quibus eandem tangunt lineę horarum tangentes. Sic fit vt, omnis linea secans circulum in duobus punctis secent, ad diametrum positis, in quibus eundem tangunt duæ tangentes & æquidistantes: Capiam enim ad hoc intelligendum in præfato lineamento, ex axe portiones a p. a q. æquales, quæ m͂ pro stylis erunt. & per signa p q. producam plana æquidistantia basibus b x c. d z e. conorum quæ conos secando, facient, per 4ª primi conicorum circulos, qui sint l u q. m y n. quorum centra p q. eruntque lineæ l k. m n. eorum cum meridiano communes sectiones: & perinde lineæ meridianæ dicentur. Cæteri autē circuli horarij per polos super axe f g. se inuicem secantes, secabunt circulos l u k. m y n. in arcus 24ᵒʳ æquos, facientque in eorum planis diametrales lineas horarū à meridie. Et sicut horizon tangit ipsos circulos in punctis k m. circulus autem horæ 12ᵉ ab ort. vel oc. tangit eosdem in pūctis l n. in quibus quatuor pūctis meridianus secat eosdem; ita & reliqui circuli horarij per polos cum correlatiuis circulis tangentibus facient. Quando ergo Sol declinabit ab æquatore h i. ad partes poli extantis g. spectabit faciem horologij m y n. & in eam proijciūtur vmbræ styli q a. extremitas in eam scilicet horariam lineam, cuius horarium circulū Sol possederit. Quod si Sol ab æquatore h i. declinauerit ad partes occulti poli f. tunc irradiabit faciem horologij l u k. & vmbræ à stylo p a. proiectæ similiter horarum indices erunt. In ipso verò æquinoctij vtriuslibet die radie iaculabitur vmbras per vtranque faciem infinitas. ¶ In horologio autem horizontali obliqui situs, horariæ lineæ secantes parabolen secant singulæ, meridiana linea excepta, in duobus punctis, in quibus hinc inde tangunt eandem geminæ lineæ horariæ tangentes. Nam meridiana linea cùm sit diameter transuersa parabolæ, in solo vertice secat eam, vbi eandem tangit linea horæ 12ᵉ. Horizon autem, qui æquidistat horologij plano minime facit lineam. Repetita itaq; conorum descriptione, per pūctum a. traducam ipsi e a c. ad rectos lineam s a r. vt ipsæ a r. a s. sint mihi pro stylis inuicem æquales. Et per pūcta r s. ducam ipsi e a c. æquidistantes indefinitas: quæ quidem secent b c. e d. rectas apud l n. axem autem apud q p. ipsam b d. apud k m. ipsamq;



Horologiū æquinoctiale.

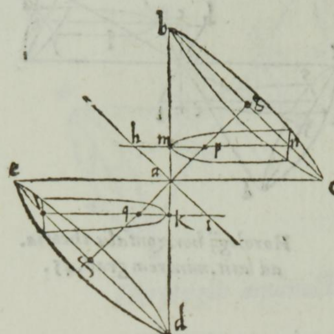
ipſamque h i. apud eaſdem notas. Et ſuper ductas l i.n h. erigam plana parallela & ad meridianũ orthogonalia : quæ conos a b c. a d e. ſecantia facient per vndecimã primi conicorũ parabolas circum diametros k l. m n.quæ ſint x k z. v m y. Sicut itaque meridianus eas parabolas ſecans facit lineas meridianas i l. h n. ita & reliqui circuli per polos facient in planis parabolarum cæteras lineas horarum à meridie ſe inuicem in puncto axis p.vel q.ſecantes : quæ ſingulæ, per 27ª primi conicorum,vtrinque coincident periferiæ, in punctis videlicet, in quibus eandem tangent lineæ horariæ tangentes, vt in primo præambulo præmiſſi oſtenſum fuit. Nam meridiana linea i l. vel h n. quæ ſunt axes parabolarum in ſolo vertice k. vel n.ſecat parabolam : vbi eandem tangit linea horæ 12æ ab ort. vel occ. Itaque in plano parabolæ x k z.ſtylus r a. in plano autem parabolæ v m y. ſtylus a s. vmbram proijciet, eius horæ indicem, in cuius circulo Sol tunc locabitur. Et ſicut planum parabolæ x k z. eſt horologium ad noſtrum ſpectans hemiſphærium: ita planum parabolæ v m y. ac noſtros pertinet antichitiones. Illic ergo in linea meridiana conſyderantur quatuor puncta, tam in vno, quàm in altero horologio : ſcilicet punctum r.qui pes eſt ſtyli : punctum q. in axe, in quo lineæ horariæ ſecantes ſe inuicem ſecant: pũctum i.quod ſuſcipit extremum vmbræ meridianæ æquinoctialis : & punctum k. qui vertex eſt parabolæ. In altero autem horologio ipſa hæc puncta ſunt apud f p dn.Verùm hic facienda eſt diſtinctio ſecundùm horizontem ſitus.Nam ſi quidem loci latitudo fuerit minor. 30.gradib.tunc r. punctum erit vicinius pũcto i. quàm puncto k. quandoquidem tunc anguli b a k. r a i. ſinguli cùm ſint minores. 30.grad.angulus r a k. maior 30. ſupereſt. Si autem loci latitudo fuerit grad.30.præciſe; tunc r.punctum medium erit inter i k.puncta:quoniam anguli tunc prædicti 30.grad.ſinguli. Si verò loci latitudo maior ſit quàm 30.grad.inferior autem 45.tunc, collatis ijſdem angulis, punctum r.vicinius puncto k.quàm puncto i.

Horologij horizontalis theoria. ad latit.minorem grad.45.

Horologij horizontalis theoria ad lat.grad.45.

con-

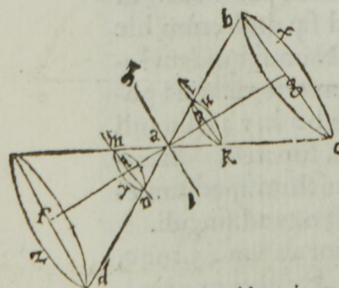
cõcludetur. At ſi loci latitudo fuerit 45. grad. tunc punctum r. quod eſt pes ſtyli, cadet in ipſum k. punctum parabolæ verticem: quod erit inter q i. medium. Item, ſi loci latitudo fuerit maior quidem gr. 45. minor verò 60. tunc punctum r. cadet inter puncta k q. vicinius puncto k. Adhuc, ſi loci latitudo fuerit præciſè 60. graduum, punctum r. medium erit inter pũcta q k. Si denique latitudo 60. gradus exceſſerit, punctum r. magis approximabit puncto q. Nobis tamen: ſatis erit tres poſuiſſe deſcriptiones: vnam pro latitudine minori 45. gradibus: alteram pro 45. grad. reliquam pro maiori. Nam ex prima & tertia cæteri ſitus facilè noteſcent. Lineas autem horarias in his horologijs non protraximus: eas enim lectoris perſpicacia intelliget, præſertim in 9°. 10°. 11°. & 12°. præcedentis libelli capitibus in exemplum praxeos delineatas. Item notandum quòd dato, quòd Sol deferatur in periferia baſis vnius conorum per motum diurnum: tunc vmbrę ſtyli extremitas circumlata deſcribet ipſam circuli ſeu parabolæ periferiam in altero cono per planum horologij factam. Adhuc ſciendum, quòd ſi ſuper axem meridiani circumuoluantur præſcripta horologia ſemicirculari conuerſione, iam vnum ex eis redigetur in ſitum alterius: hoc eſt inferius ad ſitum ſuperioris, & ſuperius ad ſitum inferioris: de qua conuerſione in 15° cap. præmiſſi lib. actum eſt. Quæ tamen ideo huc inducta ſunt, vt horologiorum theoria innoteſcat lectoribus apertiùs.



Horologij horizontalis theoria ad lat. maiorem grad. 45.

De horologio verticali & meridiano horizontis obliqui, quæque in eis flexæ ſecentur & tangantur à lineis horarijs. Cap. 3.

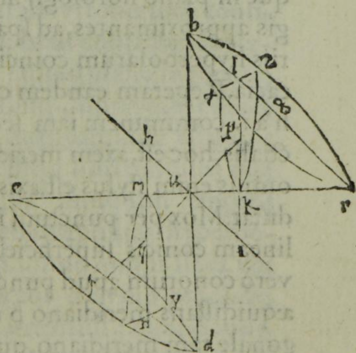
PERSEVERABO in eadem conorum deſcriptione, ſupponens angulum latitudinis loci g a c. primo minorem dimidio recti: nanq; in horologio verticali talis ſitus horariæ lineæ ſecantes ſecant ellipſim in binis ſingulæ pũctis, in quibus tangunt eãdẽ lineæ horariæ tãgentes. & ſtylus erit portio axis verticalis: ſicut in horizõtali horologio fuit portio axis horizõtis. Itaq; de linea e a c. quæ communis ſectio eſt merni & horizontis



Horologij verticalis theoria ad lat. minorem gr. 45.

horizontis & axis verticalis circuli, capiam æquales portiones a k. a m. quæ mihi pro stylis erunt. & per puncta k m. ducam ipsi e a c. perpendiculares k l. m n. quæ productæ coincidant axi apud p q. puncta: lateribus conorum apud k l. m n. puncta: & ipsi h i. æquinoctiali apud easdem h i. notas. Deinde lineis k l. m n. superstruam plana triangulis a b c. a d e. hoc est plano meridiani orthogonalia: quæ per 13^{am} primi conicorum, secando conos facient ellipses, quarum diametri primæ sunt k l. m n. Vnde sicut meridianus has ellipses secans, facit lineas k l. m n. horologiorum scilicet meridianas; ita & reliqui horarij circuli per polos secantes earundem ellipsium plana facient reliquas horarias lineas, quæ secantes se super axem apud p q. puncta singulæ tam vnam, quàm alteram ellipsim in binis punctis secabũt, in quibus eandem tangent lineæ horariæ tangentes à circulis horarijs conos tangentibus in ipso vtriuslibet ellipsis plano factæ. Sicut linea horizontalis in punctis k m. & linea horæ 12^{æ} in punctis l n. tangunt ellipses, in quibus easdem secat meridianus. Stylus autem a k. in planum k u l. quod ad meridiem vergit: Stylus verò a m. in planum m y n. quod ad altum spectat polum; vmbram proijciens, eius horæ lineam percutiet, à cuius circulo Sol radiauerit. Et in vtroque huiusmodi horologio quatuor sunt puncta consyderanda: puncta scilicet p q. in quibus singulis lineæ horariæ secantes se vicissim intersecant: puncta k m. quibus gnomones infixi sunt k a. m a. commune acumen a. in centro sphæræ habentes: per quæ quidem transit linea horizontalis horæ 24^{æ} ab ortu vel occasu. puncta l n. per quæ incedit linea horæ 12^{æ} horizontali æquidistans. pũcta demum h i. vmbras æquinoctiales meridianas terminantia. Reliquas lineas hic Lectoris perspicacia, sicut in 13° cap. præcedentis lib. descriptæ sunt, imaginabitur.

In horologio autem verticali obliqui horizontis, cuius latitudo habet dimidiũ anguli recti, horariæ lineæ secantes secant parabolen singulæ, meridiana excepta in duobus punctis, in quibus lineæ horarię tangentes tangunt eandem: quemadmodum in horologio horizontis eiusdem fieri contingit. Ducam ergo in lineamento semel assumpto, per pũcta k m. qui sunt stylorum æqualium pedes, lineas k l. m n. ad rectos ipsi e a c. & axi coincidẽtes apud p q. lineæ h a i. apud a i. & super eas structim planities meridiano orthogonales conum vtrunque secantes faciant, per vndecimam primi conicorum,



Horologij verticalis theoria ad latit. gr. 49.

nicorum, parabolas circa diametros k l. m n. quæ ſint x k z. u m y. in quibus ipſæ diameter communes iam ipſarum parabolarum cum meridiano ſectiones erunt lineæ meridianæ ſecantes periferias ſolùm apud vertices k m. per quos incedit linea horizontalis tangens eaſdem: Similiter & aliæ horariæ lineæ ſe viciſſim in puncto p. punctoque q. ſecantes per 27ª primi conicorum, in binis ſingulæ locis parabolam ſecabunt: vbi & eandem tangentes horariæ contingent. Puncta verò h i. ſuſcipient extrema vmbrarum æquinoctialiũ in meridie. Et ad ſummam omnia fient ſicut in ſecunda deſcriptione horologij horizontalis ad latitudinem grad. 45. dudum expoſita: ſi pro horizontalibus verticalia plana capiantur, quarum vnum ad meridiem, alterum ad extantem vergat polum, indidem Solarem radium ad horas indicandas excipiens. At in horologio meridiano cuiuſlibet horizontis obliqui lineæ horariæ, quæ à meridie horas numerant, ſunt æquidiſtantes, vt in decimo cap. præcedentis libri oſtenſum eſt, atque ſecant hyperbolas vtriuſque coni contrapoſitas: ſic vndecim lineæ, paralleli, quarum media eſt ſextæ horæ index, ſecãt vtramque contrapoſitarum ſingulę: fiuntque duo ac viginti puncta ſectronum. Nam circulus meridianus, cum ęquidiſtans ſit horologij talis plano, iam, vt diximus, nequaquam proijcit in plano lineam. in ſingulis autem dictis duobus ac viginti punctis tangunt eaſdem periferias ſingulę tangentes lineę, quę ab ortu vel occ. diſtinguunt horas: hoc eſt vndenę tangunt vnam hyperbolen in punctis, in quibus eam ſecant lineę horarum ęquidiſtantes: & cęterę vndenę tangunt reliquam hyperbolen in punctis totidem vbi eandem ſecant ęquidiſtantes prędictæ. Nam reliquę duę ex numero tangentium, quę ſunt linea horizontalis & linea horę 12ª ab ortu vel occa. iam hic reſtant Non tangentes: ſecant enim ſeſe in centro contrapoſitarum, & vtrinque in plano horologij in infinitum productæ ſemper magis ac magis approximantes, ad ſpacium quouis dato minus, nunquàm periferijs hyperbolarum coincidunt. Hic opus eſt maxime lectoris perſpicacia. Repetam eandem conorum ſtructuram: Ponam tamen lineam h a i. communem iam ſectionem horizontis, verticalis & æquinoctialis, hoc eſt, axem meridiani, ita vt a i. ſit ſtylus meridiani horologij: omnis enim ſtylus eſt axis eius circuli, cui planum horologij æquidiſtat. Mox per punctum i. ducam axi mundi f g. æquidiſtantẽ l k i m n. lineam conicis ſuperficiebus incidentem apud puncta k m. baſibus verò conorum apud puncta l n. Et per lineam l n. ducam planum æquidiſtans meridiano b c d e. Eritque planum, in quo f g. l n. orthogonale tam meridiano, quàm plano horologij, planum videlicet circuli horæ ſextæ per polos ducti, qui & ſuper lineam h a i. ſecat ſe cum hori-

horizonte, verticali & meridiano: & ſecans conos per verticem, facit rectas a k. a m. æquales. Itaque planum per lineam l n. æquidiſtans meridiano, iam per 14ᵃ primi conicorum, faciet in conis ſingulas hyperbolas, quæ vocantur Cõtrapoſitę: quarum communis diameter k m. centrumque i. quę ſint k z x. m u y. Et ſicut planum circuli per polos horę ſextę, in quo △. a k m. facit ſecãs planum hyperbolarum lineam horariam l n. horę eiuſdem; ita & reliqui horarij circuli per polos faciunt idem hyperbolarum planum ſecantes cæteras horarum lineas parallelos, quę hyperbolarum periferias ſecant illam in vndecim, & hanc in totidem punctis, in quibus eaſdem contingunt 22. lineæ horarum tangentes. Nam reliquæ duæ tanctum nuſquàm admittunt in horologij plano: Quod quidem ſic demonſtratur: Horizon tangit conicas ſuperficies ſuper latus conicum e a c. At circulus horæ 12ᵃ tangit eaſdem ſuper latus conicum b a d. ſuper quæ latera ſecat eaſdem meridianus, per primum præambulum præcedentis capitis. Latus autem e a c. æquidiſtans eſt lineæ horizontali in plano hyperbolarum factæ: ſunt enim communes ſectiones horizontis & æquidiſtantium planorum; & ſimiliter latus b a d. æquidiſtat lineæ horæ 12ᵃ in eodem contrapoſitarum plano proiectæ: ſunt enim communes ſectiones circuli horæ 12ᵃ & æquidiſtantium planorum. per 16 11. Eucl. Quoniam igitur linea horizontalis & latus contactus in ipſo tangente plano æquidiſtant, iam linea horizontalis per quartum præambulum, nunquàm occurret ſuperficiei conicæ, & perinde nunquàm tanget hyperbolen, hinc vel inde, quàmuis in infinitum vtrouerſum continuata. Similiter, quoniam linea horæ 12ᵃ, & latus contactus ſupercirculus talis horę tangit conum, æquidiſtant in ipſo plano tangente; iam linea horæ præfatę, per dictum pręambulum, nunquàm conicę ſuperficiei, & perinde contrapoſitis periferijs quantumlibet vtrinque producta, coincidet. Duę igitur linea tales, ſcilicet horizontalis, quę eſt horę 24ᵃ ab ortu vel occ. & linea horę 12ᵃ nunquàm tangent quàmuis in infinitum vtrinque continuatę contrapoſitas hyperbolarum periferias in horologij meridiani plano. Immo omnis linea vni earum ęquidiſtans ipſique & periferiæ interiacens omnino producta coincidet periferię, per tertium pręambulum præmiſſi: quandoquidem per nonam vndecimi Eucl. æquidiſtans erit lateri contactus: & extra planum tangens ad partes coni. Ex quibus ſequitur, vt dictę duę

Horologij meridiani theoria.

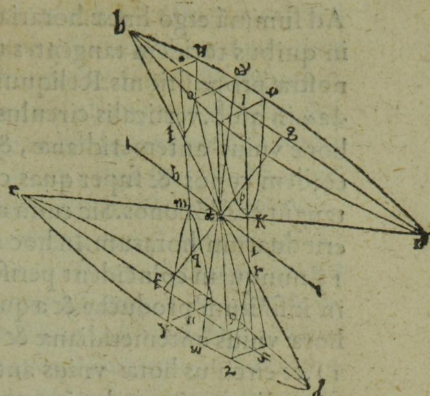
lineæ

lineæ horariæ horizontalis; ſcilicet & horæ 12. in plano horologij meridiani per punctum. 1. quod eſt centrum hyperbolarum tranſmiſſæ ſint ipſarum Non tangentes. Talis enim conditio nullis niſi Non tangentibus, accidit. Et hoc erat demonſtrandum. Hoc itaque horologium meridianum ita locandũ erit, vt linea l in. cum linea horizontali, angulũ æqualem loci latitudini cõtineat, horologio penes meridianũ diſpoſito. ut licet ſtylus i a. in axe meridiani ſitus reſpiciat ortum vel occaſum vmbramq; iaciat ad eius horæ lineam, cuius tũc circulum Sol poſſidet, quamquam iſtoc horologium ſuper axe mundi f g. conuerti poſſit ad diuerſos ſitus: ſicut in 15. cap. præmiſſi libri docuimus.

De horologio verticali ad latitudinem gr. 45. maiorem, deq; contrapoſitis periferijs, quas in eo lineæ horariæ ſecant & tangunt. Cap. 4.

IN horologio verticali ad latitudinem, quæ dimidium recti anguli excedit horariæ lineæ ſecãtes, ſecant contrapoſitas hyperbolas ſingulæ in binis pũctis: quæ duo puncta ſunt, aut in vna tantùm ex periferijs: aut ſingula in ſingulis: ſic fiunt 24^or puncta, in quibus totidem lineæ hororariæ tangentes contingunt dictas periferias. Quando autem circulus verticalis ſecat conos ſuper bina latera conctatuum, abſcindens videlicet de baſi conico arcum duarum, aut 4^or aut ſex, aut alterius paris numeri horarum: tunc lineæ horariæ à circulis Conos ſuper dicta latera tangentibus in horologij plano factæ, nuſquam cum periferijs tactum admittunt: quanquam in infinitum ad vtraſque continuatæ: ſunt enim non tangentes contrapoſitarum. lineæ verò horariæ à circulis per polos, qui ſuper dicta latera conos ſecant, in horologio factæ ſunt non tangentium ſingulæ ſingularũ eqdiſtantes: quare per 13^a ſecundi conicorum, & ſingulæ in ſingulis punctis vnam tantùm hyperbolarũ ſecabunt. Et euaneſcent de numero 24. punctorum, duo puncta cõtactuum, ſicut & ſectionum. Iam enim in pręcedentibus cum conſtiterit ad latitudinem gra. 45 minorem, conos, quos Hori zon contingit verticalis horologij plano ſecto (ſingulas ellipſes efficere, ad latitudinem verò præciſe graduum 45. parabolas: Hic ad latitudinem gr. 45. maiorem demonſtrandum eſt, eiuſdem plani ductu in huiuſmodi Conis effici contrapoſitas hyperbolas. Oportebit enim in præſcripta Conorum deſcriptione angulum g a c. latitudinis talis excedere dimidium recti: & perinde totũ angulum b a c. maiorem eſſe recto: Quare planũ circuli verticalis ſecabit Conos per verticem a. faciens per 3^a primi

contrian-



cõtriangula a θ ψ. a φ ω. Aſſumptis ergo, vt in præcedẽti, æqualibus ſtylis a k.a m.ductisq; per pũcta k m. planè ad æquidiſtantiam verticalis, ſcilicet dictorũ triangulorũ, fiẽt per 14^{a} primi conicorum ac 2^{u} præambulũ p^{o} cap. huius lib. ductu taliũ planorũ vtrinq; à verticali binæ hyperbolæ ↄ̄poſitæ. Circa diametros k r.m t. Ita quidẽ vt puncta k r. m t. ſint vertices ipſarum k m.ſcilicet pedes gnomonũ k a.m a. quæ ſũt portiones axis ipſius v̄ticalis qui axis eſt cõis ſectio horizõti & meridiani, latusque conicum contactus horizontis ad conos.ſicut linea b t r d.cõis ſectio meridiani & circuli horæ $12^{æ}$ latusq; cõtactus eiuſdẽ circuli ad conos. pũcta autẽ p q.in quib.axis mũdi occurrit diametris hyperbolarũ:& ĩ qb.lineæ horariȩ ſecãtes ſe inuicẽ ſecant,de quarum nũo ſunt ipſæ ↄ̄poſitarũ diameter l k s.n m o.pũcta demũ h i.q̄ terminãt vmbras $merid^{as}$ æquinoctiales k i.m h. Sicut ergo linea l p s.à mer^{no} facta in plano ↄ̄poſitarũ kx.rz. quæ linea mer^{na} eſt,ſecat ↄ̄poſitas in pũctis k r. in quib.eaſdẽ tãgũt in eodẽ plano linea $horiz^{lis}$& linea horæ $12^{æ}$:ita & ſingulȩ cæteræ lineȩ horariæ ſecãtes à cæteris circulis horarijs p polos in dicto plano factȩ ſeq; inuicẽ ad pũctũ p.ſecãtes,ſecãt dictas ↄ̄poſitarũ periferias ĩ binis pũctis, in quib. eaſdẽ tãgunt lineæ horariæ tãgentes,à cæteris circulis conos tãgentibus in dicto plano factæ.Nam,per $Coroll^{iũ}$ $33^{æ}$ ſecundi conicorũ, nulla linea periferijs ↄ̄poſitarum, plurib. quàm in duobus locis coincidere poteſt.Itaq;ſi linea horaria ſecãs per punctũ p.ducta, ſecet hyperbolen k x.in duobus locis,iam tũc ipſi r z.ↄ̄poſitæ coincidere non poteſt per 33ª prædictam. ſi autem in vno loco,tũc aut non coincidet ↄ̄poſitæ r z.per 13ª ſecũdi conicorũ, quod tũc accidit,cum æqdiſtat Non tãgenti: aut coincidet in vno tm̃ loco,per 16ª eiuſdem libri.Et hoc idem intellige de lineis horarijs in plano ↄ̄poſitarum t u. m y.apud punctum q.ſe viciſſim ſecantibus. Nàmque ſicut planum hyperbolarum k x.r z.ad meridiem vergens ſuſcipit vmbras ſtyli k a. Sole à circulo verticali ad auſtrũ ſemoto: Ita & planum hyperbolarũ t u.m y. ad altum polum reſpiciens ſuſcipiet vmbras ſtyli m a. Sole à præfato circulo eodem verſus quandoque ſecedente. Sic habes theoriam horologij verticalis vtrouerſum vergentis. Quanquàm ſi fiat ſemicircularis reuolutio ſuper axe meridiani vnius plani ſitus redigi poteſt ad ſitum alterius :.vt in 15° cap. præcedentis libri accepiſti,

P Ad

Ad summã ergo lineæ horariæ secãtes in 24. pũctis secabunt periferias, in quibus totidem tangentes tangent easdem. Sic constat prima pars nostræ propositionis. Reliquum sic ostendetur. Ponãtur lineæ θ a φ. & ⅄ a ω. in quib. verticalis circulus secat conos, eædẽ, super quas circulus horæ vnius antemeridianæ, & circulus horæ vnius postmer^næ^ secant eosdem conos: & super quas circuli horarum 11^æ^ & 13 ab or. vel oc. tangũt eosdẽ conos. Sic enim arcus paralleli θ b ⅄. à verticali abscisus erit duarum horarum. In hoc enim casu lineæ dictarum horarũ 11. & 13 nunquàm coincident periferijs hyperbolarum, quanquàm vtrinq; in infinitum productæ & æquidistabunt, linea quidem horæ 11 lineæ horæ vnius antemeridianæ & reliqua reliquæ. Nã, cũ circulus horæ 11. & circulus horæ vnius antemeridianæ & verticalis secẽt se inuicẽ super lineam θ a φ. planũ autem hyperbolarũ k x. r z. æquidistet plano verticalis: Iam per 2^ũ^ lemma tertij cap. præcedenti libri, reliquorum circulorũ in plano hyperbolarũ sectiones, hoc est, linea horę 11. & linea horæ vnius añ meridianæ inuicẽ æqdistãtes erũt, & eodẽ syllogismo linea horæ 13 cõcludetur æqdistãs linea horæ vnius post meridianæ. Cum autẽ per 16^ã^ 11. elorũ, linea θ a φ. æquidistet lineæ horæ 11. sunt enim cões sectiones circuli talis horę cũ planis æquidistãtib. s. circuli verticalis & horologij, sitq; θ a φ. latus cõtactus, super quod. s. circulus dictæ horæ tãgit conũ: propterea, per 4. præambulũ, primi cap. huius lib. linea horæ 11. q̃q̃ in immẽsum vtrinq; cõtinuata, nunq̃ coincidet superficiei conicæ, & perinde neq; periferiæ hyperbolicæ. & hoc idem simili argumẽto, de linea horæ 13. demõstrabitur. Quáobrẽ tales duæ lineæ, in hoc ex^o^, horæ 11. & horę 13. se inuicem in pũcto medio inter k r secãtes, quod est cõtrapositarum centrum, nusq̃ & si in infinitum vtrouersum productæ cõtactum cũ periferijs admittẽt. Imò quæcũq; linea ipsarum vni æquidistans, ipsiq; ac periferiæ interiecta, omnino cõtinuata periferię occurret, per 3. pręambulũ primi cap. q̃nquidem, æquidistans erit, per 9. 11. elorũ lateri contactus φ a θ. vel ⅄ a ω. & extra planum tãgens seorsũm ad partes coni posita. Ex quibus cõcluditur, ꝙ tales lineæ horarũ 11. & 13. sunt Nõ tãgentes hyperbolarũ ꝯpositarũ k x. r z. & incedẽtes per punctum medium ipsorum pũctorũ k r. quod est hyperbolarum cẽtrum: Talis eñ cõditio nullis nisi Non tãgentib. accidit. Et hoc erat demonstrãdũ. Id idẽ faciemus ꝓ plano hypbolarũ m y. t u. Quod, si ꝓ circulis horarũ vnius añ & postmer assũpsissemus circulos horarum duarum ante & post mer. & pro circulis horarum 11. & 13. ab or. vel oc circulos horarum 10. & 14. indidẽ numeratarũ; id idẽ pro lineis horarum talium cõclusissemus: Nã lineæ horarum 10. & 14. in eo casu essent Non tãgentes hyperbolarũ. posito videlicèt arcu paralleli θ b ⅄. quatuor tunc horarũ. Idemq; pro cæteris horarijs

circulis

circulis hinc inde à meridiano æqualiter ſemotis. Hoc itaq; modo, cũ tales duæ horariæ lineæ nunquàm tãgant periferias, pereunt iam duo puncta contactuum de toto numero, ſicut & totidẽ puncta ſectionũ: Nam duæ lineæ horarum à meridie hinc inde ſumptarum dictis Nõ tangẽtibus æquidiſtantes in ſingulis tm̃ punctis hyperbole k x. per 13 ſecũdi conicorum, coincidũt. Vnde ſuperſunt 22. pũcta cõtactuum in qb. & totidẽ ſectiones: Quod de propoſitione demõſtrãdũ ſupererat. Vnde manifeſtum eſt, ꝙ id, quod in horologio merid. ſemper accidit de linea horizontali & linea horæ 12. ab ort. vel occ. nõ ſemper euenit in horologio verticali latitudinis dimidio recti anguli maioris de lineis aliquibus horarijs, niſi præſuppoſita circuli verticalis, qualem prædiximus, poſitione. Itẽ in meridiano euaneſcunt nõ ſolùm duo puncta contactuũ cum ſectionibus, ſed etiam vna ex ſecãtib. horarijs, q̃ ſcilicet mer. facere ſolet: ꝗ tali horologio æquidiſtãs nõ facit lineã.

De flexis lineis in ſingulis horologijs per ſingulos locorum Solisq; ſitus, vmbrarum deſinentias ſuſcipientibus. Cap. 5.

DICENDVM nunc de lineis vmbrarum deſinẽtias ſuſcipientibus, hoc eſt, deſcriptis ab ipſa vmbræ extremitate in horologij cuius vis plano, per ſingulos locorum Solisq; ſitus. Namq; Solaris radius ductus per acumẽ ſtyli, eiuſq; vmbram terminãs ac deſcribẽs in ipſo æquinoctij die planam æquinoctialis ſuperficiem, deſcribit in omnis horologij plano rectam lineam: Cum per 3. 11. planorum, cõis ſectio ſit recta linea. In cæteris autem diebus, deſcribẽs, vt diximus, conicas ſuperficies, parallelorũ ęqualium a Solis cẽtro & à puncto diametraľr oppoſito deſcriptorũ, delineat in horologij plano flexam lineam, quã ipſum planum conicas ſuperficies ſecãdo procreat. quẽadmodum in 2° præambulo primi cap. huius libelli tradidimus. Sed hic diſtiguẽdę ſunt fictarum ſic in horologiorum planis linearum ad quẽuis loci, Solisq; ſitum, ſpecies: Agemus autem per concluſiones & corollaria. Sitq; prima cõcluſionum. 1. In omni horologio, Sole æquatorem poſſidẽte, vmbrarũ termini per totũ diẽ in vna recta linea terminãt': quæ æquinoctialis linea vocat', & meridianã ad rectos ſecat angulos. Talis enim linea eſt cõis ſectio æquatoris cum horologij plano, & ob id recta. 2. CONCL. Horologium æquinoctiale in circulari periferia ſuſcipit vmbrarũ terminos: hoc ẽ, ad ſingulas ſolis poſitiones ſingulis accõmodatis circulis. Tale enim horologiũ, cũ æquidiſtet æquatoris plano, æquidiſtabit omnium parallelorum baſibus & perinde ſecans conicas eorũ ſuperficies, faciet, per 2ũ primi cap. pręambulũ, & per 4ᵃ·

primi conicorum, circulos, quorũ periferiæ vmbrarum desinẽtias per
Horizon conica latera delatas suscipient. COROLL. Vnde manifestum est, ꝙ in
rectus. horologio verticali horizõtis recti, & in horologio horiz^{ali} cuius zenit
Polaris est mũdi polus quotidianarũ vmbrarũ termini, semꝑ in aliquã circuli
situs. periferiam terminãtur: ita vt Sole ad æquatorẽ magis accedẽte maior periferia terminet vmbras: minima verò ĩ solstitio. Sũtq; tales circuli cocẽtrici: qñquidẽ cõe centrũ in axe mũdi ipsoq; styli siue gnomonis pede sortiũtur. CONCL^{o} 3^{a}. Si parallelus, ĩ quo Sol circũfertur tãgat circulũ, cuius plano horologiũ æqdistat, vmbrarũ limites suscipiẽtur in periferia conicæ sectionis, q̃ parabola vocatur: Namq; huiusmodi horologij planũ secãs conũ dicti paralleli sectionẽ facit, cui^{9} diameter, quæ linea mer^{na} est, cõis videlicet sectio eius cũ mer^{no}, ęquidistat lateri conico præfati cõtactus: & ideo, ꝑ 11^{a} primi Conicorũ, & 2^{u} ꝓambulũ primi ca. huius, facta sectio, q̃ vmbrarũ desinẽtias excipit, parabola ẽ. COROLL. Vñ manifestũ est, ꝙ in horologio horizõtali regionis, cuius
Latitudo lat^{do} suscipit cõplemẽtum maximæ decli^{nis} Solaris, dũ Sol in tropico
gra. 66 ½ extãte, q tãgit ibi horiz^{em}, posito, vmbrarũ fines in periferia paraboles deferũtur. COROL. Itẽ in regione maioris latit^{nis} id ipsum accidit Sole
Latitudo illum paral^{lũ} possidẽte, qui tãgit ibi supernè horizõtem. COROL. Itẽ
maiorquã talis ẽt periferia vmbras terminat in horologio verticali, vbi circulus
gr. 66 ½ verticalis cõtingit aliquẽ parallelũ Solarẽ: quod accidit habitantibus
Latitudo intra tropicos. 4ª CÕCL^{o}. Dũ Sol fertur in parallelo secante circulũ
minor gr. cui æquidistat planum horologij: tũc vmbrarum desinẽtias cadẽt in
23 ½ aut periferiam quãdam sectionis conicæ, quam vocãt hyperbolẽ. Nã talis
æqualis. horologij planum secãs conum dicti paralleli sectionem facit, cuius diameter, quæ linea mer^{na} est, coincidit lateri conico supra verticem, secatq; ꝯpositum conum faciẽs ꝯpositam sectionem: quare per 12^{a} & 14^{a}. primi conicorum & secũdum præambulum, factæ sectiones, quæ vmbras à Sole in talibus parallelis eiaculatas excipiunt, Hyperbolæ
Horizon ꝯpositæ sunt. COR. Vnde manifestum est, id fieri semper in horologio
rectus. horizontis recti, & in quouis horologio mer^{no}. ¶Item in horologijs horizontalibus horizontum secantiũ omnes Solis parallelos, in quib.
Latitudo videlicet latitudo minor est cõplemẽto maximę solaris declinationis.
minor q̃ ¶Item in horologijs verticalibus, vbi verticalis circulus secat omnes
gr. 66 ½ per zodiacum parallelos: vbi scilicet latitudo excedit maximã declinationem. Nam in alijs latitudinibus id qñque non semper accidit.
Latitudo 5^{a} CONCL^{o}. Quod, si Sol feratur in parallelo neque tangente, neque
maior gr. secãte circulum, cui æquidistat planum horologij: tunc vmbrarum
23 ½ desinentiæ circumferentur in periferia perfecti ambitus, sectionis videlicet conicæ, quam Ellipsim appellant. Nam huiusce horologij planum ita conicã talis paralleli superficiem circũquaq; abscindit, vt,

per

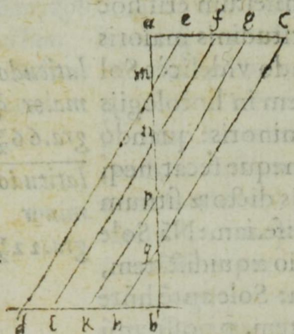
per 13^{s} primi conicorum: & dictum præambulũ, conicam sectionẽ faciat, quæ ellipsis appellatur. COROLL. Vnde manifestum erit hoc quandoque accidere in horologijs horizõtalibus latitudinis maioris complemento maximæ declinationis solaris: quando videlicèt Sol ibi fertur in parallelis horizonte sublimioribus. Item in horologijs verticalibus latitudinis dicta maxima declinatione minoris: quando scilicet Sol illic describit parallelos, quos verticalis neque secat, neq; tangit. COROLL. Quamobrem in talibus horologijs dictorũ situum continget vmbrarum limites in triplicem cadere periferiam: Nã Sole possidẽte eum parall^{lũ}, qui tangit circulum horologio æquidistãtem, per postrema tertiæ conclusionis corollaria, Parabola: Sole autẽ hñte eum parall^{lũ}, qui secat circulũ horologio æquidistãtem, p postremũ Coroll. 4^{æ} conclusionis, hyperbola: Solæ denique eum parallelum tenente, qui nec tangit, nec secat circulum horologio æquidistantem, Ellipsis, p præcedẽs immediate coroll^{rũ}, excipiet proiectarũ vmbrarũ desinentias. 6. CONCL. Quod si lubet has horologiorũ proprietates in regione tua immotus experiri, fabrica tibi horologiũ ad æqdistãtiã alieni horizontis seu verticalis, cuius incidentias experiri velis: Nam quidquid accidere in præmissis cõclusionib. diximus in tali horizõte seu verticali hor^{gio}, iam & in tuo ad eius æqdistãtiã fabricato accidet. Sed fabricãdi modum in penult^{o} præcedẽtis libelli cap. exposuimus.

latitudo maior q̃ gra. 66½

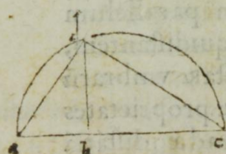
latitudo minor gra. 22½

De lineis vtcunque, seu ad datam rationem secandis, aut inueniendis, deq; periferiæ diuisione deq; chordis, ac sinibus. Cap. 6.

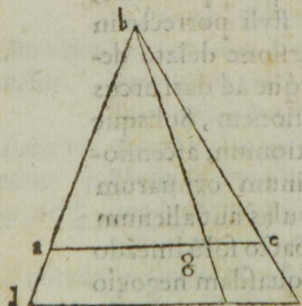
IAM Flexam aliquam ad Solis locũ seu astri cuiuspiam pertinẽtẽ, hoc est, quæ ab ipsius astri radio per acumen styli porrecto in cuiusuis horologij plano, primique motus conuersione delato describitur, in tali plano deducere volentibus: Itemque ad dati arcus diurni parallelum, latitudinem ortus, ac declinationem, Solisque locum debitum assignaturis, necessaria est declinationum, ascensionum, differentiarum ascensionalium, ac latitudinum ortiuarum notitia: Quos quidem arcus ne per calculũ seu tabulas aut alienum instrumentũ mendicare cogamur, docebimus quo pacto solũ lineãdo ac circinando, illos cõsequamur. Sed prius regulas quasdam negocio necessarias præmittemus. REGVLA 1. Si datam quamuis lineam a b. velim in quotcũque, vtpote, quinq; partes æquales diuidere: tunc per eius extrema a b. ducam in diuersum duas ei perpen^{res} seu inter se æquidistantes & indefinitas a c. b d. per regulas 7 cap. libri præmissi:



de quibus singulis assumam per circinũ quatuor, vna scilicet minus proposito partium numero, continuas portiones hinc inde a e. e f. f g. g c. nec non d l. l k. k h. h b. Et coniungam puncta diuisionum per totidem lineas, ita vt parallelográma faciant: sintque iam coniunctæ e d. f l. g k. c h. quæ secabunt lineam a b. in totidem punctis m n p q. Sic enim ipsa a b. in ipsis punctis in quinque partes æquales, iuxta propositum diuiditur, per 12ª sexti elementorum Euclidis. Regv. 2. Si inter duas datas rectas a b. b c. velim comperire mediam proportionalem; describam super totam a c. semicirculum a d c. & à puncto b. excitabo per 7ᵘ cap. prædictum, lineam b d. perpendicularem ipsi a c. & periferiæ apud d. incidentē, quæ per octauam sexti Euclidis media perpendicularis est inter ipsas a b. b c. sicut volebam.



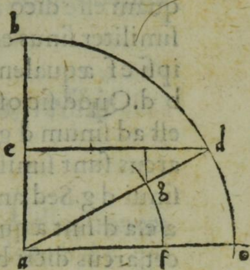
Regvla 3. Quòd si inter lineas a b. a c. libeat mediam proportionalem inuenire; super a c. maiorem lineabo semicirculum, atque vt in præmissa b d. perpendiculari excitata, coniungam a d. quæ erit media proportionalis inter ipsas a b. a c. propter octauam sexti prædictam. Regvla 4. Item, si opus sit ipsis a c. c d. datis tertiam proportionalem subiungere, quarum a c. maior. describam super a c. maiorem ex eis, vt prius, semicirculum a d c. Et intra semicirculum coaptabo per circinũ ipsam c d. Et à puncto d. ducam d b. diametro perpendicularem, eritque, per octauam memoratam b c. tertia proportionalis ipsis a c. c d. sicut volui. Regv. 5.



Datæ sint tres lineæ a b. b c. b d. si oporteat quartam inuenire, ad quam b d. sit sicut a b — b c. coniungam a c. Et producam b c. cui apud e. occurrat linea d e. ipsi a c. æquidistans: eritque, propter similitudinem △△ˡᵒʳᵘᵐ, sicut a b — b c. sic b d — b e. Itaque b e. erit linea quæsita. Regvla 6. Quòd si oporteat lineam b e. secare secundùm proportionem ipsius a d. sectæ in puncto a. tunc coniungam d e. ipsique æquidistantem ducam a c. quæ secet ipsam b e. in pũcto c. Eritque ob causam dictam, sicut b a — a d. sic iam b c — c e. Regvla 7. Vel si linearum æquidistantium a c. d e. altera diuisa, libeat reliquam similiter diuidere; coniungam earum extrema ductis d a. e c. ad punctum b. concur-

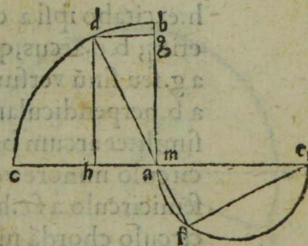
rentibus

rentibus (concurrẽt enim, ſi a c. d e. ſunt inæquales) & punctum concurſus b. iungam cum puncto lineæ diuiſæ, ducta b g. quæ continuata ſecabit reliquam in puncto f. ita vt ſicut eſt a g — g c. ſic ſit d f — f e. Quod ex ſimilitudine △△lorũ per ſecundum ſexti conſtat. REGVLA 8. Sit præterea in quadrante circuli a b c. linea d e. alteri ſemidiametrorum vtpote ipſi a c. æquidiſtans: ſitque a c. vtcunque ſecta in puncto f. ſi velim ipſam d e. ſimiliter ſecare: tunc coniungam a d. ponamque per circinum ipſi a f. æqualẽ a g. de ipſa a d. abſciſſam: & à puncto g. ducam per 7 præmiſſi cap. ipſi d e. perpendicularem g h. Sic enim g h. ſecabit in pũcto h. ipſam d e. ad proportionem ipſius a d. per ſecundam ſexti, & ideo ipſius a c. Erit enim, ſicut a g — g d. hoc eſt, ſicut a f — f c. ſic e h — h d. ſicut facere volui. REGVLA 9. Contra verò, proponatur d e. ſecta in puncto h. ſi velim ſimiliter ſecare a c. coniuncta tunc prius a d. excitabo à puncto h. ipſi d e. perpendicularem, quæ ſecet ipſam a d. in puncto g. Et per circinum faciam ipſi a g. æqualem ipſam a f. Sic enim eodem ſyllogiſmo fiet ſicut e h — h d. ſic iam a f — f c. quod faciẽdum fuit. Sed hæc & alia huiuſmodi notiora ſunt, quàm canibus (vt aiunt) Delia noſtris. Quare ad reliqua properemus.



¶ Et quoniam circuli periferiam non temerè in 360. partes ſecari ſolere: ſicut quadrantem in 90. ſignum phyſicum, in 60. commune in 30. ſecari, quos gradus appellant: gradumque in 60. minutias & minutiam in totidem ſecundas: itaque deinceps, omnibus vel mediocriter eruditis eſt nouiſſimum; trãſibo ad chordas atque ſinus. *Circuli diuiſio.*

Cum enim chorda ſit recta linea iungens extremitates arcus: Iam ſinus alicuius arcus erit dimidium chordę duplo ipſius arcus debitę. Quare, ſicut chorda maxima eſt circuli diameter; ita & maximus ſinus erit circuli ſemidiameter. Item ſinus complementi arcus cuiuſpiam ad quadrãtem, vocari ſolet ſinus ſecundus talis arcus. Huius autem ad ſemidiametrum completio, ſinus verſus, & quaſi ſagitta ſinus primi, quę arcum chordamque per ęqualia partitur. Itaque ad captandum ſinum arcus propoſiti, arcumve dati ſinus, duplex in promptu via: De lineamentis geometricis, non de calculo hic loquor. Exponã circuli quadrantem, ſub duabus ſemidiametris a b. a c. & quarta periferię totius parte b d c. contentum Item producam c a. ipſiq; ęqualem continuabo a e. rectam. ſuper quam lineabo *Chorda. Sinus.*



ſemicirculũ a f e. Reg.1.Quibus peractis,ſi lubeat arcus dati ſinum inuenire,vtpote arcus b d.ſinum primum & ſecundum; tũc ducam à puncto d.duas perpendiculares ad ſemidiametros quadrãtis,quę ſint d g.d h.eritque d g.quidem ſinus rectus arcus b d. dati: At d h. ſinus ſecundus eiuſdem,æqualis quidem ipſi a g.quare bg.ſinus verſus eidẽ arcui b d.debitus vocabitur:quæ adeò aperta ſunt, vt demõſtratione non egeant. Reg.2.Eadem autem elicere potero ex ſemicirculo ſic.Si velim ortui a k. ſimili d b. ſinum debitum aſſignare, continuabo in ſemicirculo a f e.ipſi a k. æqualem arcum k f. & ducam chordam a f. quam eſſe dico ſinũ ipſius arcus b d.Item coniungam f e.chordã,quę ſimiliter ſinus erit ſecundus arcus b d.Item abſcindã de diametro e a. ipſi e f æqualem e m.nam m a. reſiduũ erit ſinus verſus eiuſdẽ arcus b d.Quod ſic oſtẽditur.In circulo b d c.chorda dupli arcus bd.dupla eſt ad ſinum d g.& dupla itidẽ ad chordam a f.arcus a k f.qm̃ ſcilicet arcus ſunt ſimiles,& diameter diametri dupla. Igr̃ chorda a f.æqualis ſinui d g.Sed anguli ad g.& f.ſunt recti. igr̃ per pen.primi elor̃, cùm a e.a d.ſint æquales:erit & f e.æqualis ipſi a g.vel d h.ſinui ſcdo,ſcilicet arcus dicti b d.Vnde ꝑ cõceptionẽ,ſupererit m a.æqualis ipſi b g. ſinui verſo arcus eiuſdem b d. Sic quos habuimus ſinus in circulo maiore b d c.habemus & in minore a f e.per chordas.Itẽ,qm̃ triãgulũ a f e.eſt æquilaterum & æquiangulũ triangulo d g a. & triãgulo a h d. iãpridem æqualis erit angulus d a h.angulo f a e. Sed angulus f a e.cũ angulo f a c.per 13ª primi elor̃ faciunt duos rectos: ergo & angulus d a h.cum angulo f a c.cõplet duos rectos: Quare per 14 eiuſdẽ d a f. eſt vna recta linea.Et propterea dato arcui b d.ſinũ debitũ quæſiturus poſſẽ continuare rectam d a.donec occurrat periferiæ circuli minoris ad punctũ f.& inde connectere f e.ipſiq; æqualem e m.abſcindere:ſic enim,vt prius,haberẽ chordam a f.pro ſinu recto arcus b d.chordãq; f e.pro ſinu eiuſdẽ arcus ſecundo:& m a.ſinum eius verſum. Reg.3. Contrà,ſi iubear,dato ſinui a h. exquirere arcũ debitũ: tunc à pũcto h.excitabo ipſi a c.ad rectos h d.donec occurrat periferiæ in pũcto d. eritq; b d.arcus,quẽ quærimus. Aut ſi eũdem arcũ per ſinũ ſecundũ a g.ſeu ſinũ verſum b g.quærere iubrer: tũc à puncto g. excitarẽ ipſi a b.perpendicularem g d.periferiæ in ſigno d.occurrentẽ.& haberem ſimiliter arcum b d.tali ſinui debitum. Reg.4. Quod ſi hæc eadẽ ex circulo minore velim elicere: tunc ſinum datum a h. coaptabo in ſemicirculo a f c.hoc eſt,per circinum ipſi a h. æqualem in dicto ſemicirculo chordã immittã a f.nam aſſumpti arcus akf.dimidiũ,hoc eſt, arcus a k.erit,quem volumus ſimilis quidẽ ipſi arcui b d. Si autem eundem arcũ nanciſci velim per ſinũ eius ſecundũ a g. tunc rurſum collocabo in ſemicirculo ipſi a g.æqualem chordam c f. Nam relicta

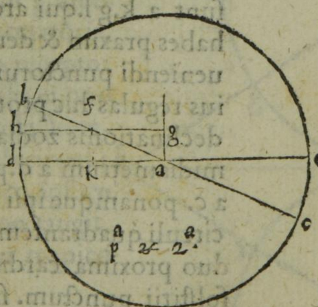
Regulæ ſinuum.

periferia

periferia a k f dimidiata in puncto k. exhibet arcũ a k. ipsi b d. quæsito similem. Denique per sinum versum b g. arcum talem venaturus: abscindam de diametro e a. lineam a m. ipsi b g. sinui verso dato æqualem: relinquetur enim e m. ipsi a g. sinui secundo æqualis: cui æqualem inducam semicirculo chordam e f. & relictæ a k f. dimidiũ, arcus scilicet a k. notescet ipsi b d. quæsito similis. Quod si quispiam secans quadrantem b d c. in 90. gradus, sicuti fieri solet, partiatur & semicirculum a f e. in totidem partes, vt vnaquęq; binos cõplectatur arcus; iam sic in arcu a k f. apparebunt tot partes, quot gradus sunt in arcu b d. & arcus a k f. quàmuis non dimidiatus offeret tibi numerum graduum arcus b d. quæsiti.

De declinationibus & ascensionibus rectis inueniendis. Cap. 7.

PROPOSITO cuicunque zodiaci puncto debitam declinationem sic inueniemus. Describam circa centrum a. circulum b d c. qui repræsentet colurum solstiorum: cuius diameter b a c. sit eius cum zodiaco: diameter autem d a e. ipsius cum æquinoctiali communis sectio. Sic arcus tã b d. quàm ipse c e. fiet maxima zodiaci declinatio. Sit autem propositum punctum zodiaci per datum arcum distans à viciniori æquinoctij puncto: cuius arcus sinus per pręcedentis regulas inuentus sit a f. linea de semidiametro a b. abscisa. & per punctum f. ducam ipsi a d. æquidistantem lineam g f h. quæ secabit periferiam coluri b d. in puncto, quod sit h. in quo scilicet parallelus propositi puncti secat colurum: quare arcus h d. fiet declinatio quæsita: cuius sinus erit a g. perpendicularis ad f g. cui per secundum modum in præmisso traditum, potero arcum ascribere. REGVLA 2. Vt autem habeam ascensionẽ rectam dicto zodiaci puncto respondentem, tũc secabo semidiametrum a d. in puncto k. per nonam Regulam præcedentis cap. ita vt a k — k d. sit sicut g f — f h. Et quoniam circulus declinationis cũ coluro vtrolibet similes abscindũt arcus de ęquatore & parallelo puncti propositi, per quos determinãtur ascẽsiones rectæ: ideo a k. linea sinus erit ascensionis rectæ pũcto zodiaci proposito respondẽtis à sectione proxima cõputadæ. cui per alteram postremarũ regularum pręcedentis cap. arcum debitum statim inueniemus.

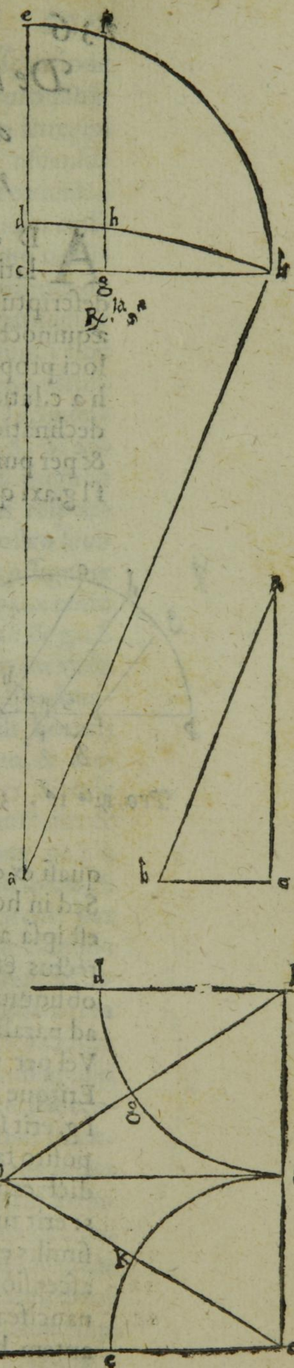


REG.

Regvla 3. Si autem velim inuenire declinationem ſtellæ, cuius longitudo & latitudo cognitæ ſint, ſic procedam: Sit locus eius longitudinis à viciniori nodo remotus per arcum, cuius ſinus ſit a f. Latitudo autem eius ſit arcus b m. Ducam ipſi b a c. æquidiſtantem. m n. cui axis zodiaci a n. perpendiculariter occurrat apud n. Et per præmiſſum caput, ſecabo m n. in puncto l. ita vt ſicut eſt a f — f b. ſic ſit n l — l m. Deinde per punctum l. ducam ipſi a d. æquidiſtantem g l h. incidentem periferiæ apud h. & axi æquinoctialis perpendiculariter apud g. Nanque arcus Coluri d h. quantuſcunque ſit, erit quæſita propoſitæ ſtellæ declinatio. Nam ſi punctum l. ſuper d a c. æquatoris diametrum caderet, nulla eſſet propoſitæ ſtellæ declinatio. Cuius operationis demonſtratio eſt: quòd circuli latitudinum per locum ſtellæ, punctumque æquinoctij tranſeuntes abſcindunt de zodiaco eiuſque parallelo, quorum ſemidiameter fiunt a b. m n. ſimiles arcus, quorum ſinus recti ſunt a f. l n. & parallelus ęquatoris, cuius ſemidiameter g h. ſecans dictum zodiaci parallelum ſuper locum ſiue centrum ſtellæ (ipſis iam ſemidiameter apud l. punctum ſe inuicem ſecantibus) ſecat colurum prędictum in puncto h. Quare arcus eius d h. erit quæſita declinatio. Regvla 4. Nunc eiuſdem ſtellæ rectam aſcenſionem eliciam ſic: Secabo ex præcedentis cap. doctrina ipſam a d. in puncto k. ita vt ſicut eſt g l — l h. ſic ſit a k — k d. Namque a k. ſinus erit aſcenſionis rectæ, quæ debetur propoſitæ ſtellæ, à proximo nodo computanda: vnde arcus tali ſinui reſpondens ex præmiſſo cognitus, erit talis aſcenſio. Namque circulus declinationis ſtellæ cum coluro æquinoctiorum includit de ęquatore & eius parallelo, quorum ſemidiameter a d. g h. ſimiles arcus, quorum ſinus ſunt a k. g l. qui arcus ſinguli ſunt quęſitę aſcenſionis quantitas. Sic habes praxim & demonſtrationem. Regvla 5. Eſt & alia via inueniendi punctorum zodiaci declinationes & rectas aſcenſiones: cuius regulas hìc protinus explicabo. Aſſumat angulus b a d. maximę declinationis zodiaci periferiam b d. cuius ſinus rectus ſit b c. ad ſemidiametrum a d. perpendicularis. Mox cõtinuabo in rectum ipſam a c. ponamque ipſi c b. ęqualem c e. ſuperque centro c. deſcribam circuli quadrantem b f e. Intelligam autem b f e. quartã zodiaci inter duo proxima cardinum puncta: vt ſcilicet e. ſit ęquinoctij: b. verò ſolſtitij punctum. ſit autem f. punctum zodiaci propoſitum, cuius velim declinationem, vt ſcilicet eius à vicino ęquinoctio diſtantia ſit

arcus

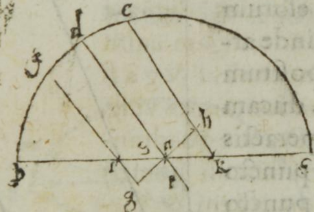
arcus e f.& per pũctum f.ducam ipſi c e. parallelum lineam f g.quæ ſinum b c.in puncto g.arcumq; b d. ſecet in puncto h. Nãq; arcus d h.erit quæſita declinatio reſpondens ſcilicet propoſito zodiaci puncto f.Cuius demonſtratio eſt, quòd in quadrante b f e.ſinus totus b c — ſinum g c.arcus e f.à nodo propinquiori recepti, eſt ſicut in circulo maiore b d. ſinus b c. maximæ declinationis — ſinum g c. arcus d h. quæ eſt declinatio puncti zodiaci arcum dictum e f. terminantis: ſicut in tertio ſphæricorum Menelaus & in primo magnæ conſtructionis Ptolemæus demonſtrauit. REGVLA 6. Pro recta autem aſcenſione, ponam a c. angulum maximæ zodiaci declinationẽ: b. verò angulum eius complemẽtum: & c.angulum rectum in △.a b c. Deinde coaptabo in rectũ ipſas b a.a c.ipſiſque ad rectos inducam angulos ipſas b d. c e.& ſuper centris b c.lineabo duos circulorum quadrantes a g d.a k e.& à puncto a.ipſi b c.perpendicularem indefinitam excitabo a f. quæ per decimamquintam tertij eſorum vtrunque circulum tanget in puncto a. faciam deinde arcum d g. æqualem arcui, qui punctum zodiaci propoſitum ab æquinoctij puncto ſeiungit: & per puncta b g. ducam rectam, quæ ipſi a f. ad punctum h.coincedat. His peractis coniungam h c.rectam, quæ periferiam a e ſecet in puncto k. eritque arcus e k. aſcenſio recta propoſito zodiaci puncto debita. Huius praxeos demonſtratio, ingenioſe lector, non eſt cæteris obſcurior, ſi circulum a g d.pro zodiaco,& circulum a k e.per tropicorum vtrolibet conſyderabis: quorum videlicet habent diametros, rectam quoq; a f.pro communi ſectione planorum talium circulorum ſe inuicem in ſphæra tangentium: rectas demum b h. h c. communes ſectiones eorũdem circulorum cum circulo declinationis, qui ſcilicet per polos mundi punctumque zodiaci propoſitum g.incedens, abſcindit de tropico arcum e k.ſimilẽ arcui æquatoris, à viciniori æquinoctio ad eundem vſque circulum recepto: quæ eſt aſcenſio recta quæſita. Et eſt modus ſimilis ei, quo in vndecimo capite libri præcedentis, ad elicienda horaria interualla tam in horizonte, quàm in verticali circulo vſi ſumus. Ibi nanque in demõſtratione pro zodiaco, ipſum horizontem,& pro tropico parallelum, quẽ horizon tangit, ſumpſimus, ſiue pro zodiaco verticalem: & pro tropico parallelum, quem verticalis tangebat.



De lati-

De latitudine ortiua, differentia ascensionali, ascensione obliqua, & arcu diurno inueniendis. Cap. 8.

AD datam astri, siue paralleli declinationem sic aucupabimur latitudinem ortiuam. Super centrum a. diametrumque b a c. descriptus circulus b d c. repræsentet merⁿᵘ: in quo a d. semidiameter æquinoctialis faciat angulum d a b. æqualem cõplemento latitudinis loci propositi. Axis autem a h. tali semidiametro perpenʳⁱˢ angulum h a c. latitudini dictæ æqualem. Dein ponam arcũ d e. astri propositi declinationẽ ad partes manifesti poli. arcũq; d f. ad partes oppositas: & per puncta e f. ducam d a. semidiametro æquidistantes lineas e h k. f l g. axi quidem apud g h. puncta: diametroque b a c. quæ communis est sectio meridiani & horizontis, apud k l. puncta occurrentes. Quæ quidem erunt communes sectiones Meridiani & parallelorũ astri propositum. Sic enim linea quidem a k. erit sinus rectus latitudinis ortiuæ ad parallelum e h k. spectantis: Quare arcus illi debitus per sextum cap. præmissum inuentus erit talis latᵈᵒ ortiua: linea verò a l. quasi rect⁹ sinus latitudinẽ ortus paralleli f l g. similiter indicabit. posito sinu toto semidiametro a b. Qui modus similis est conuersione primæ Regulæ præcedẽtis cap. quasi ex declinatione arcum zodiaci debitum elicerem. REGV. 2ª. Sed in horizonte recto latitudo ortus alicuius astri seu paralleli semp est ipsa astri vel paralleli declinatio: quandoquidem omnis horizon rectus est & declinationis circulus. REGVLA 3ª. Sed redeo ad obliquum: Nã h k. linea erit sinus differentiæ ascensionalis pertinẽtis ad parallelũ e h k. posito scilicet sinu maximo ipsa e h. semidiametro. Vel per regulam 5ª sexti cap. sicut est e h — h k. sic sit iam d a — a r. Eritque a r. sinus prædictæ differentiæ posito sinu maximo a d. Simile l g. erit sinus differentiæ ascensionum spectantis ad parallelum f l g. posito tamen sinu toto f g. semidiametro. Quòd si per regulã nonam dicti cap. sicut secta est f g. in puncto l. similiter secetur d a. in puncto s: erit tunc a s. sinus talis differẽtiæ. posito sinu toto a d. Quæ regula similis est secundæ præcedentis, per quam videlicet quęrimus rectam ascensionem alicuius zodiaci arcus. Itaque ex sexto cap. præmisso nanciscar arcus talibus respondentes sinibus. REGVLA 4ª Vt autem habeam ascensionem obliquam astri ad extantem polum decli-

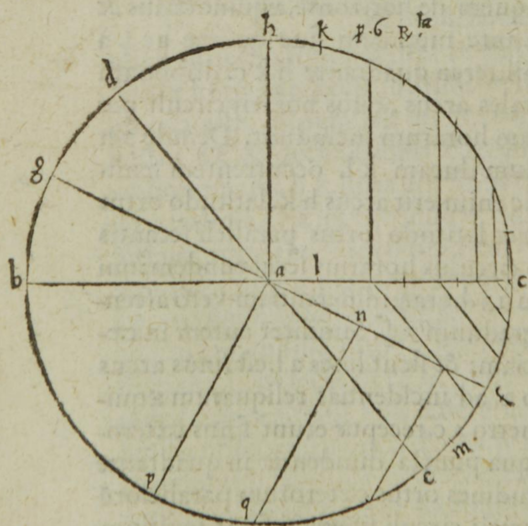


Pro, Rᵉˡᵃ 1ª. 3ª.

declinantis, talem aſcenſionum differentiam auferam de aſcenſione recta per præcedentis doctrinam inuenta: adiungam verò pro aſtro contrariam declinationem patiente: appoſito vel abiecto integro circulo, ſi opus fuerit: ſic enim conſtabitur, vel ſupererit aſcenſio talis aſtri obliqua, hoc eſt, ad propoſitum obliquum horizontem. REGVLA 5. Ad habendum denique arcum ſemidiurnum aſtri eiuſdem, iungenda eſt aſcenſionum differentia cum quadrante pro declinatione ad extantem polum: Eadem verò de quadrante minuenda pro diuerſi nominis declinatione. Sic enim colligitur vel reſiduatur arcus aſtri ſemidiurnus: qui duplatus totum integrat diurnum: hoc autem de toto circulo, ſiue horis 24^or ſublato, ſupereſt ſeminocturnus.gradibus ſcilicet ad horas, ſi lubet, conuerſis. Sed hæc ſupputatoribus vel mediocriter eruditis ſunt notiſſima. REGVLA 6. Si autem ordinarijs arcuum diurnorum parallelis velim ſuas ſingulis ortuum latitudines, ſuaſque declinationes, locoſque zodiaci reſpondentes: quod iam per tabellam expoſitam pro horizonte noſtro fecimus in fine præcedentis libelli: nunc iam per lineationes aſſignare velim haud iam difficilior mihi proceſſus inſeruiet. Intelligam enim in eadem ſuperficie Meridiani d a e. diametrũ æquinoctialis: & g a f. diametrum zodiaci ad angulos maximarum declinationum ita vt fg. ſint ſolſtitialia puncta: Item a h. ſit axis horizontis. Deinde quadrantem h c. ſecabo in ſpacia, quæ Meridianus & cæteri circuli horarij per polos abſcindunt de quarta horizontis inter æquatorem & meridianum poſita: & hoc per doctrinam XI. cap. præmiſſi libri. Sitque exẽpli gratia, primum arcus h k. quem de horizonte, æquinoctialis & circulus horæ dimidiæ ac ſextæ ante meridiem ſiue quintæ ac $\frac{1}{2}$ à media nocte intercipiunt: & ſimiliter in quadrante h k c. diſponam alia puncta includentia horizontales arcus, quos horarij circuli per polos integrarum & dimidiatarum horarum includunt. Deinde per per punctum k. ipſi a h. parallelum ducam k l. occurrentem ſemidiameter a c. apud l. punctum. Sic enim erit arcus h k. latitudo ortus prædicti circuli horarij: & ideo fiet latitudo ortus paralleli ſecantis horizontem in eo puncto, in quo circulus horarius ſecat eundem: qui parallelus habet arcum diurnum 13. horarũ: differentiam verò aſcenſionalem horæ dimidiæ hoc eſt graduum 7 $\frac{1}{2}$. Similiter autem in cæteris punctis quadrantis a k c. faciam: & ſicut linea a l. eſt ſinus arcus h k. Sic & cæteræ lineæ à puncto a. ad incidentias reliquarum æquidiſtantiam ipſi a h. d e. ſemidiametro a c. receptæ erunt ſinus cæterorum arcuum à puncto h. ad reliqua puncta diuidentia in quadrante h k c. receptorum, quæ ſunt latitudines ortus cæterorum parallelorũ horizõtem in punctis in quib. horarij circuli prædicti ſecãt, ſecãtium.

Quos

Quos ego appello parallelos ordinarios; quoniam per cancellatas sectiones horariorum vtriusque ordinis circulorum incedunt, & arcus diurnos eodem temporis cremento adauctos complectuntur. His peractis, ducã per punctũ l. lineã ipsi a e. diametro æquinoctialis æquidistantem l m. quæ incidat arcui e f. maximæ declinationis apud m. semidiametro autem zodiaci a f. apud n. punctum. Eritque linea l m. sectio communis paralleli memorati cum meridiano: quare arcus e m. de meridiano siue solstitiali coluro ab æquatore & ipso parallelo interceptus erit ipsius paralleli declinatio: & linea a n. de semidiametro zodiaci a f. recepta, erit sinus rectus arcui zodiaci inter proximum æquinoctij punctum & non semel memoratum parallelũ interiecto respõdens. Ducam ergo axem zodiaci a p. & ei æquidistãtẽ n q. eritque arcus æqualis prædicto zodiaci arcui: Sic notum erit zodiaci punctum pertinens ad dictum parallelum. Similiter faciam per cæteros parallelos zodiacum secantes. Sed vbi hæc perfecero ad vnum horizontis quadrantem æquatori & meridiano interiectum: eadem inuenta spacia, & iidem inuenti arcus cæteris quadrantibus horizontis inseruient: sunt enim æqualia singula singulis. Idemque de zodiaci quartis inter cardines positis dicendum. Hoc modo habes locos Solis parallelis singulis ordinarijs respõdẽtes, ad latera horol^ij super ipsorum parallelorum flexas adnotandos. Et attendendum ꝙ sicut recta linea, quæ ducitur à cẽtro sphæræ ad punctum superficiei sphæricæ, in quo se inuicem secant quatuor circuli, scilicet circulus horæ 6^æ ac ½ ante meridiem: circulus horę 11^æ ab ortu vel occasu: Horizon: & parallelus continens arcum diurnum 13 horarum; est communis sectio eorundem quatuor circulorum & latus conicum superficiei conicæ, cuius basis est dictus parallelus: vertex autẽ ipsum sphæræ cẽtrum. Sic lineæ duæ horariæ scilicet 6 ½ ante mer. & 11 ab ortu vel occ. quæ in plano horologij horizontalis æquidistant, & flexa, quam facit dicta conica superficies ĩ plano dicti horologij, coeũt in vnã rectam lineã, prædictũ scilicet latus conicũ, & cõem

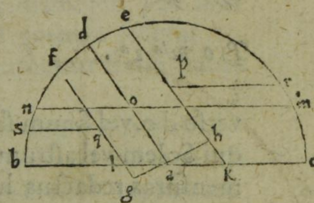


dictorum

dictorum 4^or circulorum sectionem: quę quidem ducta per verticem styli (quod est sphæræ centrũ) signari solet in fastigiatis planis parietũ dictum horologium circumuallantium, planis inquam iuxta styli altitudinem ad æquidistantiam horologij, in eadem planitie extensis. Et hoc idem dicendum est de cæteris circulis horarijs se inuicẽ super horizontem cum ordinario parallelo apud punctum vnum secãtib. sicut in fine præcedẽtis libelli admonuimus. Semper enim duæ lineæ horariæ æquidistantes in plano quopiam horologij, & sectio conica seu flexa, quam facit in tali plano conus paralleli per sectionem circulorum lineas dictas horarias facientium incedentis, coeunt in vnam lineam rectam in planitie per styli cacumen ad æquidistãtiam horologij extensa, in vnam inquam rectam, quæ communis est sectio dictorum circulorum & latus conicum prædicti coni. Poteris & in verticali horologio locum zodiaci ordinarijs parallelis, flexisque ascribere: si verticalem circulum tanquàm horizontem, ac latitudinis loci complementum, tanquàm ipsam latitudinem sumpserit.

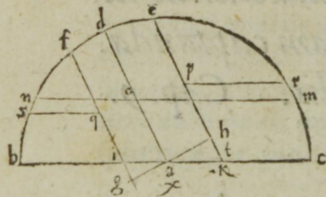
De altitudine & vmbra per singulas horas: ac de hora per altitudinem vel vmbram captanda. lineisq; horarijs aliter describendis. Cap. 9.

VT AD horam propositam, altitudinem Solis, ac gnomonicę vmbrę longitudinẽ inueniam, repetam primam præmissi capitis figurationem: in qua b e c. circulus super diametrum b a c. meridianum repræsentabat. & d a. æquatoris diametrum: nec non g a h. eiusdem axem. Itemq; f h k. & f l g. diametros paral^lo^r^u,ad diuersas ab æquatore declinantiũ. Sitque primùm Sol in æquatore: & hora ante meridiana vel post meridiana proposita: cuius



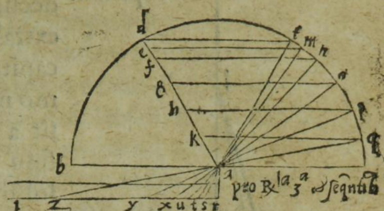
meridiana vel post meridiana proposita: cuius ad gradus conuersæ sinus versus per Regulas sexti capitis præmissi compertus sit linea d o. siue cuius sinus secundus sit linea o a. Ducam per punctũ o. rectam ipsi b a c. æquidistantem, quæ secet meridianum in punctis mn. certum eñ est hanc esse communem sectionem circuli almucantarat in quo est Sol cum meridiano: & ideo tam arcum mc. quàm arcum n b. esse Solis altitudinem ad talem horam. Quod si Sol sit extra æquatorem, sit in parallelo, cuius diameter e h k. Et tunc signato, vt prius, in æquatoris diametro per sinum horæ propositæ puncto o. secabo per 8ª Regulam sexti cap. præmissi, semidiametrum

e h.in puncto p. Aut, si Sol sit in parallelo, cuius diameter fg. secabo iti dem f g. in puncto q. ad eam rationem, qua secatur d a. in puncto o. & per punctum p. siue per pũctum q. ducam p r. seu q s. æquidistãtem ipsi b a c. quæ secent periferiam meridiani in puncto r. seu s. Tunc enim, vt prius, arcus meridiani r c. vel s b. erit altitudo Solis ad horã propositam: Nam in tali casu almucantarat Solis in puncto r. vel s. meridianum secat. Similiter in cęteris casibus me expediam, qñcunq; ad datam Solis aut etiã alterius cuiuscunque astri distãtiam à mer^no, siue antemeridianam siue postmeridianam, eius altitudinem super horizontem elicere voluero. Regula 2ª. Contrà verò, si ex alt^ne Solis aut astri proposita distantiam eius à Meridiano comminisci iubear. Tunc sit iam data ipsius altitudo arcus m c. & Si sol sit in æquatore, ducam per m. punctum lineam m o. æquidistantem ipsi b c. & secantem ipsam d a. in o. puncto. nam arcus ipsi d o. tanquàm sinui verso, aut ipsi o a. tanquàm sinui secundo debitus per 6^u cap. præmissum inuentus erit distantium Soli vel astri à meridiano quæsita, siue antemeridiana siue postmeridiana. Quòd si Sol vel astrum sit extra æquatorem, vtpote in parallelo, cuius diameter e h. aut in parallelo, cuius diameter f g. ponaturque in illo eius altitudo r c. In hoc autẽ eius altitudo s b. ductisque penes b a c. lineis per puncta r s. quæ parallelorum diametris occurrant ad puncta p q secabo iam per Regulam 9ª sexti cap. huius, ipsam d a. in puncto o. ad eam rationem, qua vel e h. secatur in puncto p. vel qua f g. secatur in puncto q. Sic enim, vt prius, ex sinu verso d o. vel sinum secundo o a. ex Regulis sexti cap. eliciam arcum, qui Solem vel astrum à meridiano semouet: qui arcus ad temporum mensuras redactus horam instantem indicabit ante vel post mer. Quod si talis distantia fuerit non Solis pro alterius astri, iam & hinc hora elici poterit, dum tempus, quo ad meridianum astrum tale perueniat, notum sit: quod ex differentia ascẽsionum rectarum ipsius astri & Solis colligi potest. Sed parallelorum diameter e h. f g. describendi sunt ad arcus d f. d e. declinationum per septimum caput præmissum inuentarum. Et notandum, quòd si æquidistantes r p. s q. occurrerent ipsis parallelis ad puncta g h. iam tunc astri a merid. remotio esset circuli quadrans, hoc horarum sex^t. cum e h. f g. sint semidiametri, & perinde sinus quadrantum. Si autem p r. ipsi e k. incideret in aliquo puncto inter h k. vtpote in puncto t. tunc per Regulam 5ª sexti cap. sicut est e h — h t. sic fiat iam e a — a x. Nam arcus



Pro R^la 2ª.

Nam arcus respondens sinui recto a x. per sextum cap. compertus, iunctus cum quadrante conflabit totam Sol vel astri à meridiano distantiam. REGVLA 3ª. Porrò ex altitudinibus Solis ad horas singulas licebit vmbras metiri, ad quemuis Solis situm. Sumam tamen exemplum super æquatore, in cuius semidiametro d a. signabo puncta e f g h k. quæ terminant sinus versos atque secundos distantiarum Solis à meridie per singulas sex horas. Et per singula puncta signata ducam lineas ipsi b a c. æquidistantes d l. e m. f n g o. h p. k q. Mox faciam a r. styli mensuram ipsi b a c. perpendicularem, quæ pars est horizontalis axis: & per styli pedem r. ducam ipsi b a c. æquidistantem & indefinitam: & coniungam puncta l m n o p q. cum centro a. ductis totidem rectis, quas continuabo, donec ipsi r i. occurrant ad totidem puncta scilicet s t u x y z. Namque recepta spacia inter hæc singula puncta & pedem styli r. erunt vmbræ ad altitudines horarum singularum videlicet r s. vmbra meridiana r t. vmbra horæ vnius ante vel postmeridiana r u. vmbra horarum duarum r x. trium r y. quatuor r z. quinque: Nam vmbra horæ sextæ tunc infinita est, quandoquidem Sol in horizonte iacet.



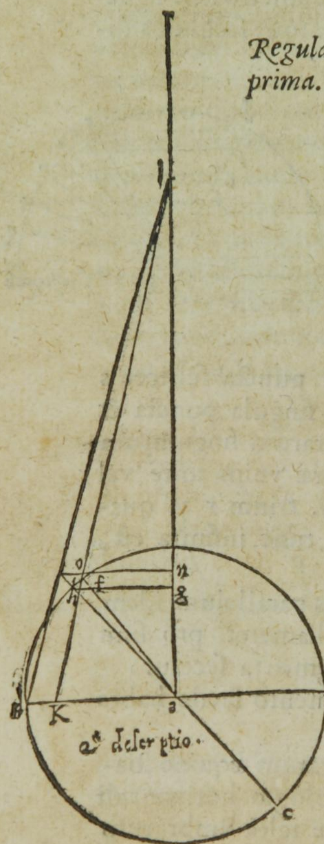
REGVLA 4ª. Similiter ad alium quemuis parallelum idem efficere poteris: si supponatur paralleli semidiameter pro sinu maximo, & secundùm sinuum horariorum segmenta secetur.

REGVLA 5ª. Et ex hoc quidem lineamento facile habes ex hora vmbram, & ex vmbra horam.

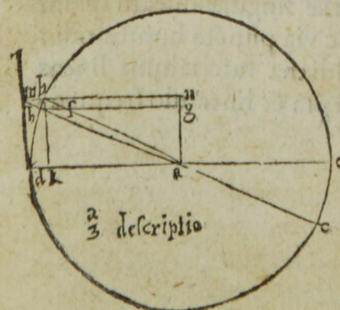
REGVLA 6ª. Item ex longitudinibus vmbrarum æquinoctialium ad horas singulas habes interualla in horologio horizontali à pede styli ad puncta lineæ æquinoctialis, quæ tales vmbrarum desinentias suscipit, in quibus lineæ horariæ singulæ lineam ipsam æquinoctialem secant. Notescent igitur hac via puncta huiusmodi: & coniuncta cum pede axis in linea meridiana suscitabunt lineas horarias singulas. Quæ omnia bene præcepta & lineando frequentata, multo faciliora venient.

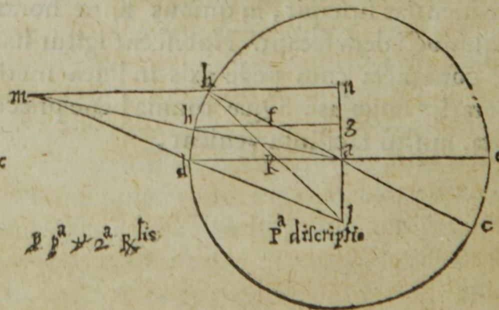
De quibusdam alijs extraordinariis quæstionibus circa declinationes & ascensiones rectas.

Cap. 10.



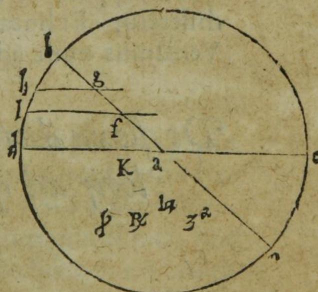
Regula prima. SI EX proposita recta ascensione velim arcum zodiaci tali ascẽsioni respondentem, ac etiam declinationem puncti arcum ipsum terminantis extrahere; repetam descriptionem primã septimi capitis præmissi. in qua datæ ascensionis à proximo nodo numeratæ sinus per 7ᵘ cap. inuentus sit a k. de semidiametro æquatoris a d. tanquàm sinu maximo abscisus : & coniungam punctum solstitiale b. cum puncto k. & continuabo in rectum b k. donec occurrat axi æquinoctialis a g. vbicunque fiat occursus ad punctum l. Mox ducam lineam i a. eamque producam, donec coincidat ipsi b n. parallelo ipsius a d. in puncto m. Deinde iungam puncta m b. cum centro a. ductis b a. & a m. quæ secet periferiam b d. in puncto h. & per punctum h. agam ipsi a d. parallelum h g. quæ secet ipsam a b. in puncto f. Eritque propter æquidistantiam linearum sicut a k — k d. sic n b — b m. Et sicut n b — b m. sic g f — f h. Igitur g f — f h. sic a k — k d. Quare, circulus declinationis, qui determinat ascensionem rectã, cuius sinus est linea a k. abscindit cum coluro æquinoctiorum de parallelo, cuius semidiameter est g h. arcum similem tali ascensioni: cuius arcus sinus est linea gf. & de zodiaco arcum, cuius sinus est linea a f. Nam paralleli prædicti periferia secat



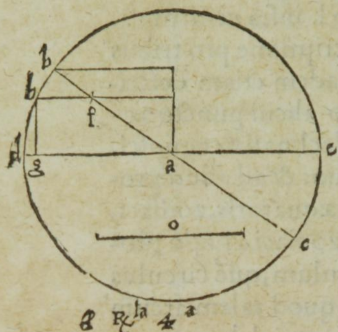


zodiacum

zodiacum in eo puncto, in quo secat eundem præfatus declinationis circulus. Quare arcus debitus sinui a f. per 6ᵘ cap. cognitus, erit arcus zodiaci respondens arcui ascensionis propositæ, cuius sinus fuit a k. Et quoniam parallelus supradictus colurum secat in puncto h. ideo arcus d h. erit declinatio fini talis arcus zodiaci debita. Quæ quidem operatio procedit cum demonstratione sua, siue lineæ b k. m d. concurrant cum axe æquinoctialis a g n. ad punctum l. infra centrum a. siue supra, siue sint æquidistantes. vt in triplici descriptione pro tribus casibus huiusmodi apparet. REGVLA 2ª. Ex eadem etiam descriptione, si proponantur ascensio recta & declinatio alicui puncto zodiaci debitę iam notę, poterit & maxima zodiaci declinatio cognosci. Sed illud lectoris perspicaciæ indagandum relinquo: & ad aliud problema transeo. REGVLA 3ª. Pergens in eadem æquatoris, zodiaci, & coluri solstitialis descriptione: ablato iam arcu zodiaci à nodo proximo incępti, cuius sinus sit a f. volo sciscitari angulum, quē circulus declinationis cum zodiaco facit super punctum, quod talem arcum terminat. Sit a k. sinus ascensionis rectæ oblato arcui debitæ per 7ū cap. inuentus: & eiusdem ascensionis sinus versus per 6ᵘ cap. sit b g. linea. Ducam per punctum g, ipsi a d. æquidistantem & periferiæ in puncto h. occurrentem lineam g h. Namque d h. arcus ablatus de quadrante, quæsitum angulum relinquet. Nam arcus, cuius sinus versus e. g h. est qui à solstitiali puncto sumitur de zodiaco vsque ad periferiam paralleli sectionem g h. cum coluro facientis: qui arcus, quoniam æqualis est ascē-sioni rectæ, cuius sinus a k. quæ debetur arcui zodiaci, cuius sinus a f. propterea, p 37ª primi libelli nostrorum sphæricorum, complementa declinationum ad terminos talium arcuum zodiaci debitarū æqualia sunt vicissim alteri angulo alterius, quem super ipsum terminum cum zodiaco facit circulus declinationis. Quā obrem ducta æquidistante ipsi a d. per punctū f. quæ periferiam secet apud l. cum sit per 7ū cap. l d. declinatio pertinens ad terminū arcus zodiaci, cuius sinus a f. iam & arcus l d. de quarta circuli subtractus relinquet etiam angulum, quē circulus declinationis cum zodiaco facit super terminū arcus, cuius sinus versus fuit b g. Hoc autem in sphæricis ostēsum est. REG. 4ª. Item, si velim determinare pūctum zodiaci, qui terminat arcum maximè differentē à sua ascensione recta; sic procedam: In eadem descriptione ducam ipsi a d. æquidistantem l n. axique æquatoris occurrentem apud n.



Eritque b n. ſemidiameter tropici, atque ſinus ſecundus maximæ declinationis b d. Capiam per ſextum cap. præmiſſum, inter a b. b n. mediam proportionalem o. quæ quidem erit minor quàm a b. hoc eſt quàm a d. Itaque de a d. abſcindam ipſi o. æqualem a g. & à puncto g. excitabo ipſi a d. perpendicularem g h. quæ occurrat periferiæ b d. apud h. punctum: ſecabit enim omnino periferiam b d. cum o. hoc eſt a g. ſit minor, quàm b n. Deinde per punctum h. ducam ipſi a d. æquidiſtantem h f. quæ ſecet ipſam a b. apud f. Dico itaque, quòd arcus zodiaci cuius ſinus eſt a f. eſt, qui maxime differt ab aſcenſione ſua recta, & eius finis declinatio arcus h d. Hoc enim in 29ª primi noſtrorum ſphæricorum oſtenſum eſt. Hæc autem per lineamenta luſiſſe placuit: vt qui horarias lineas eſt deſcripturus, iactare ſe audeat omnia per lineamenta poſſe ad rem ſpectantia inuenire abſque calculi adminiculo: Quod ſi quis per calculum minutias diſcernere ſe iactet, quę lineator in paruo ſpacio animaduertere nequeat; idem lineator in ſpacio, quantum ſatis eſt, lato efficiet. Immo lineatio in hac excedit calculum dignitate, quòd geometricum punctum aſſequitur: quod ſupputator minime poteſt. Sed de hac collatione alibi diſſeretur. Et lineatio magis ad theoriam, quàm calculus accedit. Veniamus nunc ad id, quod dicendum ſupereſt.

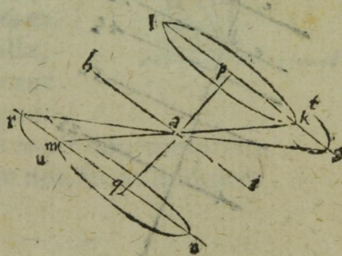


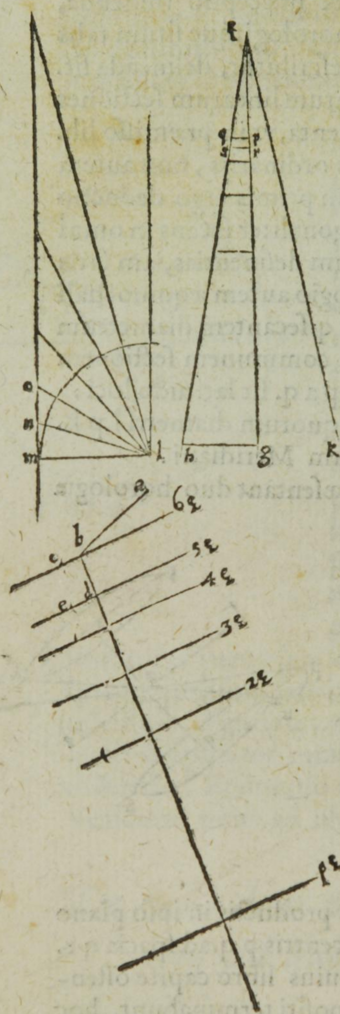
De flexa dati paralleli in plano cuiuſlibet horologij ad quemlibet ſitum delineanda. Cap. 11.

CVM ſatis notum ſit ex præmiſſis & ex quinto capite huius libelli, æquinoctialis vmbræ deſinentiam deſcribere in omnis horologij plano lineam rectam: & in plano æquinoctialis horologij omnis vmbræ limitem circumferri in aliqua circulari periferia: quod quidem horologium in ſphæra recta verticale, ſub polo autem horizontale eſt; in cæteris verò Solis ſitibus, aliorum horologiorum omnium planis vmbrarum extrema circumferri per alias conicarum ſectionum periferias, ſiue ea ſit Ellipſis,

ſiue hyperbola : omnino dandus eſt modus & præceptio tradenda, quemadmodum ad propoſitum Solis, loci, horologijque ſitum talis periferia, quæ ab vmbræ apice circumlato deſcribitur, delineãda ſit. Nam flexæ tales, quæ per cancellatas horariarum linearum ſectiones incedũt & facillimè ſuper ipſa horarũ lineamenta, vt in præmiſſo lib. docuimus, deſcribi poſſunt ; arcubus diurnis ordinarijs , non autem propoſito Solis , aſtrive loco reſpondent . In primis ergo deductio æquinoctialis lineæ, quæ meridianam orthogonaliter ſecans in omni horologio ſuſcipit æquinoctialium vmbrarum deſinentias, iam ſatis nota eſt ex præmiſſo libro . Pro horologio autem æquinoctiali intelligo in plano meridiani axem mundi p a q. ſecantem diametrum æquinoctialis h a i. ad rectos : k a m. lineam communem ſectionem meridiani & horizontis , vt ſcilicet angulus p a q. ſit latitudo loci . Item duos circulos æquales & æquidiſtantes, quorum diametri l p k. m a n. centro p q. orthogonales ad planum Meridiani .

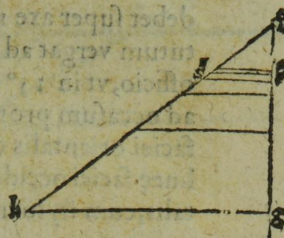
Quorum quidem circulorum plana repræſentant duo horologia æquinoctialia, quorum ſtyli q a. p a. communem verticem a. ſphæræ centrum habentes : & in quibus lineæ horariæ tangunt & ſecant dictos circulos : vt habes in ſecundo capite huius libelli. In his itaque horologijs vmbræ extremum quotidie defertur in periferia circuli . Ponatur ergo Solis locus habens declinationem ab æquatore angulum h a r. volo deſcribere in planis horum horologiorum circulum, cuius periferia ſuſcipit vmbrarum deſinentias ad dictum Solis ſitum . Continuabo r a s. lineam, donec diametris l k. m n. productis in ipſo plano meridiani occurrat ad puncta r s. Superque centris p q. ad ſpacia q r. p s. circulos deſcribam : qui, vt in quinto huius libro capite oſtenſum eſt , vmbras per totam Solis in eo ſitu poſiti terminabunt. hoc eſt, circulus r u. terminabit vmbras , dum Sol declinat ab æquatore ad polum extantem per angulum i a s. dum verò ad diuerſas declinat per angulum æqualem h a r. circulus s t. vmbrarum tunc limites definiet . Similiter faciam ad reliquos omnes ſitus Solis, cùm tales circuli ab vmbræ vertice quotidie deſcripti ſint concentrici . Atque ſi r a s. eundem cum æquatore h a i. ſeruans angulum intelligatur perfecta reuolutione circumferri , deſcribat ipſas r u. s t. circulorum periferias , in quibus & vmbrarum q r. p s. extrema pariter eadem conuerſione circumducuntur .



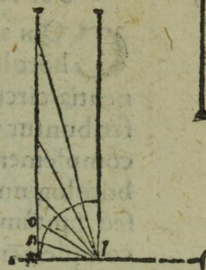


Pro horologio autem meridiano ad ortum vel occaſum verſo ſit a b. gnomon vel ſtylus ad planum horologij perpendicularis : b c. autem linea horæ ſextæ ante vel poſt mer. d e. linea horæ 5æ ante vel poſt merid. & deinceps reliquæ quatuor æquidiſtantes per 10ū cap. præcedentis libri ad propria interualla lineatæ. Deinde linea f g, ſit radius ſolis æquinoctialis : linea f h. radius Solis per angulum g f h. declinãtis ad polum extãtem: linea f k. radius Solis per angulum g f k. declinantis ad diuerſas : linea l m. æqualis gnomoni a b. Anguli m n l. n l o. & cæteri per circuli quadrantẽ diſtincti ſinguli quindenorum graduum. continuatis in rectum ſemidiametris ad lineam vſque m o. ipſi m l. perpendicularem. Quibus peractis, ponatur ipſi l m. æqualis f p. abſciſa de radio f g. ipſiq; l n. æqualis f r. & ducantur p q. r s. perpenres. ad f g. & ſimiliter ipſi l o. & cæteris à puncto l. ad lineam m o ductis æquales ſingulæ ſingulis de linea f g. abſcindãtur: & à pũctis abſciſionum ipſi f g. perpenres excitentur vſque lineam f h. Poſt hæc ponatur ipſi p q. æquale ſpacium b c. in linea horæ ſextæ : ipſiq; r s. æquale ſpacium d e. in linea horæ quintæ : & reliquis perpendicularibus ad f g. reliqua ſpacia in reliquis ſeriatim horarijs lineis ſingula ſingulis æqualia. Nam ſicut in conuerſione motus diurni, radius æquinoctialis f g. porrigit extremum vmbræ ſtyli a b. in puncta b d. & reliqua in linea æquinoctiali b d. ſignata, in quib. ea ſecãt horariæ lineæ ; ita radius f h. proijciet extrema vmbrarum in puncta c e. & ſequentia in cæteris lineis horarijs prædicto modo ſignata : ſicut expoſcit △ △lorũ f p q. a b c. ſimilitudo & æqualitas : Itemque △ △lo f r s. a d e. per latera æqualitas & cæterorum. vnde pũcta c e. & reliqua in cæteris lineis horarijs ſignata, erunt limites vmbrarum ſtyli, Sole in tali ſitu locato : & linea flexa curuatim continuata per huiuſmodi pũcta ſuſcipiet terminos vmbrarum eius diei: quę linea eſt ſectio conica dicta hyperbole, per pū Coroll. 4æ cõcluſioni quinti capitis præmiſſi.

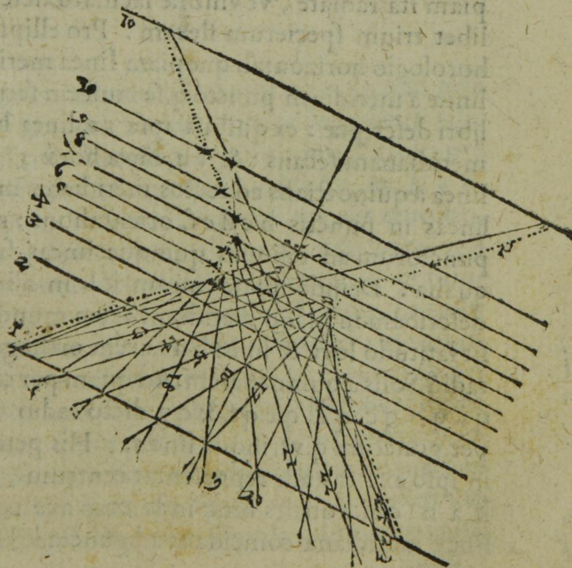
Similiter



Similiter faciam pro radio Solis f k. declinantis ad diuersas: & pro quocunq; alio situ Solis. Eruntq; semper tales flexæ hyperbolæ; vt in quinto capite satis demonstratum est. Quæ quidem flexæ nō nisi ad penicillum lineatoris per puncta dicto modo signata deduci possunt: cum neque rectæ sint vt Canonis, neque circulares vt circini officio describantur: & tanto certius lineabūtur, quo crebriora fuerint puncta signata: & semper sic molliter erunt à puncto ad punctum & per totum protrahendæ vt curuaturæ tenorem seruantes, anguli fracturam nec ubi admittant: quod etiam aliàs monuimus.



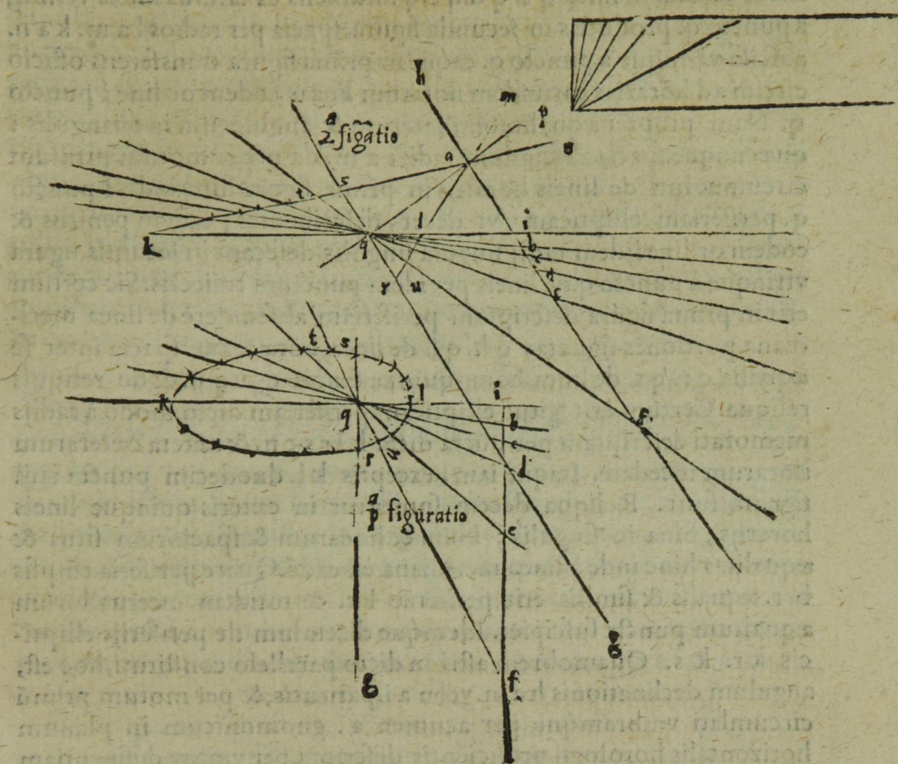
¶Et notandum, quòd si tam angulus g f h. quàm angulus g f k. fuerit æqualis cōplemēto latitudinis loci; quantum scilicet declinant singuli paralleli æquatoris, quos tangit horizon: tunc hyperbole inuenta per c e. puncta & reliqua in lineis horarijs signata incedens, & alia hyperbole contraposita ex aduersa parte lineæ æquinoctiale b d. essent illæ, quas vndecim lineæ horariæ æquidistantes secant singulæ in binis punctis, in quibus easdem tangunt 22æ lineæ horariæ tangentes: Nam linea horæ mer^næ non comparet, cùm Meridianus horologio æquidistans lineam non faciat. Et duæ ex tangentibus fiant hìc non tangentes, atq; ita, vt alibi diximus, duo pūcta cōtactuum ac sectionū euanescāt. Sicut autē hyperbole c e. ducitur p signata pūcta in lineis horarū inferiorib. ipsa b c. ita & in supiorib. per eadem vtiq; spacia, erit continuanda. Et similiter hyperbole ꝯposita: Nam dispositio & interualla superiorum linearum eadem sunt cū iteruallis īferioꝶ: vt in 10° cap. præcedentis libelli satis ꝯstitit. Notādū præterea, ꝙ hor^giū merid^nū ad oriētem vergēs, cōuerti



debet ſuper axe mundi, donec ad æquidiſtantiam prioris ſitus reſtitutum vergat ad occidentem, mutato tamen horarum numero & officio, vt in 15° cap. præmiſſi libelli tradidimus. ſtylo quoq; tantũdẽ ad occaſum prominente. Vel ſi conuerſio talis non placeat, tergum faciei orientalis conuerſum ſcilicet ad occaſum ſic lineandum eſt, vt lineę faciei occidentalis eædem ſint ſingulæ ſingulis lineis faciei orientalis, cum ſtylo indidem & tantundem ad occaſum exporrecto.

De Ellipſi paralleli cuiuſpiam in horizontali ſeu verticali horologio deſcribenda. Cap. 12.

CONSTITIT iam per quintum caput, quas in quocunque horologio cuiuſlibet ſitus flexas deſcribat quælibet vmbræ deſinentia circumlata: Non enim omnes flexarum ſpecies vbique deſcribuntur per Solarem radium, vtpote in horizonte, cuius latitudo complementum maximæ declinationis non excedit, horizontale horologium nunquàm ſuſcipit vmbrarum deſinentias in Ellipſi: ſed tantùm in hyperbola, vel parabola, ſi latitudo ſit par dicto complemento. nobis ſemper in hyperbola. Verùm, quoniam placet nobis, non neceſſitatis, ſed ſpeculationis gratia, in horologijs omnes protrahere tam horarias quàm flexas lineas etiam eas, ad quas vmbrarum ſolarium deſinentiæ non perueniunt: intelligemus in quouis propoſito parallelo, extra anni Solisque vias, aſtrum quodpiam ita radiare, vt vmbræ iaculatu deſcribat diurno motu cuiuslibet trium ſpecierum flexam. Pro ellipſi itaque delineanda, ſit in horologio horizontali quopiam linea meridiana k l. cum qua horarię lineæ à meridie in puncto q. ſe inuicem ſecent, per 11ᵘ caput pręmiſſi libri deſcriptæ: ex quibus ipſa r s. linea horæ ſextæ orthogonaliter meridianam ſecans: & t u. linea horæ 5ᵃᵉ & cæteræ deinceps. Item linea æquinoctialis ad rectos meridianæ incidens, ſecet ipſas horarias lineas in punctis b c d e f. orientalibus: nam ſpacia occidentalium punctorum ad reliquas quinque lineas ſunt ſingula his ſingulis æqualia. Deinde ipſam lineam k l. in alium locum transferam: & deſcribam in plano meridiani axem mundi q a p. Ita vt angulus a q i. ſit latitudo loci: & linea h a i. axem orthogonaliter ſecans repręſentet radiũ Solis æquinoctialem. Ad quam per circinum transferam ſpacia q i. q b. q c. q d. q e. q f. & q g. dicto radio æquidiſtantem, continuatis per punctum q. vtrinque lineis. His peractis per punctum a. quod in ipſo axe mundi repræſentat centrum, ducam duos radios l a m. k a n. qui æquales hinc inde cum axe comprehendant angulos, & lineæ meridianæ coincidant ad puncta k l n. Sic enim tales radij con-



iungunt extrema diametrorum in parallelis æquatoris circulis. quo neque ſecat neque tangit horizon : quare conica ſuperficies talis paralleli ſecta plano horizontalis horologijs per 5ª quinti capiti præmiſſi concluſionem, faciet ellipſim. Itaque radij tales l a m. k a n. circum axem q a p. per motum primum, ſeruatis angulis reuoluti, dum deſcribunt conicas ſuperficies, deſignabunt in dicti horologij plano ellipticam periferiam, cuius diameter maior k l. per 2ᵘ præambulum primi capitis huius libri. Ad inuenienda verò pũcta, in quib. talis periferia ſecat horarias lineas, ſic procedo : Radij l a m. k a n. vtrouerſum producti ſecentes merⁿᵘ in punctis k l. ſecẽt reliquas per punctum q. traiectas lineas in ſenis hinc inde punctis: vtpote lineam q g. in pũctis r s. lineam autem q f. in pũctis t u. & deinceps reliquas. Et faciam in prima figura linearum horariarum eadem in earundem notorum lineis ſpacia : hoc eſt, in linea q g. ſpacia q s. q r. eadem : in linea q f. ſpacia t q. q u. eodem ordinis ſitu ſingula ſingulis æqualia.

Idem

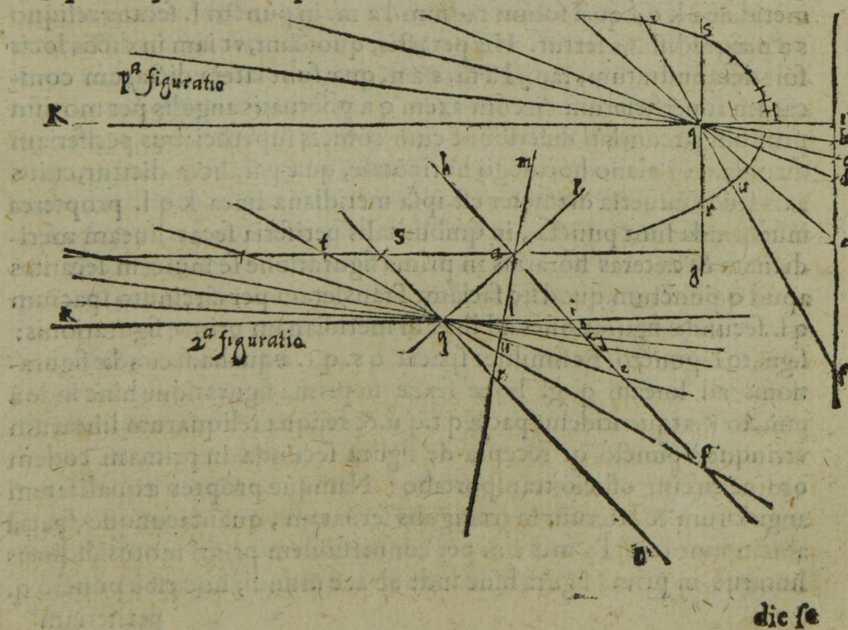
Idem faciam in linea q e. q d. q c. q b. sumens ex talibus lineis vtrinq; à puncto q. productis in secunda figura, spacia per radios l a m. k a n. abscisa vtrinque à puncto q. eaque in prima figura transferens officio circini ad horarias earundem notarum lineas eodem ordine à puncto q. Nam propter æqualitatem laterum & angulorum in triangulis: quæcunque spacia abscindunt radij l a m. k a n. per motum primum circumuoluti de lineis horarijs in prima figura hinc inde à puncto q. periferiam ellipticam, vt decet, describentes; eadem penitus & eodem ordine ijdem radij singula singulis desecant in secunda figura vtrinque à puncto q. de lineis per idem punctum traiectis. Sic certum erit in prima figura descriptam periferiam abscindere de linea meridiana portiones signatas q k. q l. de linea horæ sextæ spacia inter se æqualia q r. q s. de linea horæ quintæ spacia q t. q u. & de reliquis reliqua. Certum erit igitur ellipticam periferiam dicto modo à radijs memorati descriptam per pūcta dicta k l r s t u. & cætera cæterarum linearum incedere. Itaque iam, exceptis k l. duodecim puncta iam signata sunt. Reliqua decem sumentur in cæteris quinque lineis horarijs, bina in singulis: Nam & linearum & spaciorum situs & æqualitas hinc inde à linea meridiana est eadē. Quare periferia ellipsis b r. æqualis & similis erit periferiæ l s. & totidem interuallorum æqualium puncta suscipiet. Idemque dicendum de periferijs ellipticis k r. k s. Quamobrem astri in dicto parallelo constituti, hoc est, angulum declinationis h a m. vel n a i. patientis, & per motum primū circumlati vmbramque per acumen a. gnomonicum in planum horizontalis horologij proijcientis descripta per vmbrę desinentiam periferia, erit Ellipsis k t l. per signata quatuor ac viginti in horarijs lineis puncta. quæ fuerat describenda Similiter pro cæteris astris ad aliarum declinationum radios operabimur. REGVLA *verticali hor.* Et eadem penitus via describemus ellipsim in verticali horologio descriptam per propositum radium: hoc solum mutato, vt angulus a q i. qui iampridem constitutus fuerat latitudo regionis, fiat nunc complementum talis latitudinis: & lineæ horariæ in prima figuratione fiant in plano verticalis horologij, vt conuenit: Namque in verticali circulo linea meridiana, quæ axis est horizontis, continet cum axe mundi q a p. angulum æqualem complemento latitudinis loci. & omnia quæ in plano horizontalis, hìc in plano verticalis horologij speculabimur & peragemus. REGVLA. Et notandum, quòd si anguli h a m. n a i. declinationum singuli fuerint æquales complemento latitudinis loci; tunc radij l a m. k a n. circumducentur in periferijs parallelorum, quos tangit horizon atque cæteri circuli horarij tangentes: atque ideo periferia elliptica k t s. in horologio

verticali

verticali descripta per tales radios erit illa, quã lineæ horariæ secãtes secant in 24^or punctis, in quibus eam tangunt totidem horariæ lineæ tangentes: Quod accidit locis, quorum latitudo minor est dimidio recti anguli, quemadmodum in 13° capite præcedentis libri, in quo pro tali situ facta est vniuersalis linearum vtriusq; ordinis descriptio. Postremo & hìc non omittenda est illa cõsyderatio: Sicubi horologij verticalis facies, quæ ad meridiem vergens sisti solet, conuertenda sit ad extantis poli partes: de qua conuersione in 15° præmissi libri & in tertio præsentis capite ad plenum locuti sumus: Sic rursum habes modum lineandi horarias lineas tangẽtes: cùm pro vnaquaq; habeas punctum in quo cum secante secat lineam æquinoctialem, & punctũ in quo tangit ellipsim, in quo scilicet alia secans secat eandem.

Quo pacto parabola per paralleli sui radios in horizõtali seu verticali horologio delineãda sit. C. 13.

PARALLELI circuli, quem tangit in sphæra circulus maior, cui æquidistat planum horologij, conica superficies tali plano secta facit parabolen, sicut in 2 & 3 cap. huius libri & etiam in quinto innotuit. Hìc itaque viam dabimus signandi puncta in lineis horarijs à meridie, per quæ talis periferia incedit ac sui curuationis tenore delineanda est. Et primùm pro horologio horizontali faciam in primis ea, quæ in præmisso cap. feceram: hoc est, lineas horarias à meri-



die se vicissim in puncto q. intersecantes : meridianam scilicet k q i. lineam horæ 6ᵃ s q r. lineam horæ 5ᵃ t q u. & cæteras lineæ æquinoctiali i f. apud puncta b c d e f. incidentes. per 11ᵃ cap. præmissi libri: & hæc in prima figuratione, sicut in præcedenti fecimus. In secunda quoque descriptione faciemus angulum a q i. æqualem latitudini regionis : eique æqualem angulum q a l. quod est complementum declinationis radij l a m. qui fertur in periferijs circulorum, quos tangit horizon, parallelorum æquatorum, quorũ conicæ superficies, vt dictum est, faciunt in horizontali horologio parabolas, vnde contrapositus radius s a n. faciet cum axe mundi angulum s a q. æqualem angulo q a l. & ideo æqualem angulo a q i. latitudinis loci sibi coalterno. Quare, per 27ᵃ primi elementorum, radius s a n. non concurret, sed æquidistabit lineæ meridianæ k q i. Cætera omnia disponuntur, vt in secunda figuratione præmissi cap. ita vt q i. spacium sit æquum spatio q i. primæ figurationis. Itemque reliqua spacia primæ figurationis scilicet q b. q c. q d. q e. q f. transferam per circinum in secundam figurationem à puncto q. ad easdem notas in linea æquinoctiali h a i. producta: & puncta sic inuenta iungere cum puncto q. protractis, continuatisque lineis vtrinque à puncto q. faciam quàm q g. ipsi h a i. æquidistantem, quæ secet radios prædictos in punctis r s. sicut linea q f. continuata secat eosdem in punctis t u. & cæteræ lineæ per q. secant eosdem hinc inde in cæteris punctis: excepta meridiana k q i. quæ solum radium l a m. in puncto l. secans reliquo s a n. æquidistans fertur. His peractis, quoniam, vt iam in dictis locis fuit demonstratum, radij l a m. s a n. quæ sunt latera dictarum conicarum superficierum circum axem q a p. seruatis angulis per motum primum circumlati describunt cum conicis superficiebus periferiam quandam in plano horologij horizõtale, quæ parabola dicitur, cuius axis seu transuersa diameter est ipsa meridiana linea k q l. propterea inuenienda sunt puncta, in quibus talis periferia secat lineam meridianam & cæteras horarias in prima figuratione se inuicem secantes apud q. punctum. quod sic faciam: Transferam per circinum spacium q l. secundæ figurationes ad lineam meridianam primæ figurationis: signato l. puncto. Et similiter spacia q s. q r. æqualia secundæ figurationis ad lineam q g. horæ sextæ in prima figuratione hinc inde à puncto k. atque itidem spacia q t. q u. & reliqua reliquarum linearum vtrinque à puncto q. recepta de figura secunda in primam eodem ordine circini officio transportabo. Namque propter æqualitatem angulorum & laterum in triangulis seruatam, quantacunque spacia abscindunt radij l a m. s a n. per conuersionem primi motus de lineis horarijs in prima figura hinc inde ab axe mundi, hoc est à puncto q.

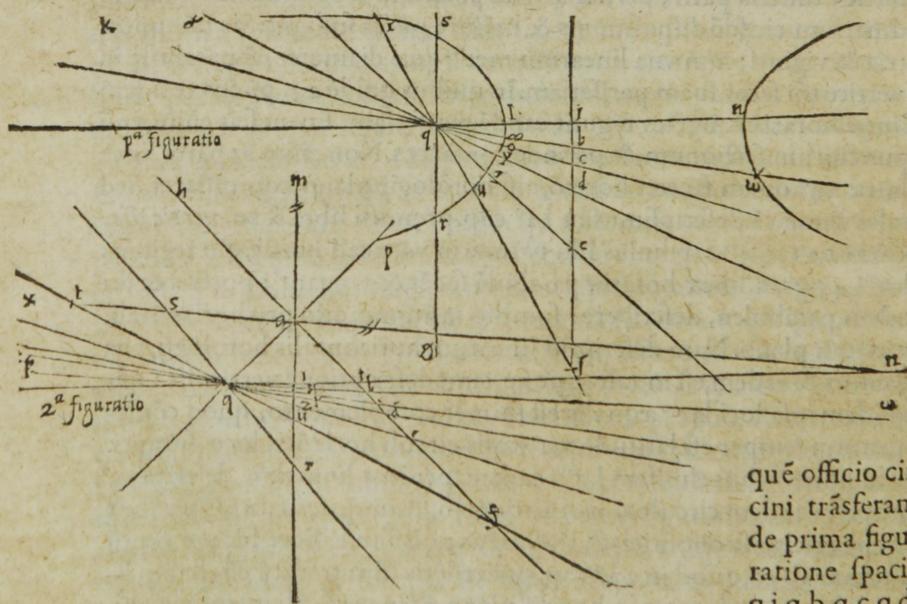
periferiam

periferiam parabolæ describẽtes, tãta etiam & ordine eodẽ ijdẽ radij, singula singulis cõparando, desecant in 2ª figura vtrinq; de lineis per q. pũctum vtrouersum ɔtinuatis. Quo fit, vt certum sit, in prima figuratione sic descriptam periferiam abscindere de linea merⁿᵃ portionẽ q l. tm̃, cum ꝑpositus radius merⁿᵉ nusquàm coincidat: de linea horæ 6ᵉ spacia q r. q s. æqualia: de linea horæ 5ᵉ spacia q t. q u. & de reliqs singulis reliqua bina: Nam, per 27ª primi conicorum, oĩs linea secãs diametrum parabolæ, vtrinq; coincidit periferiæ. Quare certum erit parabolicam periferiam, vt s̃ dictum est, in horologij plano descriptã per ipsa puncta t s l u r. iam sic signata & cætera cæterarum linearum incedere. Itaq;, excepto pũcto l. qui vertex est parabolę, bissena puncta in quibus sex lineæ periferiam secant, inuẽta sunt. Decẽ alia similiter in cæteris quinq; lineis horarijs per q. pũctum ducẽdis inueniẽtur ad eadẽ spacia. Nã sicut in periferia l r. ipsis pũctis l r. interiacẽt quinq; pũcta in qbus periferiã secãt totidẽ lineæ horariæ; ita & ex aduerso in piferia l s. totidẽ ad eadẽ spacia, eadẽq; in oppositũ dispositionẽ ipsis l s. pũctis intersunt. Itẽ sicut periferia s t. cõtinuatur p quinq; pũcta, in quibus secatur à quinq; dictis lineis horarijs per pũctũ q. traiectis: ita & è diuersa parte, periferia vltra punctum r. cõtinuata totidem in diuersum eiusdẽ dispositionis & mẽsurę pũcta suscipit: Sic fiũt pũcta tria & viginti: cum vna linearum merⁿᵃ quæ diameter est parabolę in vertice tm̃ secet suam periferiam. In quibus quidẽ 23. pũctis totidem lineæ horariæ tangẽtes tãgunt eandẽ periferiam. Euanescit enim vnũ punctorum sectionum, & perinde contactus. Non enim apparet linea horæ 24ᵉ quam faceret horizõ, nisi horologij plano æquidistaret. Sed tales lineas iã descripsimus in 12° cap. pręmissi libri. Reg. *verticalis.*
Cũ aũt, vt in 3° cap. huius lib. patuit, in verticali horologio regionis latⁿⁱˢ 45. grad. lineæ horariæ parabolã secẽt & tangantᷣ: poteris & ibi talem parabolen, describere; sumpto tantummodo pro horizontali, verticali plano. Nam descriptio linearum horiaontalis horologij, vna penitus & eadem est in tali regione cum descriptione verticalis: qñquidem ipsa loci latᵈᵒ æqualis est suimet complemento, quod cõplementum semper est latitudo verticalis circuli horizõtis loco sumpti. & in horizõtibus eiusdem latⁿⁱˢ eadem penitus linearum descriptio, propter eandem circuloꝵ inclinationem situmq;, seruatur. Quæ sunt in sphæricis, astronomicisq; rudimẽtis notissimæ. Ecce hìc præceptũ alterum ab eo, quod in 12° cap. præcedẽtis libri traditũ est, habes lineãdi horarias tãgentes in horizᵃˡⁱ plano, & in verticali memoratæ regionis: Nam pro vnaquaq; linea tãgente habes bina puncta, vnum, in quo ipsa cum secãte simul partitur lineam æquinᵃˡᶦˢ; reliquum, in quo tangit parabolen, vbi eandem secat alia ex numero secantum.

De contra-

De contrapositarum flexarum descriptione in horizontali, aut verticali horologio. Cap. 14.

SI circulus, cui planum horologij æquidistat, secet in sphæra parallelos contrapositos, tunc ipsum planum secãs conicas superficies talium parallelorum, facit hyperbolas contrapositas, sicut in 4° & 5° capite huius libri ostensum est: quæ quidem ab æquinoctiali linea hinc inde auersis disponuntur brachijs, proque diametro lineam meridianam habent. Ad signanda igitur puncta, in quibus tales flexæ datorum parallelorum, ad propositi situs horologium secant horarias linea à meridie; faciam ea, quæ in præmissis duobus capitib. feceram. Et primùm pro horologio horizontali, describam lineam meridianam q l i lineam horæ 6ᵃ s q g. quintæ t q u. quartæ x q z. tertiæ k q y. secundæ q o. primæ q æ. & earum spacia in æquinoctiali abscisa per occursuum puncta b c d e f. vt prius. hæc autem in prima figuratione. In secunda verò, vt antea, Meridianã k q i. axem mundi q a p. angulum latitudinis loci a q i. radium æquinoctialem h a i. in



quẽ officio circini trãsferam de prima figuratione spacia q i. q b. q c. q d. q e. q f. ipsique h a i. æquidistantem q g. & protraham per punctum q. rectas vtrinque productas. Deinde faciam angulos s a q. q a l. æquales singulos complemẽto declinationis parallelorum propositorum, quos

quos secans horizontalis horologij planum facit hyperbolas contrapositas: & producam vltro citroque radios s a n. l a m. Quorum ipse quidam l a m. secet rectas per punctum q. traiectas in punctis l æ o y z u r. at ipse s a n. æquidistans supponatur ipsi q o c. & perinde incidere quatuor lineis sub ipsa q o c. scilicet ipsis q y d. q z e. q n f. q r g. in punctis videlicèt k x t s. ad diuersas partes : necnon duabus ipsa q o c. superioribus scilicet ipsis q l i. q æ b. vltra æquinoctialem in punctis n ω. Et quoniam radij s a n. l a m. circum axem q a p. seruatis angulis, reuoluti describentes conicas superficies, describunt pariter in horologij plano hyperbolarum periferias ; videndum est, in quibus punctis lineæ horariæ in prima figuratione secant eas periferias, eo modo & syllogismo, quibus in præcedenti & antè præmisso cap. vsi sumus. Transferam enim per circinum de secunda figuratione spacia q l. q æ. q o. q y. q z. q n. q r. & ex aduerso spacia q s. q t. q x. q k. Itemque vltra lineam æquinoctialem h a i. dúo spacia q n. q ω. vnumquodque videlicèt spacium ad suam lineam in prima figuratione. Sic enim, cum vnaquæque linearum per punctum q. traiectarum in secunda figura secet vtrunque radiorum s a n. l a m. excepta linea q o c. quæ ipsi s a n. æquidistans secat reliquum l a m. tantùm in puncto o ; inuenta & signata erunt tredecim puncta in prima figuratione, videlicet vndecim citra æquinoctialem linea, quæ sunt l æ o y z u r. s t x k. & bina vltra eandem, quæ sunt n ω. Itaque certum est propter æqualitatem angulorum & laterum in triangulis seruatam, radios circum axem seruatis angulis delatos ferri in prima figura per talia puncta, hoc est, radium l a m. per puncta l æ o y z u r. & radium s a n. per puncta s t x k. & vltra æquatorem per puncta n ω. immo vtrunque radium peragrare omnia puncta, cum vterque circumferatur per vtráque conicam superficiem. Quam obrem descriptarum per tales radios hinc inde ab æquatorē citerior incedet quidem per puncta l æ o y z u r. s t x k. vlterior autem per puncta n ω. Verùm productis alijs quinque horarijs lineis per punctũ q. in prima figura, iam periferia l s. suscipiet alia quinque puncta, ad mensuram & dispositionem eorum quinque quæ iam signata sunt in periferia l r. & ipsis t x k. punctis correlatiua suscipiet periferia vltra punctum r. continuata per eandem mensuram in dictis quinque horarijs lineis. Similiter in contraposita periferia supra punctum n. cadet punctum ipsi ω. correlatiuum. Sic signabuntur puncta duo & viginti sumpta quidem in bissenis horarijs lineis in prima figura per q. pũctum protracti. Namq; linea q o c. horæ $2^{æ}$ postmer. & eius correlatiua horæ $2^{æ}$ antemer. singulæ in vno tantùm puncto hyperbolæ s l r. coincident : Cæteræ autem lineæ horariæ 10. singulæ in binis :

Nam

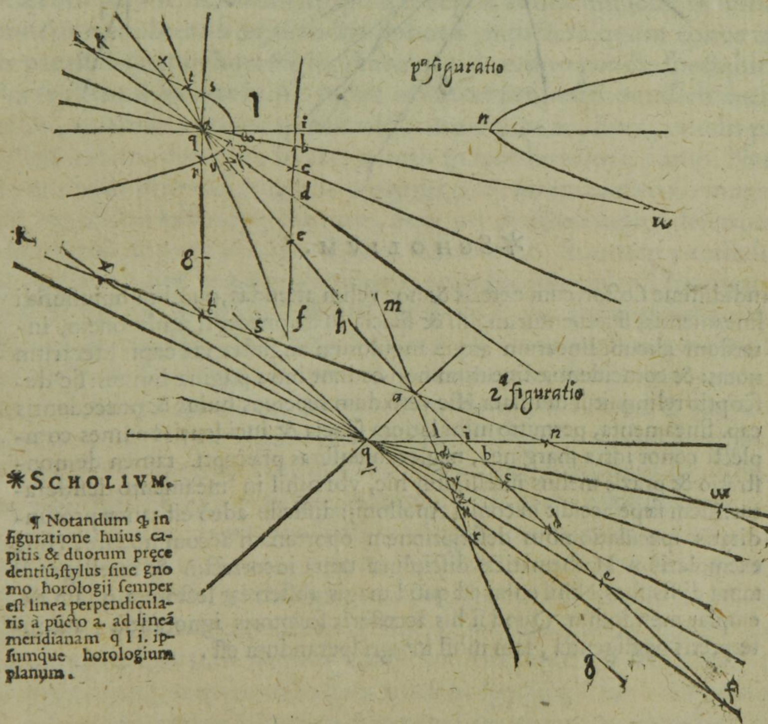
Nam linea q l n. meridiana; & linea horæ primæ q æ ω. singulæ ſingulas hyperbolas in ſingulis tantùm punctis per 16ª ſecundi conicorum ſecant: ſic habes ſex puncta. Cæteræ octo lineæ horariæ ſecant hyperbolen s l r. ſingulæ in binis punctis, contrapoſitam verò non tangunt, per 33ª ſecundi conicorum: ſic habes puncta 22. Cum igitur linea horaria q o c. eiusque correlatiua in vno puncto tantùm hyperbolam s l r. ſecet, contrapoſitam non tangens, iam omnino æquidiſtare conuincitur vni Non tangentium in ipſis contrapoſitis, per conuerſam 13æ ſecundi conicorum: ſecus enim aut ſecaret ipſam s l r. hyperbolen in binis punctis, aut per 16ª prædicti, ſecaret hanc & contrapoſitam in ſingulis punctis, quorum neutrum ſupponitur. Sed delineata hyperbola s l r. iam & contrapoſita n ω. omnino ei ſimilis & æqualis facile lineabitur. Quando autem in ſecunda figuratione radiorum s a n. l a m. neuter æquidiſtat alicui linearum per q. punctum tranſmiſſarum: tunc puncta ſectionum ſunt 24ᵒʳ. cum enim tunc ſinguli duo radij ſingulas tranſmiſſas in ſingulis punctis ſecent, fiunt puncta 14. Quare in prima figuratione in totidem punctis lineæ horariæ ſeptem coincident hyperbolis, hoc eſt, ſingulæ in binis: & quinque reliquæ ſingulæ ſimiliter in binis, ſic fiunt alia 10. puncta & vniuerſa 24ᵒʳ. Sed iam licebit hanc totam ſpeculationem de horizontali horologio transferre ad verticale, pro regione latitudinis recti dimidium excedentis: in quo quidem horariæ lineæ ſecantes ſecant contrapoſitas hyperbolas in 24ᵒʳ punctis, in quibus eaſdem tangunt totidem horariæ lineæ tangentes: ſicut iam docuimus & oſtendimus in 4° cap. huius libelli. Sic & alius conſtabit modus lineas tales tangentes in dicto verticali horologio deſignare. Nam in vnaquaque linea tangente præter punctum, in quo ipſa cum aliqua ſecantium, ſecat æquinoctialem lineam, habes & punctum, in quo tangit hyperbolen, in quo videlicèt alia de numero ſecantium ſecat eandem.

Sed pro verticali angulus a q i. qui fuit & horizontali latitudo loci, fiant complementum latitudinis: & in prima figura lineæ horariæ fiant per ſuam Regulam in plano verticalis horol.

SCHOLIVM.

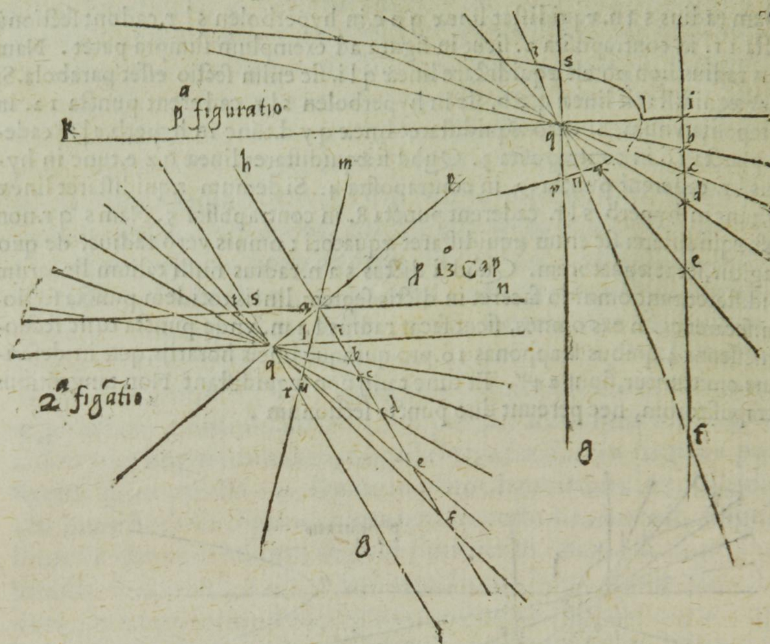
*SCHOLIVM.

Dum radius s a n. æquidiſtat lineæ q o c. in hyperbolen s l r. cadunt ſectionũ puncta 11. in contrapoſita 2. ſicut in figura ad exemplum ſumpta patet. Nam dictus radius non poteſt æquidiſtare lineæ q l i. ſic enim ſectio eſſet parabola. Si autem æquidiſtaret lineæ q æ b. ſic in hyperbolen s l r. caderent puncta 12. in contrapoſita vnum. Si verò æquidiſtaret lineæ q y d. tunc in hyperb. s l r. caderent puncta 10. in contrapoſita 3. Quòd ſi æquidiſtaret lineæ q z e. tunc in hyperb. s l r. caderent puncta 9. in contrapoſita 4. Si demum æquidiſtaret lineæ q u f. tunc in hyperb. s l r. caderent puncta 8. in contrapoſita 5. Nam s q r. non poteſt æquidiſtare: ſic enim æquidiſtaret æquatori: omnis verò radius, de quo hic agitur, ſecat æquatorem. Quòd ſi dictus s a n. radius nulli talium linearum æquidiſtaret; tunc omnino faceret in dictis ſeptem lineis totidem puncta ſectionum: ſecaret enim eas omnes, ſicut ſecat radius l a m. vnde puncta tunc ſectionum: eſſent 14. quibus ſi apponas 10. pro quinque lineis horarijs, quæ in deſcriptione omittuntur, fiunt 24^or. Et tunc radij non æquidiſtant Non tangentibus contrapoſitorum, nec pereunt duo puncta ſectionum.



*SCHOLIVM.

¶ Notandum q; in figuratione huius capitis & duorum præcedentiũ, ſtylus ſiue gnomo horologij ſemper eſt linea perpendicularis à pũcto a. ad lineã meridianam q l i. ipſumque horologium planum.



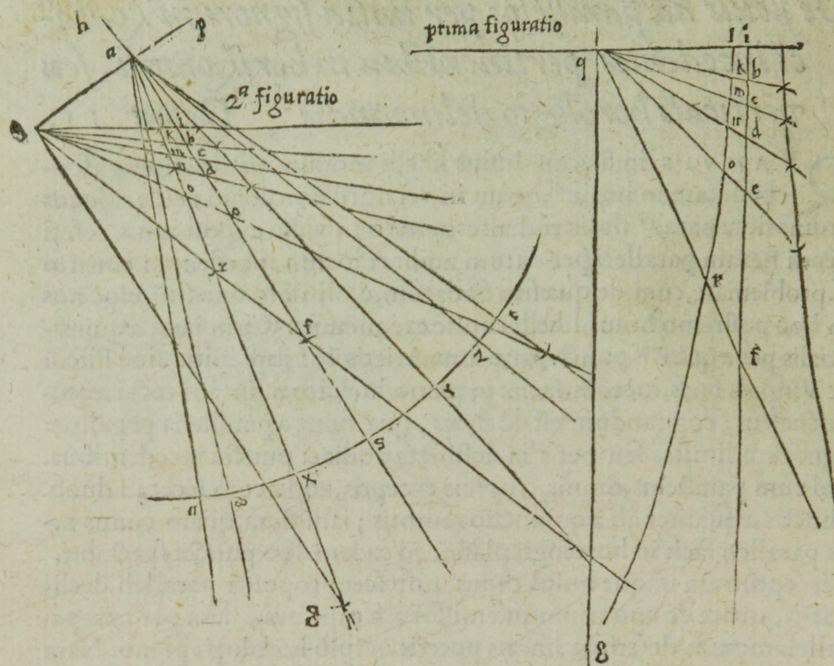
*SCHOLIVM.

Candidiſſime Lector, cum cæteris & hoc velim attendas, quòd in huiuſmodi lineamentis, ſi ſeruentur anguli & ſpacia iuxta præcepti traditionem, interdum alicubi linearum atque angulorum anguſtia vix cupit literarum notas: & coincidentiæ linearum non cedunt intra paginæ limites: ſic deſcriptio relinquitur mutilata. Hic verò dum repetens huius & præcedentis cap. lineamenta, permitto mihi latiora ſpacia & incidentias omnes complecti conor intra margines, neglexi menſuras præcepti. tamen demonſtratio & praxis melius intelligitur hic, vbi nihil in lineamento deſideratur. Idem ſæpe accidit in conici Apollonij: difficile adeò eſt tantæ profunditatis ſpeculationibus deſcriptionem oportunam accommodare. Hinc exemplarium Mathematicæ diſciplinæ tanta incorrectio & intelligendi tanta difficultas. Nihil enim eſt quod magis abſterreat lectorem, quàm exemplar mendoſum. Quod ſi his acceſſerit ſcriptoris ignorantia, aut interpretis negligentia, iam nihil integri ſperandum eſt.

De flexis

De flexis ad parallelos per initia signorum Zodiaci incedentes pertinentibus in horizontali, seu verticali horologio delineandis. Caput 15.

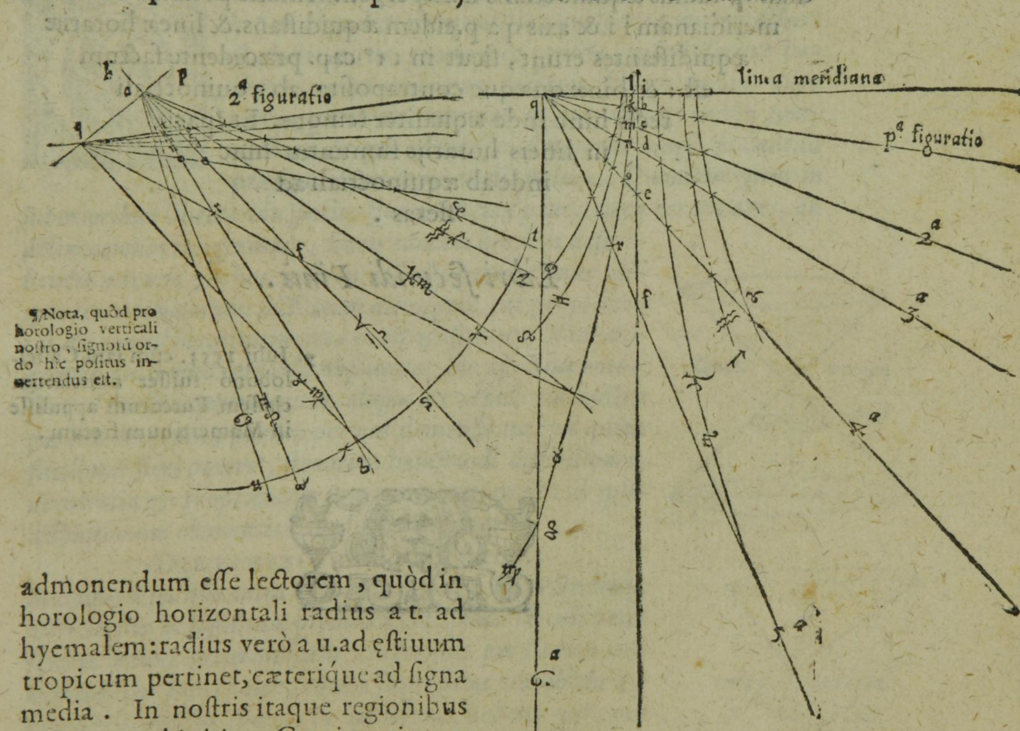
QVAMVIS in 8° cap. huius libelli modum tradiderimus ascribēdi tam in horiz^ali^, quàm in verticali horologio zodiaci locos ordinariorum paral^rū^ flexis rñdentes; nondū tñ viam exposuimus describendi flexam paralleli per datum zodiaci locum incedentis: cõuerso .s. problemate, cum de quæsito fit datum, & de dato quæsitū. Hoc nos in hoc postremo huius libelli capite exequemur. Cum itaq; æquinoctialis per æquin^orum^ puncta, quę sunt Arietis & Librę initia, siue Pisciū & Virginis fines, incedēs, faciat in plano horologij lineam rectā æquinoctialem; cogitandum est de flexis, quæ fiunt à parallelis per aliorum signorum limites seu per alia destinata zodiaci puncta incedentibus. Sed cum parallelus, omnis, tropicis exceptis, zodiacum secet in duob. punctis æqualiter ab æquinoctio remotis; iam flexa, quam conus talis paralleli facit in horologij plano, ad eadem duo puncta spectabit. Per septimum itaque huius caput notescet propositi paralleli declinatio, quare ex vno trium præmissorum capitum, flexa per talis paralleli radium descripta lineari poterit in ipso horologij plano. Nam si parallelus propositus neque tangatur neq; secetur à circulo magno cui æquidistat horologij planum, flexa per paralleli radios descripta, erit ellipsis, & per 12^ū^ caput huius, describetur. Si autem parallelus propositus tangitur à circulo magno, cui æquidistat planū horologij; tunc flexa, vt dictum est, facta erit parabole, & per 13^ū^ cap. deducetur. Si tandem parallelus secatur à circulo dicto: tunc per binos radios ꝯpositæ hyperbolæ fient, & per præmissum immediatè caput delineabuntur. Adducam tamen exemplum pro tropicis duobus & quatuor per initia mediorum signorum parallelis. Sitque in plano mer^ni^ axis mundi q a p. angulus latitudini loci a q i. linea meridiana q i. radius æquinoctialis h a i s. radij tropicorum a t. a u. radij parallelorum per initia signorum ab æquinoctialibus proximorum a x. a y. radij per initia sequentium a z. a ω. singuli complectentes cum radio æquinoctiali a s. angulum suæ declinationis, per septimū cap. huius, inuentæ. Secetque radius æquinoctialis s. lineam meridianam in puncto i. & cæteri radij hinc inde secent eandem in senis punctis. hæc autem in 2^a^ figuratione, in quam transportatum sit spaciū q i. lineæ meridianę in prima figuratione secantis orthogonaliter lineam æquinoctialē i f. quam & reliquæ horariæ quinque lineæ, per 11^ū^ lib. p^i^ cap. descriptæ secent in punctis b c d e f. & cui linea horæ sextæ q g. æquidistet.



Mox & ipsa spacia q b. q c. q d. q e. q f. transferam officio circini de prima figura in secundam, à puncto q. ad radiũ æquinoctialem a s. sub eisdem signata notis. Et continuatis à puncto q. per signata puncta lineis radios cæteros secantibus : atque ipsa q g. æquidistante ipsi a s. videbo in quib. punctis continuatæ lineæ secent, exempli gratia, radium a x. vtpote linea meridiana secet eum in puncto l. & cæteræ per ordinem in punctis k m n o r x g. Et eadem hæc spacia q l. q k. q m. q n. q o. q r. q x. q g. transferam per circinum à secunda figura in primam per ordinem in meridiana q i. cæterisque horarijs lineis, signando totidem sub ijsdem notis puncta: Nam propter seruatam in triangulis angulorum & laterum æqualitatem, fit, vt radius a x. motu primo sub eodem semper declinationis angulo circumductus ac describens in prima figuratione hyperbolen, abscindat eadem spacia de lineis horarijs à puncto q. recepta, quæ radius a x. de meridiana a i. cæterisque continuatis ab ipso q. puncto amputat. Quare certum erit descriptam hyperbolen per talem radium in plano horologij ferri per puncta l k m n o r g. in prima figura : & per eadem

puncta

puncta talem periferiam delineari posse. Similiter & cæterorum radiorum flexæ describentur singillatim. Vnde flexa, quam describet radius a y. erit contraposita ipsi l r g. periferiæ, propter parem & diuersam declinationem: Nec secus hyperbolæ duæ per radios a z. a ω. descriptæ, contrapositæ erunt inuicem. Nec minus, quæ per a t. a u. tropicorum radios maximarum zodiaci declinationum depingentur. Sicut autem describimus periferiam l r g. citra meridianam q l. per puncta in cæteris horarijs lineis signata; ita & vltra eandem reliquum periferiæ brachium continuabimus per cæteras horarum lineas ad eadem spacia similemque penitus dispositionem: quandoquidem meridiana ipsa, est axis seu principalis hyperbolarũ diameter similia vtrinque brachia periferiarum disterminans. Et idem faciemus in reliquorum radiorum periferijs describendis. Nec arbitror



¶Nota, quòd pro horologio verticali nostro, signorũ ordo hic positus inuertendus est.

admonendum esse lectorem, quòd in horologio horizontali radius a t. ad hyemalem: radius verò a u. ad æstiuum tropicum pertinet, cæteríque ad signa media. In nostris itaque regionibus radius a t. ad initium Capricorni: a u autem ad initium Cancri: a x. ad initia Tauri ac Virginis: a y. ad initia Piscium ac Scorpij a z. ad initia Aquarij ac Sagittarij a ω. ad initia Geminorum & Leonis spectabunt: a s. autem æquinoctialis ad initia Arietis ac Libræ. bina enĩ quæq; hmõi initia locãtur in vno parallelo.

¶ Quod ſi flexas ad talia ſignorum initia ſpectantes velim in plano verticalis horologij protrahere, faciam in ſecunda figuratione angulum a q i. parem complemento latitudinis loci: & in prima figura diſtinguam linearum ſpacia vti ad verticalem circulum ſpectat. per 11ᵘ præmiſſi. Præterea radiorum officia commutabuntur. Nam a t. pertinebit ad æſtiuum: & a u. ad brumalem tropicum, & ſequentes radij ad ſequentia, vt ordo poſtulat, ſignorum initia. Sic itaque æquinoctialis linea l f. habebit hinc ternas & inde totidem flexas lineas, in quibus vmbrarum deſinentiæ deferentur Sole in ipſis, quorum ſunt flexæ, parallelis conſtituto. Stylus autem in horologio vtroque ſemper erit perpendicularis à puncto a. ad lineam meridianam q i.

¶Pro horologio autem horizontis recti, & pro omni horologio meridiano, radius æquinoctialis h a i. perpendicularis ponetur ad lineam meridianam l i. & axis q a p. eidem æquidiſtans. & lineæ horariæ æquidiſtantes erunt, ſicut in 11° cap. præcedente factum eſt: & binæ quæque contrapoſitæ ab æquinoctiali recta hinc inde æqualiter ſemotæ. Et ſpacia in lineis horarijs ſumuntur hinc inde ab æquinoctiali ad flexas.

Libri ſecundi Finis.

9. Iulij 1553. cùm iam Caſtellobono fuiſſet nunciatum claſſem Turcorum appuliſſe in Mamertinum fretum.



FRANCISCI

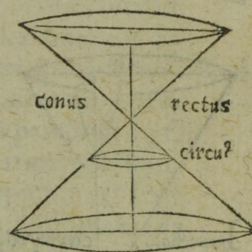
FRANCISCI MAVROLYCI, ABBATIS MESSANENSIS, DE LINEIS HORARIIS, LIBER TERTIVS.

Ad Ioannem Vegam, Siciliæ Proregem.

PRÆFATIO.

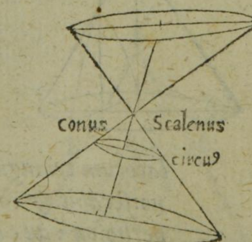


OMNIS ferè in assumpto negocio difficultas constitit in flexarum linearum notitia: qui locus tam neglectus est ab ijs, qui de gnomonica ratione conscripserunt hactenus, quàm conicorum doctrina fuit incognita. Nos autem, quibus decretum est ea, quæ ab alijs omissa sunt, tractare, & quæ ad rei speculationem magis faciunt, id præcipuè curauimus explicandum. Quoniam igitur in superioribus libellis vix species flexarum, vix pauca circa earum axes, ac delineationes tetigerimus, lineis tantùm horarijs describendis intentis; in hoc postremo libello percurremus aliqua circa conicarum sectionum diametros, ac proprietates, & contactus, necnon circa contrapositarum Non tangentes. vt si quid remansit obscurum, hìc apertius notescat. Perstringemus igitur aliqua ex Apollonio nostro partim decerpta, partim per nos demonstrata: vt quàm facillime fieri poterit, flexarum huiusmodi diffinitiones, accidentia & proprietates præcipuæ aperiantur: ab ipsis diffinitionum elementis exordium capientes.

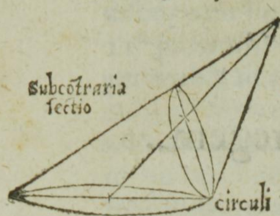


DIFFINITIONES & Elementa.

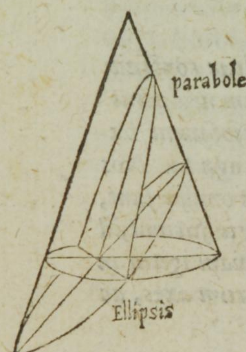
Si itaque à puncto extra circuli planum fixo, recta linea vtrouersus in infinitum producta per ipsius circuli periferiam totam circumducatur: descripta per lineam circumductam superficies, conica superficies vocabitur vtrinque à puncto sumpta in infinitum, habens vtraque vnum verticem, quod est punctum ipsum fixum. Conus autem erit sub circulo, & conica superficie comprehensum solidum. Conicas basis erit circulus: & vertex, qui & conicæ superficiei vertex. axis vero recta, quæ per verticem basisq; centrũ traijcitur. Rectus conus est, cuius axis ad basim perpẽdicularis est.



Scalenus uerò conus, cuius axis obliquus est ad basim, plano autem conum per uerticem secante, sectio facta triangulum est, sub duobus lateribus conicis & basis diametro seu chorda contentum, per tertiam primi Conicorũ.



Plano item basi æquidistante conum secãte, sectio circulus erit, per quartam prędicti. Si conus scalenus plano per axẽ recto ad basim secetur, sectio erit, ut dictũ est, triãgulum: cui si superueniat planum orthogonaliter simile sed sub contrariæ positum triangulũ abscindens, facta in cono per superueniens planum sectio, circulus erit, per qnintã primi conicorum. Triangulum itaque per axem in cono recto, semper rectum est ad basim: In Scaleno autem non semper. Basis autem talis triãguli semper est diameter circuli, qui basis est coni. Qñ ergo planum dicto triangulo ita superuenit, ut sectionẽ in plano dicti circuli faciat perpendicularẽ ad dictam ipsius circuli diametrum, nec subcõtrarium auferat triangulum; tunc faciet in cono unã ex tribus flexis, scilicet parabolen, si communis sectio eius cum triangulo æquidistet uni laterum trianguli: ellipsim autem, si sectio dicta coincidat utrique laterum. Hyperbolen uerò, si sectio ipsa nec æquidistet, nec coincidat lateribus: Talisq; sectio erit diameter flexæ ĩ cono factę ipsius. s. paraboles, ellipsis, uel hyperboles, secãs per æqualia omnẽ lineam, quæ chorda est flexæ, æquidistãtem communi sectioni superueniẽtis plani cum circulo. Tales autem chordæ sic à diametro per medium diuisæ dicũtur Ordinatæ siue structim actæ. & qñ triangulũ per axim orthogonaliter instat basi conico, quod in cono recto semper fit, qñq; verò in Scaleno; tunc diameter flexæ secat ordinatas ad rectos angulos, & dr̃ axis ipsius flexę. Qñ verò triãgulũ per axim inclinatur ad basim conicum, quod in Scaleno cono accidit, diameter obliquè secat per medium ordinatas, nec dr̃ axis. Extremum axis seu diametri, dici solet vertex flexę: flexa autem ipsa siue parabole, siue ellipsis, siue sit hyperbole, dici solet conica sectio: qñquidem fit à plano conum secante. Quando itẽ planum triãgulo per axim dicto modo superueniẽs, neutri



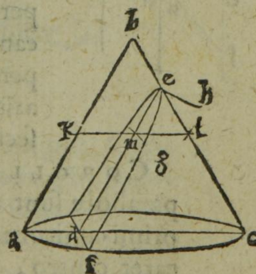


laterum trianguli æquidistans, & alterum tm̃ secans hyperbolen facit in cono: secabit & contrapositum conum faciens similem & æqualem dictæ hyperbolen: quæ quidem dicentur contrapositæ communem diametrum habentes centrumq;: Coniugati axes, siue coniugatæ diametri in ellipsi seu in contrapositis dicuntur, quarum utraque reliquam, eiusq; parallelos ordinatas intra periferiam receptas singulas per æqua diuidit, siue orthogonaliter,

naliter, si sint axes, siue obliquè, si tantum diametri appellantur. Quod autem diameter sectionis conicæ singulas suas ordinatas per medium partiatur, ostenditur in septima primi conicorum, in genere, speciatim uerò in alijs propositionibus. Hæc est summa eorum, quæ tractantur in conicis. Nunc de diametris & descriptionibus singularum flexarum nonnulla exponemus.

De Paraboles diametris, & lineatione. Cap. 1.

VT sectionem conicam, seu flexam, quæ Parabole dicitur, eiusq; diametros intelligamus; esto conus a b c. cuius basis a c. vertex b. triangulum per axẽ a b c. Et à quolibet puncto diametri a c. vtpote d. excitetur ipsi a c. perpendicularis d f. & vni laterum △^{li} vtpote ipsi a b. æquidistans, & reliquo incidẽs recta d e. & producatur planum, in quo f d e. lineæ faciẽs in cono sectionem seu flexam e g f. quæ per 11ª primi conicorum parabole vocabitur. siue rectus sit conus a b c. siue scalenus, & eius diameter transuersa erit d e. sectio communis plani secãtis & △^{li} per axim, quæ diameter secat per medium ipsam f d. vsq; ad oppositas coni partes continuatã & omnem ei æquidistantem, quę ordinatæ seu structim actæ dicuntur: secat, inquam, orthogonaliter, & axis vocatur, si conus a b c. rectus est, aut si Scalenus & △^{lũ} a b c. rectũ super a f c. planitiem sistitur: secat verò oblique, si dictũ △^{lũ} inclinatur dictæ circuli planitiei: & tũc nõ dicitur axis, sed simplex diameter. Et solet dici trãsuersa diameter ad differẽtiã rectę diametri, q̃ sic inuenit. REG. 1.
Sit per doctrinam 5^{æ} Regulæ sexti cap. præmissi libri, sicut e d — d c. sic d a — e h. Dico iam, quòd e h. erit recta diametros parabolæ e g f. Oĩs enim ordinata poterit ▭^{lũ} sub transuersa & recta comprehẽsum. Nã f d. ordinata est, & potest per 8ª sexti ▭. a d d c. Ergo per 15ª sexti & ▭. d e. e h. hoc est, sub transuersa & recta contentum. Assumatur & contingens pũctum g. in periferia parabolæ, & ordinata ducatur g m. hoc est, ipsi f d. æquidistans. & per punctum m. ipsi a c. æquidistans k m l. facietque planum in quo k l. m g. in cono circulũ per 4ª primi conicorum: Eritq; sicut e d — d c. sic e m — m l. Quare, sicut e m — m l. sic & a d. vel k m — e h. Sed m g. potest ▭ k m l. quando circulus est k g l. Ergo potest & ▭. e m. e h. per 15ª sexti. Similiter ostendemus, quòd omnis ordinata in parabola poterit ▭^{lũ} contentum sub recepta ex diametro transuersa ad verticem, & sub e h. & ideo, quòd e h. est recta diameter parabolæ.



COROLL.

Coroll. Hinc sequitur ex prima sexti, quòd ordinatarum potentiæ sunt receptis ad verticem diametris proportionales: hoc est, sicut □. f d — □. g m. sic e d — d h. quod in 20ª primi ostendit Apollonius. Hæc autem rectæ diametro paraboles inuentio est multo facilior & breuior demonstratu, quàm ea quæ ponitur in 11ª primi conicorum.

Regvla 2ª. Proponatur & in plano parabola f g e. circa transversam diametrum e d. & ordinatam f d. Est autem ordinata, quam diameter vtrinque periferiæ applicatam per medium partitur. Volo eius rectam diametrum inuenire: faciam per 4ª Regulam sexti cap. in præmisso lib. ipsis e d. d f tertiam proportionalem e h. Sic enim f d. ordinata poterit ▭. d e. e h. & perinde e h. omnino recta diameter est, quæ quæritur.

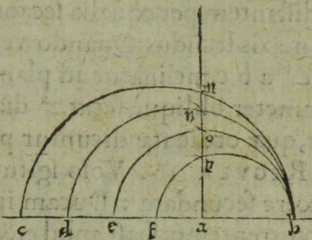
Regvla 3ª. Quod si data sit parabolæ f g e. seu circuli, seu cuiuslibet alterius conicæ sectionis periferia nuda sine centro ac diametris: & velim aliquam in ea diametrum inuenire; ducam in tali sectione duas æquidistantes rectas vtrinque periferiæ applicatas f o. g n. quas singulas per æqualia secabo in punctis d m. Et agam per ea puncta rectam d m e. ipsa namque erit transversa diameter sectionis: & ad eam ordinatæ sunt ipsæ g n. f o. & omnes aliæ illis æquidistantes. & hæc est 44ª secundi conicorum.

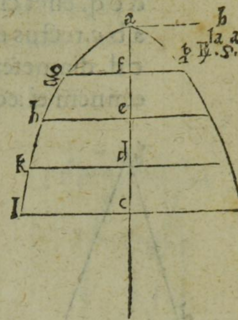
Regvla 4ª. Detur & parobole f g e. Volo eius axem describere. Inueniam per præcedentem Regulam aliquam eius diametrum, quæ sit e d. diuidens per medium ordinatam f d o. Si itaque diameter e d. ad rectos angulos secet ordinatam f d o. iam per diffinitionem, axis est e d. Secus verò per punctum d. agam ipsi e d. perpendicularem g d n. vtrinque periferiæ applicatam, eamque per æqua diuidam in puncto m. ipsique perpendicularem excitabo m p. quæ per differentiam erit axis parabolæ. & hæc est propositio quadragesimasexta secundi conicorum.

Corollarivm. Vnde patet, quòd axis & omnes diametri parabolæ sunt æquidistantes, sicut ostenditur in quadragesimasexta primi conicorum. Et perinde, sola parabola inter flexarum species, caret centro.

REGVLA 5ª. Ex datis denique paraboles diametris duntaxat possum delineare periferiam : vt exempli gratia, sit recta diametros parabolæ a b. Axis verò, seu diametros a c. volo circa diametrum a c. lineare parabolen, cuius recta diametros sit a b.

Ponam in rectam vnam vtranque c a. a b. & secta a c. per sextum cap. præmissi libri, in aliquot æquas portiones, vtputa quatuor in puncti d e f. describam super b c. b d. b f. diametros singulas singulos semicirculos b m c. b m d. b o e. b p f. Deinde à puncto a. excitabo ad rectos ipsi b c. lineam a m. secans periferias in punctis m n o p. In axe autem seu diametro parabolæ a c. vt dictum est diuisa in punctis d e f. ducam ordinatas l c. ipsi a m. æqualem d k. ipsi a n. æqualem: e h. ipsi a o. æqualem. & f g. ipsi a p. æqualem ; singulas ad aliam partem vltra diametrum a c. tantundem productas. Nam delineanda periferia parabolæ ibit per a g h k l. puncta & eorum correlatiua vltima diametrum. Quæ puncta quò plura fuerint, eò certius delineabo per ea ductam periferiam leni flexu & angulosæ fracturæ expertem. Cuius operationis demonstratio est, quòd in semicirculis, rectæ a m. a n. a o. a p. singulæ possunt singula rectangula, quæ possunt singulæ ordinatæ c l. d k. e h. f g. in parabola, quibus sunt æquales singulæ singulis.





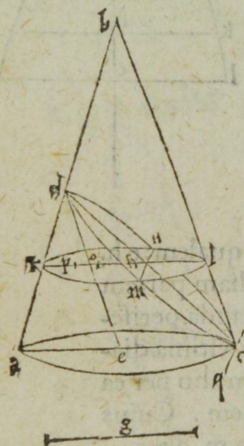
COROLL. Vnde manifestum est, quòd in delineatione parabolæ semicirculi, ex quibus ordinatæ eliciuntur, sese contingunt apud extremum rectæ diametri. Habes itaque & hunc modum lineandi parabolen in horologijs.

De Ellipseos diametris & lineatione. Caput 2.

QVo autem pacto conica sectio, quæ vocatur Ellipsis, fiat in cono, sic accipe. Esto, sicut in præcedenti, conus a b c. cuius basis a c. vertex b. △li per axem a b c. Ducatur linea vtrique laterum △li coincidens c d. sitque recta c q. ipsi c a. perpendicularis : Mox planum, in quo c d q. secet conum : eritque per 13ª. secundi conicorum,

facta

facta in cono sectio ellipsis, cuius diameter c d. qua per medium secta in puncto h. erit h. centrũ ipsius: & secunda diametros m h n. vtrinq; ad conicam superficiem incidens. Intelligatur autem c d. non abscindere de △^{lo} a b c. sub contrarium △^{lũ}, quando conus est scalenus & perinde △^{lũ} non isosceles: Nam tunc facta in cono sectio per planum d c q. esset circulus per 5^{am} primi conicorum. Quando itaque conos a b c. rectus est. aut scalenus & △^{lũ}, a b c. rectum ad basim coni: tunc c d. diameter orthogonaliter secat secundam diametrum m h n. & omnem ei æquidistantem per çqualia secans; & dicitur axis primus, & m n. axis secũdus. Quando verò conus a b c. scalenus est & △^{lũ} a b c. inclinatur ad planitiẽ basis conicæ; tunc c d. diameter obliquè secat 2^{am} diam. m n. & omnes æqdistãtes, quæ ordinatæ dicuntur per æqua, nec vocatur axis.



pro prima Reg.

REGVLA 1^{a}. Volo igitur ex c d. prima diametro elicere secundam: Ducam ipsi b c. æquidistantem d e. occurrentemq; basi apud e. & inter ipsas a c c e. per 2^{am} Regulam sexti ca. in præmisso lib. ponam mediam proportionalem c f. Dico, quòd c f. erit secunda diametros ellipsis d m c. videlicet ipsi m n. æqualis. Quod sic ostendam. Agam per punctum h. rectam k h l. ipsi a c. æquidistantem. Nam sic planum, in quo sunt rectæ k l. m n. erit æquidistans circulo a c. quandoquidem k l. ipsi a c. & m n. ipsi c h. quia ordinata, æquidistant: & faciet per 4^{am} primi conicorum, circulum in cono k m l. Cumque angulus k h m. sit rectus, æqualis scilicet ipsi a c q. angulo iam per 8^{am} sexti Eucl. m h. erit media proportionalis inter k h. h l. Quare & m n. dupla ipsius m h. media proportionalis erit inter duplas ipsarum k h. h l. Dupla autem ipsius k h. est ipsa a c. (quandoquidem c d. dupla est ipsius d h. Dupla verò ipsius o h. hoc est ipsius h l. (sunt enim æquales o h. h l. propter △△^{la} h d o. h c l. Inuicem æquilatera) est ipsa e c. Igitur m n. erit media proportionalis inter a c. c e. Sed inter a c. c e. media proportionalis fuit c f. Ergo c f. æqualis ipsi m n. Quod fuit demonstrandum. His peractis, sicut est d c——c f. sic fit, per 4^{am} Regulã dicti sexti cap. cf——g. quæ erit recta diameter ad transversam c d. Cum 2ª possit speciem primæ, per Coroll. 13^{æ} primi conicorũ. Species enim est ▭^{lũ} sub transversa, rectaq; diametris contentum. Potuissem & inter ipsas o h. h k. sumere mediam proportionalem h p. quæ iam æqualis esset ipsi m h. quippe quæ media proportionalis est inter ipsas k h. h l. hoc est inter ipsas k h. h o. cùm h o. h l. sint æquales: & sic habuissem semidiametrum secundam h p. cum faciliori demonstratione.

REGVLA

REGVLA 2ª. Proponatur nunc & in plano ellipſis c r d. circa tranſverſam diametrum c d. & ordinatam quandam r s. Volo talis Ellipſeos ſecundam diametrum & rectam comperire. Subiũgam per 4ª Regulam ſexti capitis in præmiſſo lib. ipſis d s. s r. tertiam in proportione continua s t. atque ita r s. poterit ▭. d s. s t. Ducam ergo c t. lineam, quæ apud u. punctum occurrat ipſi d u. perpendicularis ſuper c d. Dico itaque, quòd d u. erit recta diametros ad tranſverſam c d. Ducatur enim ipſi d s. æquidiſtans t x. Eritq; ſpecies t x u. ſimilis ſpeciei c d u. quæ vocatur ſpecies ſectionis. Igitur r s. ordinata poteſt ▭. s x. applicatum ad s d. receptam ex diametro ad verticem deficiens à ▭. s d u. in ſpecie t x u. ſimili ſpeciei c d u. Quare, per 13ª primi conicorum d u. Recta diameter eſt, ad quam poſſunt ordinatæ. Deinde, per 5ª Regulam ſexti cap. prædicti, ponam inter c d. d u. mediam proportionalem m n. Igitur m n. poterit ▭. c d u. ſpeciem ſcilicet primæ diametri, & perinde per coroll. 13æ prædictæ erit ſecunda diametros Ellipſis propoſitæ r d. quod fuit faciendum.

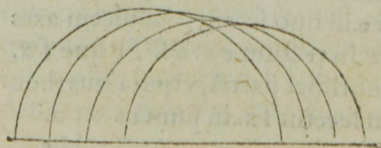
REGVLA 3ª. Offeratur & Ellipſis c d. abſque diametris & centro: volo ipſius centrum reperire: Protraham in ea, per 3ª R.la præcedentis cap. duas diametros c d. m n. ſe inuicem ſuper h. puncto ſecãtes: Eritq; h. punctũ cẽtrum quæſitum. & hæc eſt propoſitio 45ª ſecundi conicorum.

REGVLA 4ª. Item exponatur Ellipſis c d. Volo eius axem inuenire primum ac ſecũdum. Primò inueniam eius centrum, quod ſit h. & ſuper h. centro deſcribam circulũ, qui ſecet ellipticam periferiam in punctis r t. Et poſt hæc ducam chordam r t. quam per æqualia ſecabo in puncto s. & per puncta h s. continuabo lineam vtrinque periferiæ coincidentem c h s d. quæ axis erit quæſitus: quandoquidem diameter exiſtens chordam r t. per æqualia & ad rectos partitur. & hæc eſt propoſitio 47ª ſecundi conicorũ. Quæ Regula etiam per hyperbola ſeruiet. Secta demum c d. per æqualia. in puncto h. ipſum erit ſectionis centrum : per quod incedet ſecundus axis m n. ad primum orthogonalis.

REGVLA 5ª. Proponantur etiam mihi tranſverſa diametros ellipſis a b. recta verò a f. Volo delineare Ellipſim, cuius dantur a b. a f. diametri. Eſto centrum ellipſeos e. in quo ſecant ſe inuicem axes ſiue diametri a b. c d. Extendanturque in rectum e a. a f. Sitque f x. dimidiũ ipſius a f. Et a e. ſecetur in quotlibet partes, vtputa quatuor æquales in punctis g h k. & in totidem ſecetur f x. in punctis s t u.

His

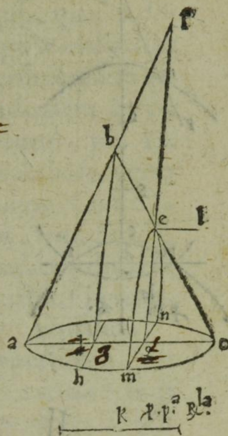
His peractis, super e x.k u.h t.g s. diametros singulas singuli semicirculi describantur e ω x.k z u.h y t.g i s. Et à puncto a. ipsi e f. perpendicularis excitetur a ω. secans periferias in punctis ω z y i. In semidiametro autem Ellipsis, à punctis g h k e. educantur diametro perpẽdiculares siue ordinatæ g m. h n. k o. e c. singulæ ipsis a i. a y. a z. a ω. singulis æquales. Et per puncta a m n o c. delinetur flexa necubi angularem fracturam admittens: quæ tanto certior delineabitur, quo plures diuisiones crebriora fecerint puncta. Et ad eandem dimensionem cæteri tres quadrantes Ellipseos a c b d. absoluãtur vtrinque ab axe a b. siue diametro: traiectis vtrinq; à punctis sectionum æqualibus lineis. Cuius operationis demonstratio est, quòd in semicirculis lineæ a i. a y. a z. a ω. singulæ possunt rectangula, quæ in descriptione ellipsis possunt g m. h n. k o. e c. singulæ ordinatæ. Quarum quidem vnaquæque potest rectãgulã superficiem receptæ ex diametro ad verticem applicatam ipsi rectæ a f. & deficientem specie simili speciei sub b a f. diametris contentæ. Quamobrem, per 13ª primi conicorum delineata periferia a c b d. Ellipsis erit, cuius diameter transuersa b a. recta verò a f. quòd erat faciẽdum. Quod autem a ω. sit maior, quàm a z. & hæc maior, quàm a y. & hæc maior, quàm a i. patet in descriptione ellipsis ex rectangulis, quæ possunt. COROLL. Vnde manifestum est, quòd in delineatione Ellipseos, semicirculi, ex quibus eliciuntur ordinatæ, sunt inæquales, & habent diuersa centra: & vnusquisq; eorum secat reliquos vniuersos. Et maiores circuli cadunt ad partes maioris semidiametri quorsum scilicet maiora spacia. COROL. Hinc ergo rursus habes modum lineandi Ellipsim in horologijs.



De Hy-

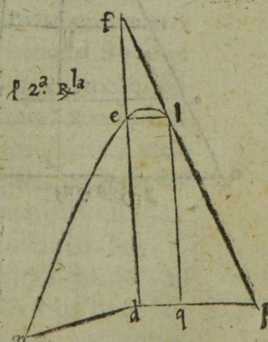
De Hyperboles diametris & lineatione.
Caput 3.

VENIAMVS nunc ad Hyperbolen, & in primis coni sectionem ad eam flexam generandam accommodemus: vt inde diametros eius eliciamus. Esto, sicut prius, conus a b c. cuius basis a c. circulus. vertex b. △lũ per axim a b c. cuius & plani secantis cõis sectio sit recta f e. occurrens lateri a b. producto ad punctum f. Item d m. intelligatur in basi conica ipsi à c. perpen^ris ita vt planum secãs sit, in quo sunt rectæ m d, d e. & facta sectio in cono sit m e n. hyperbole scilicet, cuius trãsuersa diameter erit e f. & qñ conus a b c. rectus est: aut si scalenus, △lũ a b c. orthogonal̃r imminet basi conico: tũc d f. diameter secãs m n. & omnem aliam ordinatam ipsi æquidistãtem in sectione per æqualia, secat orthogonaliter. Qñ autem conus a b c. Scalenus est, & △lũ a b c. inclinatur ad basim: tunc d f. diameter non ad rectos secat ipsam m n. & alias ordinatas: Et cum secat orthogonaliter, dicitur axis. secus verò simpliciter diameter.



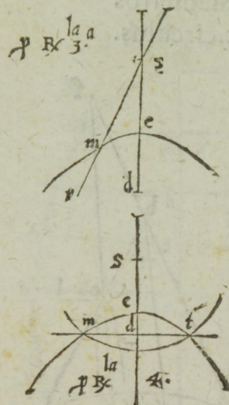
REGVLA 1ª. In primis ergo volo ex e f. diametro transuersa hyperboles m e n. inuenire rectã eius diametrũ hoc pacto: Ducam ipsi d e. æquidistantem b g. & à pũcto g. ipsi a c. perpẽdicularẽ g h. quæ media proportionalis erit inter a g. g c. Deinde ipsis b g. g h. p 4ª ℞la sexti præcedẽti lib. subiũgam in proportione cõtinua lineã k. Et per 5ª ℞la eiusdem capitis, sicut est b g—k. sic sit f e—e l. Eritq; per 12ª primi conicorum e l. recta diametros hyperboles m e n. quæsita.

REG. 2ª. Proponatur & in plano, hyperbole quædam m e. cuius diameter trãsuersa f e d. & ordinata m d. Volo hinc rectã eius diametrũ elicere. Subiũgã per 4ª ℞la sexti cap. ĩ præmisso lib. ipsis e d. d m. tertiam proportionalem d p. atque ita m d. poterit ▭. e d. d p. Mox per puncta f p. traijciam rectam, quæ occurrat ipsi e l. ad pũctum l. ipsi, inquã, e l. ad rectos excitatæ ad ipsam f d. & cõpleatur rectangulum e d q l. Erit enim e l. Recta diametros ad transuersam f e. quæ quærebatur. Nãq; m d. ordinata potest ▭lũ e d p. sub recepta ex transuersa ad verticẽ applicatũ ipsi e l. & excedens specie l q p. simili speciei f e l. quæ species ẽ sectionis sub diametris ɔtẽta. Itaq; e l. ẽ recta diametros ad q̃ possũt ordinatæ, p 12ª p^i conicoℝ, in pp^ta hypbola m e. tã si f e d. sit axis, q̃ si simplex diam.



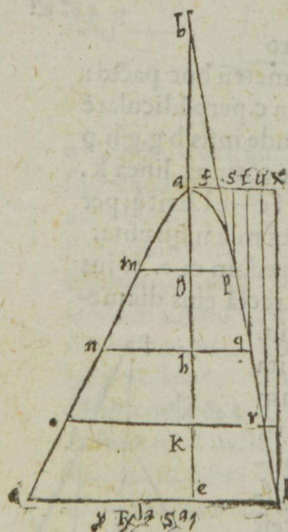
REGV-

REGVLA 3ª. Exponatur item hyperbole m e. absque diametris & centro. volo eius centrum inuenire. per tertiam Regulam antepræmissi capiti, ducam in hyperbola m e. duas diametros r m. d e. quæ productæ se inuicem secent in puncto s. eritq; s. centrum hyperboles. sicut in 45ª secundi docet Apollonius. Nam cùm parabole centri expers sit habens diametros æquidistantes. Ellipsis intra periferiæ ambitum: hyperbole verò extra centrum sortitur. Per illud enim incedentes diametri ordinatas singulas per medium partiuntur.

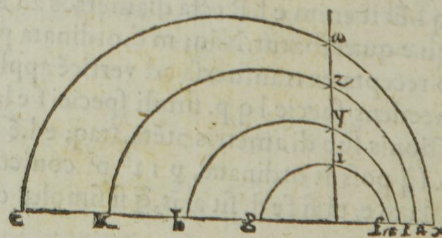


REGVLA 4ª. Esto & hyperbole m e. iubeor eius axim reperire. Inueniam primò, ex præmissa Regula, eius centrum: quod sit s. super quod describam circulum, qui secet periferiam hyperbolem in duobus punctis m t. Et ducam chordam m t. quæ secetur per æqualia in puncto d. Sic enim s d. recta, secās talem chordam orthogonaliter ac per medium, erit axis hyperboles m e. per 47ª secundi conicorum.

REGVLA 5ª. Esto denique hyperboles cuiuspiam transuersa diametros a b. Recta verò a f. Volo delineare hyperbolen talem. Capiam ex axe, siue diametro partem, vtputa a e. cui in rectum applico ipsam a f. Sitque, per 5ª Regulam sexti ca. in præmisso libro sicut b a —— a f. sic a e —— f x. Vnde, si b a. a e. fuerint æquales, erunt & a f. f x. æquales inuicem. Et continuabo in rectum ipsi a f. ipsam f x. Deinde secabo in aliquot partes æquales ipsam a e. vt puta quatuor in punctis g h k. & in totidem partiar ipsam f x. in punctis s t u. Post hæc super e x. k u. h t. g s. diametros singulas describam singulos semicirculos e ω z. k z u. h y t. g i s. & à puncto a. excitabo ipsi e x. perpendicularem secantem periferias in punctis ω z y i.



In diametro autē hypboles à punctis k h k e. educam diametro perpenᵈⁱᶜ. siue.



siue ordinatas g m. h n. k o. e c. singulas ipsis a i. a y. a z. a ω. singulis æquales. Et per puncta a m n o c. ducam molli flexu ac iuxta signatorum punctorum tenorem curuatam periferiam, quæ erit ipsius hyperboles iam delineandæ circumferentia, eò quidem certior, quò crebriora puncta exhibuerit in principio facta diuisio. Et similiter, à punctis g h k e. protensis vlterius æqualibus spacijs, lineabo reliquum periferiæ. Cuius operationis demonstratio est, quòd in semicirculis, lineæ a i. a y. a z. a ω. singulæ possunt rectangula, quæ in descriptione hyperboles possunt ipsæ g m. h n. k o. e c. singulæ ordinatæ: quarum quidem vnaquæque potest rectangulam superficiem sub recepta ex diametro ad verticem & ad rectam a f. excedentem specie simili speciei sub b a f. diametris contentæ. Quamobrem, per 12. primi conicorum, delineata periferia a m n o c. erit hyperbole, cuius diameter transuersa b a. recta verò a f. quod fuit faciendum. COROL. Vnde manifestum est, quòd in delineatione hyperboles, semicirculi, qui abscindunt ordinatas, minimè se contingunt, et habent diuersa centra: quando diametri transuersa et recta sunt inæquales. Concentrici verò, sunt semicirculi, quando dictæ diametri sunt æquales. COROLL. Et hinc sumis alium modum lineandi hyperbolen, aut contrapositas. Nam postquàm delineauero hyperbolen c m a. ex datis eius diametris b a. a f. sic & eius contrapositam, cuius periferia transit per punctum b. delineabo: Habent enim contrapositæ hyperbolæ communes diametros: commune centrum, quod transuersam diametrum a b. per medium diuidit: & perinde sunt similes & æquales.

De tangentibus atque secantibus conicas sectiones. Cap. 4.

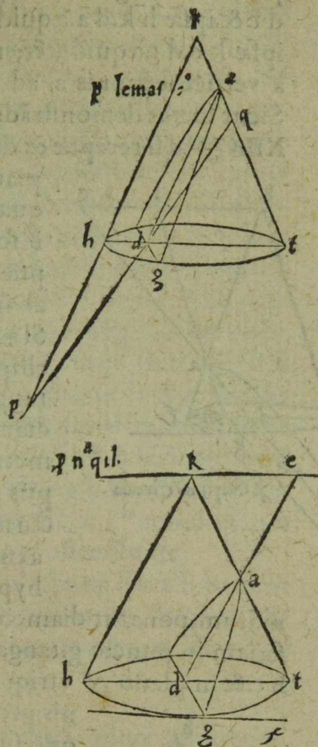
OMNIS recta linea tangens conicam sectionem apud extremum diametri, ordinata est ad talem diametrum. Et omnis linea ad extremum diametri ordinatè applicata apud dictum extremũ tangit sectionem. hæc est 17ª primi conicorum. II. Oĩs linea tangẽti sectionẽ lineæ æquidistans per punctum intra sectionem, vtrinq; coincidit sectioni. 18ª primi. III. Omnis linea tangẽs Parabolen, aut hyperbolen, coincidet diametro. 24ª primi. IIII. Omnis linea tangẽs ellipsim intra duas diametros, coincidet vtriq; diametro 25ª. primi. diametros intellige coniugatas. Quòd si tangat in extremo vnius diametrorum, æquidistans erit reliquæ diametro, quia ordinata ad illam diametrum. V. Omnis linea æquidistans diametro Paraboles, aut hyperboles, in vno tantùm puncto coincidet sectioni. 26. primi. VI. Omnis linea secans diametrum Parabolæ, vtrinque coincidet sectioni. 27ª primi.

VII. Omnis linea ducta per centrum contrapositarum, ad vtrãlibet periferiam, secat vtranque sectionem: quia communis diameter. 29ª primi. VIII. Omnis linea æquidistans alteri Non tangentium in contrapositis, coincidit vni contrapositarum ad vnum solum punctum 13ª secundi. Quòd si linea neutri Non tangentium æquidistet, aut coincidet contrapositis singulis in singulis tantùm punctis, per 16ª secundi: aut coincidet vtrinque vni contrapositarum, reliquam non attingens, per 33ª eiusdem. IX. & in parabola, sicut est □tū ordinatæ ad □tū sub recepta ex diametro ad verticem contentum; sic est recta ipsa ad receptam prædictam. Quod quidem ex 20ª primi conicorum sequitur facillimè. X. In hyperbole, aut ellipsi, & circulo, sicut est □tū ordinatæ ad ▭ sub receptis ab ordinata ad extremitates diametri contentum; sic est transuersa diameter ad rectam: Vnde & □□ta ordinatarum sunt talibus ▭▭lis proportionalia. quod quidem demonstratur in 21ª prædicti. ¶ Nunc præmittemus duo lemmata demonstrationibus circa sectionum contactus ponendis necessaria.

Primum lemma. Quorum primum est hoc: Puncto intra lineas coincidentes signato, possibile est per punctum ipsum ita lineam ducere in occursum coincidentium, vt in puncto tali per æqualia secetur. Vt si, exempli gratia, a b. c d. lineæ coincidant in puncto e. interque ipsas punctum signatum sit f. dico, quòd possibile est per punctum f. agere lineam, vtputa b f c. ita vt b f. sit æqualis ipsi f c. Coniungam enim f e. & continuabo f e g. cui æquidistantem ducam d h. ipsis c d. a b. occurrentem apud puncta d h. Mox secabo per æqualia ipsam d h. in puncto k. & coniungam e k. cui æquidistantem per punctum f. ducam lineam b f c. occurrentem ipsis a b. c d. in punctis b c. Dico enim, quòd b c. tunc per medium secabitur in puncto f. Agantur enim per puncta b c. ipsi f g. æquidistantes b l m. c n. ipsis e k. e d. apud puncta l m n. occurrentes. Eruntq; in parallelogrammo b c n l ipsæ b l. c n. æquales: Cumque b l. sit æqualis ipsi l m. quandoquidem h k. æqualis fuit ipsi k d. erit & l m. æqualis ipsi c n. vnde △△la e c n. e m l. inuicem erunt æquilatera, quia æquiangula. Quare ipsæ n e. e l. inuicem æquales: verùm in parallelogrãmo n e f. ipsæ n e. c f. æquales inuicem: & in parallelogrãmo e l b. ipsæ e l. f b. æquales. igitur ipsæ c f. f b. inuicem æquales: quod fuit demonstrandum. *Secundum lemma.* Alterum lemma erit hoc. Omnis ordinata in sectione conica est vel circuli, vel ellipsis cuiuspiam diameter. Quod vt apertius intelligatur, esto conus h k t. cuius basis circulus h g t. vertex k. △lū per axem h k t. circuli diameter, basisq; △li recta h t. cui perpendicularis sit g d. ordinata quidem alicuius sectionis.



ctionis conicæ, vtputa paraboles, hyperboles, aut Ellipſeos, cuius trāſuerſa diameter a d. in ipſo △^{li} plano. Quod enim ordinata ſit g d. patet per 7^{a} primi conicorum: ipſa enim et omnis eius parallelus in ſectione per medium ſecatur à tranſuerſa diametro a d. Dico igitur, ꝙ g d. ordinata erit diameter aut alicuius circuli, aut factæ in cono ellipſis. hoc eſt, ꝙ poſſibile eſt producere planum per g d. quod ſecando conũ faciat ſiue circulũ ſiue ellipſim, cuius ipſa g d. ſit diameter. Nam, ſi d. ſit centrũ circuli h g t. conſtat iam concluſio. Tunc enim g d. per centrũ incedens, eſt in diametro. Si autẽ d. non ſit centrum; tũc per pręmiſſum lẽma poſſibile erit per punctum d. agere lineam, quæ ipſis k h. k t. coincidens per medium ſecetur in ipſo d. puncto. Agatur: ſitq; p d q. inuicem æqualibus. Et producatur planũ, exiſtẽtib. p d. d q. in quo p q. g d. ſecãs conũ. Nam ſic facta ſectio, ſi conus h k t. ſit ſcalenus, et △^{lũ} p k q. ſubcontrariũ △^{lo} t k h. circulus erit, cuius diameter p q. g d. per 5ª primi conicoꝶ. Secus verò facta ſectio erit ellipſis per 13ª primi, cuius diametri rurſum p q. g d. cẽtrumq; d. Oĩno igr̃ g d. diameter erit, aut circuli aut ellipſeos ĩ cono factæ. quod erat demonſtrandum. Quibus præmiſſis, ꝙ demonſtraturi eramus, demonſtrabimus.

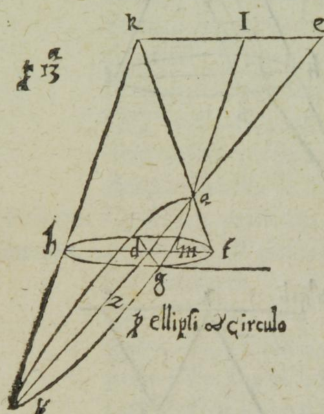


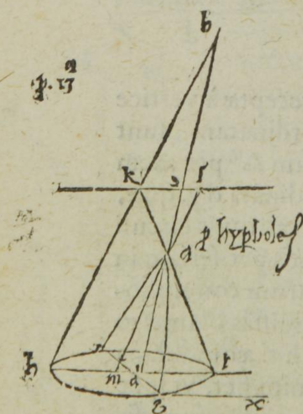
XI. Si à puncto quopiam in diametro extra Parabolen ducta periferiam tangat; & à puncto tactus ordinata ducatur ad diametrum: tũc receptæ à vertice ſectionis ex diametro ad punctum exterum & ad ordinatam, ſunt æquales. Quod ſic demonſtratur. Sit in cono quopiam △^{lũ} per axem h k t. in quo diameter tranſuerſa parabolæ ſit d a. ordinata d g. quæ, per immediatè præmiſſum lemma, erit pro diametro alicuius circuli vel Ellipſeos: qui circulus ſiue ellipſis ſit h g t. cuius periferiam in puncto g. tangat recta linea g x. quæ per primam harum concluſionum, ordinata erit ad diametrum d g. & perinde æquidiſtãs diametro h t. Ducatur & in plano △^{li} h k t. per verticem k. ipſi h t. æquidiſtans linea k e. coincidensque diametro d a. apud e. Sic enim fiet, vt ipſæ k e. g x. ſint æquidiſtantes & in plano poſitæ, quod conicam ſuperficiem tangit apud latus k g. Sola enim k g. recta communis erit conicę

 ſuperficiei,

superficiei, planoq; prædicto, in quo k e. h x. Quo fit, vt recta linea in codẽ plano connectens pũcta e g. & vlterius producta tangat in solo puncto g. conicam superficiẽ, & in eodem ipso puncto paraboles a g. periferiam tãgat in eius plano iacens. Æqualis autem cum sit h d. ipsi d t. & ipsæ h k. d a. æquidistantes: iam æquales erunt k a. a t. cumque ipsæ k e. d t. æquidistẽt; erunt & d a. a e. inuicẽ æquales, receptæ scilicet à vertice sectionis a. ad terminum tangentis e. & ad ordinatam d g. Sicut fuerat demonstrãdum. Et hæc propositio est 35ª pⁱ conicorum.

XII. Quòd si receptæ ex diametro Parabolæ à vertice ad pũctum quodpiam & ad ordinatam fuerint æquales; tũc recta, quæ à puncto ad extremum ordinatæ ducitur, in ipso extremo tangit periferiam. Hæc est conuersa præcedentis conclusionis, quæ facile ostenditur ab impossibili: & est 33ª primi conicorum. XIII. Si à pũcto quopiam in diametro extra circulum, ellipsim, vel hyperbolen linea ducta periferiam tangat, & à puncto tactus ordinata ducatur ad diametrum, tunc receptę ab extremitatibus diametri ad ordinatam, erunt proportionales receptis ab eisdem extremitatibus ad punctũ prædictum. Repeto eãdem descriptionem, & idem per axim △ˡⁱ h k t. Et ordinata in circulo, ellipsi, vel hyperbole sit d g. quę per 2ᵘ præcedentium lemmatum, ponatur diameter siue circuli, siue Ellipseos h g t. cuius periferiam in puncto g. tangat recta linea gx. & ideo æquidistans diametro h t. & in plano △ˡⁱ vtriq; æquidistans k e. coincidésq; diametro sectionis propositæ apud e Sic enim, vt prius, planum, in quo sunt k e. g x. tãget conũ superlatus k g. & recta linea eg. tanget sectionem apud g. punctum. Verùm in ellipsi & circulo transuersa a d. coincidat reliquo lateri △ˡⁱ apud b. in hyperbole verò, eidem lateri supra verticẽ producto: eritq; a b. diameter sectionis transuersa, in quo centrum z. Quibus actis & intellectis demonstrandum erit, quòd sicut est b d—d a. sic erit b e—e a. Hoc pacto. Ducatur per punctũ a. ipsi h k. æquidistans linea m a l. ipsi quidẽ h t. apud punctum m. ipsiq; ke. apud l. punctum coincidens: Sic enim, propter æquidistãtiam linearum h b. a m. △△ˡᵃ d b h. d a m. erũt inuicem æquiangula, & proporˡⁱᵘ laterum: hoc est, sicut b d—d a. sic iam h d—d m. hoc est, sic t d—d m. Sed propter æquidistantiam linearum k e.



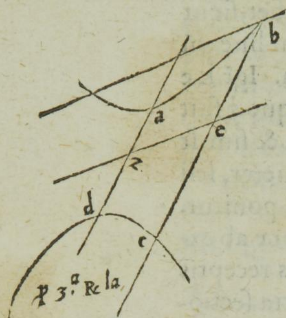


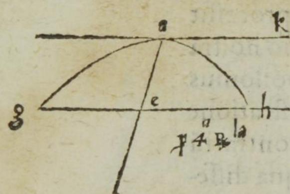
d t.△△[la] a k e.a t d, sunt similia & proportionalia laterum: Itemque △△[la] a e l.a d m. similia & proportionalium laterum. Vnde fiet, sicut t d—d m. sic k e—e l. Verum adhuc, propter æquidistantiam linearũ k b.a l. △△[la] b k e.a l e. similia & proportionalium laterum. Igr̃ k e—e l. sicut b e—e a. Quare, sicut b e—e a. sic fiet b d—d a. quod fuit demonstrãdum. Et hæc est propositio 36ª primi conicorum. & simil'r ostẽdi potest 37ª tertij conicorum vª linea e a d b. nõ diameter, sed secans circulum, ellipsim, hyperbolen, ac etiam parabolen ponitur. XIII. Contra verò, si in circulo, ellipsi, aut hyperbola, receptæ ab extremitatibus diametri ad ordinatam fuerint proportionales receptis ab eisdem extremitatibus ad pũctum quodpiã diameter extra sectionem: tunc linea ducta à puncto tali ad extremũ ordinatæ in periferia in tali extremo tanget pariferiam. Hæc est conuersa præmissæ, & ab impossibili facile ostenditur: hoc est, destructis p̃rijs. Atque in conicis est 34ª primi. In omnibus autem his 4ºʳ conclusionibus processit Apollonius indirecte: nos autem in duabus tm̃. Et demõstratio nostra facilior est: q̃q̃ ille plana descriptione vtatur: qua in re Apollonius cæteros ingenio antecellit. Et notandum, quòd pro demonstratione circuli, necesse est vt conus h k t. sit scalenus & △[lu] a k b. subcontrariũ △[lo] h k t. Sic enim, per 5ª primi conicorũ, sectio a g b. super qua disseritur, circulus erit. & tũc basis h g t. Ellipsis erit. Ecce 4ºʳ conclusiones aliter, quàm Apollonius, quod pulchrum fuit, ostendimus. XV. Item notandũ ꝙ in circulo, ellipsi, & hyperbola, lineæ d z. z b. z e. sunt continue proportionales: hoc est portio inter ordinatum & centrum: semidiameter transuersa: & quæ à centro ad tangentem, ex diametro receptæ. & est 37ª primi conicorum.

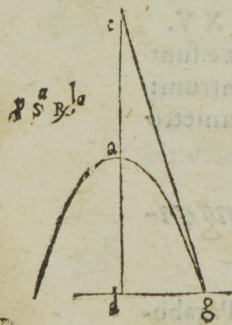
De coniugatis diametris flexarum, deq́ tangentibus flexas lineis ducendis. Cap. 5.

IAM ex diffinitione coniugatarum diametrorum constat Parabolen coniugatas non habere diametros verum æquidistantes, vt in primo cap. ostensum est. Circuli verò coniugatæ diametri semper se inuicem ad rectos dispescunt angulos: secus enim vtraque alterius parallelos per medium singulas secare non potest. quod est proprium coniugatarum diametrorum. Superest ergo de coniugatis ellipseos, aut contrapositarum diametris describendis Regulas tradere. REG. 2. Esto itaque ellipsis a b c. in qua data sit diametros a d. Volo in tali Ellipsi describere diametrum cõiugatum ipsi a d. Secabo per æqualia ipsam a d. in puncto e. eritq; z. centrũ sectionis. ducã ipsi a d. çquidistãtẽ b c. eãq; in pũcto f. p mediũ diuidã. Et p pũcta e f. ducã recta g f z h. &





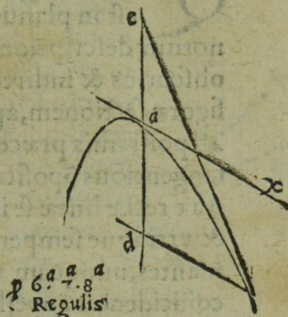




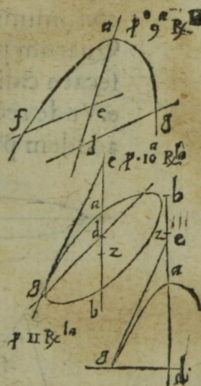
Diameter igitur erit g h.quoniam tranſit per z.cẽtrũ ſectionis:& cõiugata ipſi diametro a d.quoniam eius æquidiſtantem b c. per medium, & perinde reliquas ſecabit, modò recte formata ſit. Et ſi data diametros fuerit axis ſectionis:axis erit & cõiugata: & factæ tũc ſectiones ad angulos rectos. Sicut autẽ diameter g h. ſecat diametrũ a d. eiuſq; parallelos ſingulas per mediũ:Ita & a d.diam.ipſam g h.diam.eiuſq; ęquidiſtãtes p æqualia partitur,ſicut in 15ª p^{i} conicoꝝ oñdit. RE. 3ª. Sit deinde hyperbole a b.cuius diametro a d. centrum z. Volo ipſi a d. diametro coniugatam diametrum ducere.Ducã primo ipſi a d.diametro æquidiſtantem b c. quæ per 5ª Concl. præmiſſi capiti coincidet ſingulis contrapoſitis hyperbolis ad ſingula puncta. Coincidat ipſi quidem a b. hyperbolæ ad punctum b. contrapoſitæ autem c d. ad punctum c. Deinde ſecabo ipſam b c. per æqualia in puncto f. & ducam e f. quæ erit coniugata diameter ipſi a d. diametro : quandoquidem ſecat eam , eiuſque parallelum b c. per medium in punctis e f. ſicut in 16ª primi conicoꝝ oſtenditur.Et ſi a d.axis fuerit ſectionum:& e f.axis erit ſecũdus,& ſectiones linearũ fient ad angulos rectos. Et ſicut e f.ſecat ipſam a d.eiuſque parallelos per æqualia : ita & a d. ipſam e f. eiuſque parallelos intra ſectionũ periferias per medium partitur. Nunc veniam ad tangentes. REGVLA 4ª. Proponatur ſectio conica a g.& in eius periferia punctum a. Volo lineam rectam ducere, quæ ſectionem a g. tangat in puncto a. Ducam per punctum a.diametrũ ſectionis,quæ ſit a d. Et per præmiſſas regulas ipſi a d. coniugatam diametrum g h. ſecantes ſe in z. pũcto,pro ellipſi & hyperbola: pro parabola verò g h metrum a d.Deinde per punctum a.ducam ipſi g h.æquidiſtãtem a k. Igitur a k.ordinata erit ad diametrũ a d.& ideo per p^{a} concluſionem præcedentis,tanget ſectionẽ in pũcto a.quod erat faciendum.REG. 5ª. Sed qm̃ in parabola non datur ℞^{la} deſcribendi ordinatam ad datam diametrum , quòd in alijs ſectionibus fit per coniugatas diametros: vtemur alio modo.Sit Parabola a g.cuius diameter a d. Volo lineam ducere,quæ in puncto g. tangat parabolam . Ponatur primum a d. axis , & ducatur ipſi ad rectos linea g d. quæ erit ordinata ad axem. producatur vltra verticem axis , ponaturque ipſi d a. æqualis a e. &

ducatur

ducatur recta e g. quæ per 12ª conclusioné præmissi, tanget in puncto g. parabolá, quod fuit faciendum. Reg. 6ª. Proponatur & Parabole a g. cuius diameter quælibet e a d. Volo per punctum aliquod periferiæ vtpote g. ducere ordinatam ad diametrũ a d. Per præmissam Regulam, ducam lineam a x. quæ tangat sectionem in ipso a. extremo diametro. Deinde per datum pũctum g. ducam ipsi a x. tãgenti æquidistantem d g. quæ per prima cõclusionem præmissi, erit ordinata ad diametrũ a d. Reg. 7. Si igitur per datũ punctũ g. tangentẽ in parabola describere iubear: ducam diametrum quamlibet e a d. & per punctum g. ordinatam ad talem diametrum ex præmissa Regula; quæ sit g d. deinde faciam ipsi d a. æqualem a e. Nam, vt antea per axem, e g. tanget sectionem in puncto g. data per 12ª concl. dictam. Reg. 8. Detur & extra parabolen a g. punctum quodpiam e. Volo à puncto e. lineam ducere, quæ parabolen a g. tangat. Agam per punctũ e. diametrum æquidistantem scilicet axi. quæ diameter sit e a d. & ponam ipsi e a. æqualem a d. & per punctum d. ducam ordinatam ad a d diametrum a d. quæ sit d g. per antepræmissam Regulam. Nam sic recta e g. tanget sectioné in pũcto g. per 2ª concl. quod erat faciendũ.

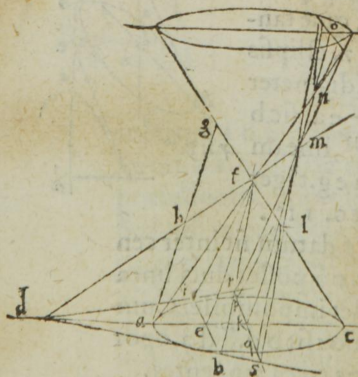


Reg. 9. Sit præterea conica sectio a g. ellipsis vel hyperbole: eius diameter a d. volo per punctum g. ducere ordinatam ad diameter a d. Ducam per 2ª vel 3ª Regulam præmissam, ipsi a d. diameter coniugatam diametrum e f. Deinde per punctum g. datum ducam ipsi e f. æquidistantem g d. quæ erit, per 15ª vel 16ª primi conicorum, ordinata ad ipsam a d. diametrum. Reg. 10. Esto Ellipsis a g b. & extra ipsam datũ punctum e. Volo à puncto e. ducere lineam, quæ tangat Ellipsim a g b. Ducam per e. punctum, perq; z. ellipsis cẽtrum lineam, quæ secet ellipsim in punctis a b. diameter igitur erit sectionis a b. Dein faciam sicut b e — e a. sic b d — d a. & per pũctum d. ducã, p præcedentem ℞ˡᵃ, lineam d g. ordinatam ad diametrum a b. Nam sic, linea e g. tãget periferiam in pũcto g. per vlt. ɔcl. præced. cap. Reg. 11ª. Similiter faciam pro hyperbole, modò punctum e. datum sit inter centrũ sectionis & periferiã. secus enim per punctũ e. nõ posset duci linea tangens sectionem. & per consequẽs problema esset impossibile. Cum enim sit sicut b d — d a. sic iá b e — e a. & semp maior sit b d. q̃ d a. oportet, vt & b e. maior sit, quàm e a. Et hæc sint satis circa tangentes.



De Non tangentibus contrapositarum. Ca. 6.

QVONIAM Apollonius omnia ferè conicorũ demonstrata conatus est in planum redigere, antiquioribus ingeniosior, neglecta conorum descriptione, & aliunde quærens argumenta cogitur persæpe obscurius & indirecte demonstrare id, quod contemplando solidæ figuræ sectionem, apertius & breuius demonstratur. Id nos fecimus in 4^or^ postremis præcedentis capiti conclusionibus: Idem nunc de Non tangentibus ꝯpositarum locuturi faciemus. Sunt enim Non tangẽtes, duæ rectæ lineæ se inuicem in centro ꝯpositarum hyperbolarum secãtes & vtrinque semper magis ac magis in infinitum periferijs approximantes, nunquàm verò coincidentes. Et ob id Non tangentes, siue Nõ coincidentes appellatæ: de quibus Apollonius in 2° conicorum locutus est. Nos igitur huiusmodi linearũ proprietates demonstraturi hoc præfabimur, duas hyperbolas in duobus rectis conis factas ac similibus triangulis per vertices conorum ductis æquidistantes similes esse, vt in 6° conicorum lib. ostensum est. Vnde omni propositæ hyperbole similis ac etiã similis & ęqualis collocari potest in aliquo recto cono, vt ibidem traditur. Ostendemus igitur hic lineas Non tangentes incedere per cẽtrum ꝯpositarum, & complecti angulum æqualem angulo verticali trianguli, cui planum hyperboles æquidistat. Esto igr̃ conus basis circulus a b c. vertex f. In quo hyperbole r l s. propositæ similis & æqualis: cuius diameter transuersa k l m n o. Ita vt l n. sit diameter communis ipsius r l s. & suæ contrapositæ inter earum vertices l n. Quarum plano æquidistet triangulum c f b. cuius basis b i. ad rectos secat a c. diametrum basis conicæ basimq́, △^li^ a f c. per axim, in pũcto e. Vnde rectæ d i r. d b s. tangẽtes circulum apud b i. puncta concurrẽt ad idem punctum cum c a. producta, quod punctum sit d. & perinde tam planũ ipsum, in quo sunt d b s. b f. lineæ, quàm planum, in quo sunt d i r. i f. lineę tanget conum. & tales contactus fient super latera conica b f. i f. & communis sectio tãgentium planorum, quæ linea recta est, ibit per verticem f. conicũ eat, sitq́; d f m. occurrens diametro l n. ꝯpositarum apud m. punctum. Cui diametro æquidistãs agatur a h g. conicę superficiei, ꝯpositæ occurrens in puncto g. & ipsam d f. secans in puncto h. Eruntq́; lineæ d i r. d b s. tangẽtes basim conicam apud i b. puncta cões sectiones planorum tangentium cum ipso basis plano. Sint demum tangentium eorundem planorum



cum

cum plano hyperbolarum communes ſectiones per m. pũctum eũtes & vtrinq; continuatæ lineæ r m.m s. Quo fiet, vt puncta r s.in quibus dictæ lineę coincidunt lineis baſim conicum tangẽtibus: & pũcta p q. in quib. hyperboles periferia occurrit periferiæ baſis conici: necnon punctum k. in quo baſis hyperboles ſiue ordinata p q.ſecat diametrum a c.hęc inquam quinque puncta ſint in vna recta r p k q s. quæ communis ſectio eſt plani facientis hyperbolas cum baſi conico. hoc idem intellige per reliqua hyperbola contrapoſita. Oſtendendũ igitur eſt quòd linea d f.cõtinuata ſecat per æqualia diametrũ l n.contrapoſitarũ in puncto m. quodque m r. m s. lineæ ſunt Non tangentes contrapoſitarum: ipſumque m.centrum eſt Sectionum. *Lemma.* Sed prius hoc lemma oſtendendum eſt. Duæ lineæ ſint ab vno puncto c.delapſæ cd. c g. & ab earum terminis aliæ ad ipſas mutuò reflectantur d f.g a.ſe inuicem in puncto h.ſecantes. Dico, ꝙ ratio c d — d a.componitur ex rationibus c f — f g.& g h — h a. Ducatur enim ipſi d f.æquidiſtans a t. Eritq;, ſicut c d — d a. ſic c f — f t. Itemq; ſicut g h — h a. ſic g f — f t. Sed ratio c f — f t. cõponitur ex rationib. c f — f g. & f g — f t. Igitur & ratio cd — d a.componetur ex rationib. c f — f g.& g h — h a. quod eſt propoſitum. Sed per cõcluſionem 13ª antepręmiſſi cap. ſicut c d — d a. ſic c e — e a. & propter æquidiſtantiam linearum a g.e f. ſic eſt & c f — f g. Igr̃ ratio c e — e a.cõponetur ex rationibus c e — e a.& g h — h a. Quare neceſſe eſt, vt g h. h a. ſint æquales: Cumque a g.æquidiſtet ipſi l n. Erit & lm. æqualis ipſi m n. Quare m.punctum erit centrum ſectionum contrapoſitarum.

Pro concluſione Non tangentium & centri.

Supereſt nunc oſtendere, quòd rectæ m r.m s.ſunt Non tangẽtes dictarũ ſectionum: cõplexæ ſcilicet angulũ æqualẽ angulo i f b. Nã, per 16ª 11. Eucl. lineæ i f. f b.ſunt æquidiſtãtes lineis r m.m s.pp æqdiſtãtiã planorũ: Et ideo p 10ª eiuſdẽ, angulus i f b. æqualis eſt angulo r m s.& ſinguli p lineas k m.e f. per mediũ ſecãtur. Duá ergo ipſi r s. æquidiſtantem & ipſi b i. lineam l u. quæ per pᵃ Concluſionem ante præmiſſi cap. tanget ſectionem p l q. in puncto l. Eritq △lũ m l u.æquianlũ △lo f e b. Igr̃, ſicut f e — e b. ſic m l — l u. Sit ergo ipſiꝰ l u.dupla l x. Eritq; n l — l x.ſicut m l — l u.& ſicut f e — e b.

Subiun-

Subiungatur ipsis n l. l x. tertia in proportione continua l y. siue longior, siue breuior: Eritque sicut □. f e—□. e b. sic n l—l y. Quare per 12ª primi conicorum l y. erit recta diameter hyperboles r l s. Et l x. poterit ▭. n l y. speciem scilicet sectionis. Et ideo l u ½ ipsius l x. poterit quadrantem ipsius speciei. Vnde per primam secũdi conicorum m u s. est Non tangens sectionis, & similiter ostendetur m r. ex alia parte esse reliqua Non tangens. Quando autem recta b i. diameter est circuli a b c. tunc lineæ tangentes circulum in punctis b i. sunt æquidistantes ad inuicem, & ipsi h f m. communi sectioni planorum conos tangentium per 19ª 11. Eucl. & tunc ipsæ f e. n k. g a. lineæ sunt perpendiculares ad a c. & vtrunque △△lorũ g f a. n f l. isosceles. Et eorum bases n l. g a. per mediũ & orthogonaliter secabuntur in punctis m h. Constabit ergo; vt prius, quidquid fuerat proprium. Et in hoc casu demonstratio faciet ad id, quod de horologio meridiano in 3° capite præcedentis libri fuit ostensum: In quo lineæ horariæ duę, scilicet horizontalis, & horæ 12ª sunt Non tangẽtes contrapositarum sectionũ, quas in horologij plano tangunt reliquæ 22ª horariæ lineæ. Demonstratio autem casus anterioris, vbi lineę tangentes circulũ concurrunt in puncto d. facit ad illud, quod de horologio circuli verticalis in regione, cuius latitudo excedit dimidium anguli recti: fuerat in 4° præcedentis libri cap. ostensum: in quo interdum duæ lineę horariæ sunt Non tangentes hyperbolarum, quas in tali horologio tãgunt reliquæ lineæ 22. verùm in his duobus locis præcedentis libri, vsi fuimus indirecta demonstratione, assumptis præambulis 3° & 4° primi capitis eiusdem libri, vt quæ promptior erat, atque lineamentis dudum hic peractis non indigens. *Sed ipsam indirectam demonstrationem hic repetam, quo apertior fiat. Dico enim rursus ipsam r m. m s. lineas esse Nõ tãgentes sectionis ipsius & ꝯpositæ. ipsumq́; m. punctũ cẽtrũ earũ. Nam si r m. m s. non sunt sectionum p l q. & ꝯpositæ Non tangentes. Tunc Non tangentes aut ibunt per punctũ m. aut per aliud: Si per m. punctum, tunc aut facient cũ diametro l n. maiores anlos, aut minores, quàm cum eadẽ diametro faciunt lineæ r m. m s. Si maiores; tunc ipsæ r m. m s. secabunt angulos Non tangentium & nusquàm coinciden. sectioni: quod est impossibile per 2ª 2ⁱ conicorũ. Si minores; tũc Non tangentes coincident sectioni: qm̃ omnis linea per punctum m. secans angulum r m s coincidit sectioni, quandoquidẽ æquidistans ipsi r m. vel m s. hoc est ipsi i f. vel f b. lateri ꝯtactus, coincidit conicæ superficiei, & perinde sectioni, per 3ᵐ præambulum primi cap. pręcedentis libri: quod est absurdum. Si autem non tangentes ibunt per aliud quàm punctũ m. tunc aut ipsæ ꝯtinebunt cũ diametro l n. angulos maiores, quàm cum eadem diametro faciant lineæ r m. m s. aut non maiores.

Demonstratio alia indirecta.

Sima-

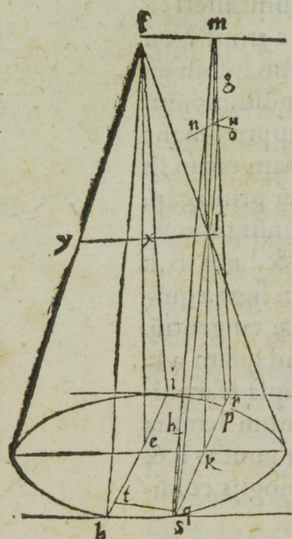
Si maiores, tunc ipsis r m.m s. æquidistantes & aliæ infinitæ secantes angulum Non tangentium non coincident sectionibus p l q. & contrapositæ: quod est impossibile per secundam secundi conicorum. Si non maiores; tunc ipsæ Non tangentes protractæ secabunt ipsas r m. m s. atque coincident sectionibus, quandoquidem æquidistans vni dictarum coincidit per dictum præambulum, sectionum alteri: quod est absurdum. Non igitur aliæ, quàm ipsæ r m.m s. erunt Non tangentes ɔ̄positarum p l q n o. Et perinde neq; aliud, quàm ipsum m. punctum erit dictarum sectionum centrũ. quod erat demõstrandum. Quod enim ipsæ r m. m s. semper magis atque magis approximant superficiei conicæ, & perinde periferiæ sectionis, & nusquàm etiam in infinitum cõtinuatæ coincidunt, patet per 4ᵘ præambulũ primi cap. in præmisso libro. Rursum ergo via indirecta idem demonstrauimus.

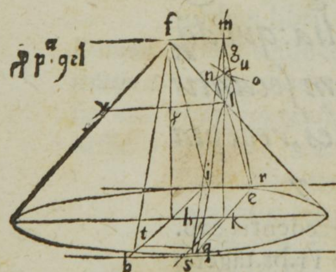
Notandum, quòd si conus a f c. supponatur scalenus: & linea b i. diameter circuli a b c. tunc lineæ tangentes in punctis b i. sunt æquidistantes inuicem & ipsi h f m. communi sectioni planoꝝ tangentiũ. Verùm tunc lineæ f e. n k. g a. non sunt perpendiculares, ad ipsam a c. At quoniam tunc a c. per æqualia secatur in puncto e. & ipsa e f. æquidistat ipsi a g. atque similiter h f. ipsi a c. Iam ideo per primum lemma quarti cap. præmissi, & ipsa a g. per æqualia secabitur in puncto h. & l n. in puncto m. sicut prius in cono recto. Sed pro horologijs considerantur coni tantùm recti.

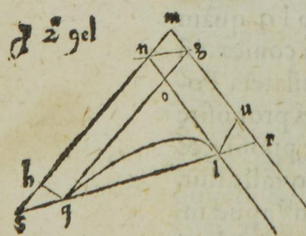
Quòd parallelogramma inter Non tangentes & periferiam locata, sunt inuicem æqualia: quodq; tam tangentis sectionem à tactu, quàm secantis eandem à periferia ad Non tangentes, recepta segmenta sunt æqualia. Caput 7.

AD hæc demonstranda repeto descriptionem præcedentis cap. ita vt linea b e i. sit diameter conicæ basis: & ipsæ i r. b s. tãgẽtes æquidistẽt, & perinde ipsi f m. cõi planoꝝ conum tangẽtium sectioni æquidistãtes. Item tam planum r m s. faciens hyperbolen p l q. quàm △ˡᵘ f b i. inuicem æquidistantia perpẽdiculariter instet basi conicæ. vñ △△ˡᵃ a f c. b f i. per axem conicũ f e. ducta erũt inuicem æquilatera Ponatur autẽ angulus a f c. æqualis angulo, quẽ Non tangẽtes propositę hyperbolæ cõprehẽdunt: Sic eñ hyperbole p l q. similis erit ꝓpositę, & etiã similis & æqualis, si m l. huius semidᵉʳ illius semidʳᵒ æqualis fuit. Tum inter Nõ tãgentes & periferiã duo parallᵐᵃ cõem anˡᵐ apud m. hñtia intelligãtur, vnũ ad v̇ticẽ sectionis ęqualium lateꝝ m n l u. alteꝝ verò m g q h. ostẽdam ꝙ hęc duo parallᵐᵃ sunt inuicem ęqualia, sic·

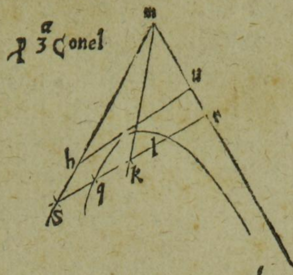
Ducatur in parallelogrammo verticali diameter n u. secans axim hyperboles apud o.eritq; o.centrum parallelogrãmi. Ducatur & l x y. æquidistans diametro a c.& per medium secta in puncto x.in △lo b f i. & eidem æquidistans in basi conico, linea q t.incidens ipsi b c.apud t. punctum. Iam enim, quia conus est rectus, erunt △△la f l y.m n u.similia. Sed illius latera dupla sunt laterum huius: quandoquidem f x.perpẽdicularis, hoc est ml.dupla est ipsius m o.perpẽdicularis: quare n u.tota æqualis ipsi x l. dimidiæ basi. Sed per 8ª sexti elementorum, b t.t q.t i.sunt cõtinue proportionales. Igitur & s q.n u.q r. singulæ videlicet illis singulis æquales sunt etiam continue proportionales, bases quidem △△lorum s q h.n u m.q r g. similium. quare & tria correlatiua eorundem latera eodem ordine continue proporlia erunt, scilicet q h.u m.qg Itaque parallmorum m g q h.m n l u.inuicem æquiangulorum reciproca sunt latera: hoc est, sicut q h—u m. sic iam m n—q g. Nam m n. u m.æquales. Et ideo, per 13ª sexti elementorum, parallma m q. m l. inuicem æqualia erunt. Similiter ostendam, quòd omne parallmũ inter Non tangentes & periferiam coaptatum, æquale erit verticali parallelogrãmo æquilatero. Vnde sequitur, vt omnia duo parallelogramma inter Non tangentes & sectionem sic locata sint inter se æqualia. quod fuit primum ex propositis. *Coroll.* Quare necesse est, vt quod sub vnius huiusmodi parallelográmorum lateribus, æquum sit ei, quod sub reliqui lateribus continetur, rectanlũ. quod Apollonius in 12ª 2i demonstrauit. II. Exponantur nunc in plano Non tangentes s m.m r.earumque hyperbole p l q. Et recta linea s q l r.secet Non tangẽtes quidẽ apud r s.sectionẽ verò apud q l.dico, quòd s q.l r.æquales erunt. Compleantur enim parallelogramma mn l u. m g. q h. quæ, sicut dudum ostensum est, æqualia inuicem erunt. Commune auferatur parallelogrammum m n o g. & supererunt parallelogramma n o q h.g o l u.inuicem æqualia. Quare per 13ª sexti.erit sicut n o — o g.sic o l — o q. Igitur m g—m n sicut h q—h s.cum △△la q o l.s h q.sint similia & proportionalium laterum: & sicut u r—u l. simile enim dictũ △lũ l u r. Sed mg.h q.æquales: & mn.ul.æquales:







Igitur



Igitur △△△^{la} m g n.h q s.u r l.inuicem ſunt æquilatera: et ideo s q.l r.eorum baſes ęquales: quod fuit vltimum ex propoſitis. et eſt 8ª ſecundi. Denique tangat h z u. hyperbolen q l p. apud z. punctum coincidens periferiæ apud puncta h u. Dico demum, quòd h z.z u. æquales erunt. Ducatur enim per m. centrum et z. punctum contactus recta m z k.ipſique h u.tangenti æquidiſtans, s q k l r. coincidens Non tangentibus apud r s. periferiæ verò apud q l.puncta. Eritque per primam Concl. quarti cap. huius lib.tam h z u.quàm et ipſa s k r.ordinata ad diametrum m z k. diameter enim eſt m z k. cùm eat per m. centrum ſectionis. Itaque æquales erunt q k. k l. quandoquidem diameter omnem ordinatam per æqualia ſecat: æquales item ſunt s q.l r.vt dudum oſtenſum eſt: igitur et totæ s k. k r. inuicem æquales erunt. Sed ſicut s k —— k r.ſic h z —— z u.propter æquidiſtantiam ipſarum h u. s r. ergo et ipſæ h z. z u. ęquales. quod demonſtrandum ſupererat. et eſt tertia ſecundi. Quę quidem alio ordine, modoque in ſecundo conicorum oſtenduntur.



Libri tertij Finis.

In monaſterio S. Mariæ à parte 19. *Iulij die*, ☿. 11. *Indictionis*, 1553.





D. FRANCISCI

MAVROLYCI,

ABBATIS MESSANENSIS,

Mathematici celeberrimi,

ARITHMETICORVM LIBRI DVO,

NVNC PRIMVM IN LVCEM EDITI.

Cum rerum omnium notabilium.

INDICE COPIOSISSIMO.



CVM PRIVILEGIO.

Venetijs, Apud Franciscum Franciscium Senensem.

M D LX X V.

Numeri lineares.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Radices	
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares	
0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	Pares	496. Et deinceps.
1		6				28				Perfecti	

Superficiales primi.

1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	Trianguli primi.
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	Quadrati primi.
0	2	6	12	20	30	42	56	72	90	parte altera longiores.
1	5	12	22	35	51	70	92	117	145	Pentagoni primi.
1	6	15	28	45	66	91	120	15	190	Hexagoni primi.

Pyramides Primæ.

1	4	10	20	35	56	84	120	165	220	Pyramides triangulæ primæ.
1	5	14	30	55	91	140	204	285	385	Pyramides quadratæ primæ
1	6	18	40	75	126	196	288	405	550	Pyramides pentagonæ primæ.
1	7	22	50	95	161	252	372	525	715	Pyramides hexagonæ primæ:

Columnæ primæ.

1	6	18	40	75	126	196	288	405	550	Columnæ triangulæ primæ	
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000	Columnæ quadratæ primæ.	Vel Cubi.
1	10	36	88	175	306	490	736	1053	1450	Columnæ pentagonæ primæ	
1	12	45	112	225	396	637	960	1377	1900	Columnæ hexagonæ primæ.	

Superficiales Secundi centrales.

1	4	10	31	19	46	64	85	109	136	Trianguli ſecundi.	
1	5	13	41	25	61	85	113	145	181	Quadrati ſecundi.	
1	6	16	51	31	76	106	141	181	226	Pentagoni ſecundi.	
1	7	19	61	37	91	127	169	217	271	hexagoni ſecundi.	æquianguli.
1	8	22	71	43	106	145	197	253	316	heptagoni ſecundi.	
1	9	25	81	49	121	169	225	289	361	Octogoni ſecundi.	

Pyramides ſecundæ centr.

1	5	15	34	65	111	175	260	369	505	pyramides triangulæ ſecundæ
1	6	19	44	85	145	231	344	489	670	pyramides quadratæ ſecundæ
1	7	23	54	105	181	287	428	609	835	pyramides pentagonæ ſecundæ
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000	pyramides hexagonæ ſecundæ
1	9	31	74	145	251	399	596	849	1165	pyramides heptagonæ ſecundæ
1	10	35	84	165	286	455	680	969	1330	pyramides octogonæ ſecundæ

Columnæ ſecundæ centr.

1	8	30	76	155	276	448	680	981	1360	Columnæ triangulæ ſecundæ
1	10	39	100	205	366	595	904	1305	1810	Columnæ quadratæ ſecundæ
1	12	48	124	255	456	742	1128	1629	2260	Columnæ pentagonæ ſecundæ
1	14	57	148	305	546	889	1352	1953	2710	Columnæ hexagonæ ſecundæ
1	16	66	172	355	636	1036	1576	2277	3160	Columnæ heptagonæ ſecundæ
1	18	75	396	405	726	1183	1800	2601	3610	Columnæ octogonæ ſecundæ

Solida Regularia in numeris.

1	9	35	91	189	341	559	855	1241	1729	Tetrahedra.	Vel pyramides
1	15	65	175	369	671	1105	1695	2465	3439	Octahedri	Et ijdem Cubi
1	33	155	427	909	1661	2743	4215	6137	8569	Icoſahedri.	Et ijdem Dodecahedri.

Quadrati Quadratorum.

1	16	81	256	625	1296	2481	4096	6561	10000	Biſquadrati.

FORMATIO NVMERORVM, Præcedentis Tabellę.



RADICES formantur ab unitate, & per unitatis continuam additionem.

Impares ab unitate, per binarij continuam additionem. Vel ex duabus radicibus.

Pares a binario, & per binarij ſemper additionem, uel duplicando radices.

Trianguli primi, per continuatam radicum accumulationem. Siue multiplicando aggregatum collateralis radicis & unitatis in dimidium multitudinis radicum.

Quadrati primi ex ductu radicum in ſe, uel ex aggregatione ſucceſſiua imparium ab unitate. Vel ex coniunctione trianguli collateralis cũ præcedenti, uel multiplicando aggregatũ collateralis imparis & unitatis in dimidium radicis.

Parte altera longiores ex ductu collateralis radicis in radicem immediatè præcedentem: ſiue ex aggregatione continuata parium: ſiue ex duplato triangulo pręcedenti: ſiue ex præcedenti quadrato cum ſua radice.

Pentagoni primi ex coniunctione collateralis quadrati cum triangulo præcedenti.

Hexagoni primi ex quadrato collaterali, duploq; præcedẽtis trianguli: Vel ex pentagono coll. dictoq; triangulo: Vel ex ductu radicum in impares: Vel ex quadrato cum parte altera lungiori.

Pyramides triangulę primę ex ſucceſſiua triangulorum aggregatione.

Similiter pyramides quadratę ex quadratorum. Pyramides pentagonæ ex pentagonorum; pyramides hexagonę ex hexagonorum aceruo conſtruuntur.

Item pyramides quadratæ primæ fiunt ex coniunctione collateralis pyramidis triangulæ cum præcedenti.

Pyramides pentagonæ primæ ex collaterali quadrata pyramide cum præcedenti triangula pyramide.

Pyramides hexagonæ primæ ex quadrata pyramide collaterali cum duplo præcedentis triangulæ pyramidis. Vel ex pentagona pyramide collaterali, & triangula pyramide præcedenti.

Columæ nprimæ fiunt ex ductu ſuarum ſuperficierum in radices: ut puta triangulæ ex radice in triangulos: & ſic de cæteris.

Item columnæ triangulæ primæ ſunt æquales pyramidibus pentago-

nis

nis primis, singulæ singulis. Quod notatu dignum est.

Columnæ quadratæ primæ, siue cubi, fiunt ex ductu radicum in suos quadratos.

Siue ex columna triangula collaterali & præcedenti cũ suo triangulo.

Vel ex pyramide hexagona prima cum pyramide quadrata præcedēti.

Vel ex aggregatione unius, deinde binorum, deinde trium, deinde qdatuor, & sic deinceps imparium.

Item columnæ pentagonæ primæ fient ex cubo collaterali cum columna triangula & triangulo præcedentibus.

Columnæ hexagonæ primæ item ex columna pentagona collaterali cũ prȩcedenti triangula columna & suo triangulo.

Trianguli secundi fiunt ex triangulo primo præcedenti triplicato cum unitate.

Pro quadratis autem secundis, quadruplicetur dictus triangulus.

Pro pentagonis quintuplicetur. & sic deinceps pro sequentibus formis, adiecta unitate.

Item trianguli secundi fient ex triangulo primo collaterali & quadrato præcedenti.

Quadrati secundi ex quadrato collaterali & prȩcedenti primis.

Pentagoni secundi ex pentagono collaterali & quadrato præcedenti primis.

Hexagoni secundi æquianguli ex collaterali hexagono primo cum quadrato prȩcedenti. Vel ex quadrato collaterali & præcedenti & parte altera longiore collaterali. Vel ex parte altera longiore tripli cato cum unitate.

Heptagoni ex hexagono secundo collaterali cum triangulo primo præ cedenti.

Octogoni ex heptagono dicto collaterali cum triangulo præcedenti primi ord. Siue (quod notatu dignum est) ex collaterali impari in se multiplicato.

Pyramides secundȩ fiunt ex accumulatione continuata suarum superficierum, scilicet triangulæ triangulorum, quadratȩ quadratorum secundi ordini & sic deinceps.

Item pyramides secundæ triangulȩ fient ex pyramide triangula prima, & præcedenti pyramide quadrata.

Pyramides autem quadratæ secundȩ ex pyramide quadrata collaterali cum præcedenti primi ordinis.

Pyramides pentagonæ secundæ, ex pyramidæ pentagona prima, & pyra mide quadrata prȩcedenti prima.

Pyramides hexagonæ secundȩ ex pyramide hexagona prima & pyra-

mide

c

mide quadrata precedenti prima. Et sunt æquales cubis collateralibus, singulę singulis. quod mirum est.

Pyramides heptagonæ secundę, ex hexagona pyramide secunda collaterali cum pręcedenti triangula pyramide prima.

Pyramides octogonę secundę ex heptagona pyramide collaterali cum pręcedenti pyramide triangula prima.

Item unaquęq; dictarum pyramidum fit ex pyramide triangula primi ordinis multiplicata in numerum laterum, unà cum radice collaterali.

Columnę secundę fient ex multiplicatione suarum superficierum in radices collaterales, triangulæ scilicet triangulorum, quadratæ quadratorum. Et deinceps similiter.

Item omnis columna secundi ordinis, fiet ex columna eiusdem nominis in primo ordine cum pręcedenti cubo & quadrato coniuncta.

OMNIS COLVMNA TRIANGVLA Prima cum duplo sui trianguli, facit triplum suę pyramidis.

Omnis cubus cum suo quadrato & triangulo, facit triplum suę pyramidis.

Omnis columna pentagona prima cum duplo quadrati collateralis, facit triplum suę pyramidis.

Omnis columna hexagona prima cum suo hexagono coll.&triangulo, facit triplum suæ pyramidis.

Omnis columna triangula secunda cum coll.quadrato & triangulo primis, facit triplum suę pyramidis.

Omnis columna quadrata secunda cum duplo coll. quadrati primi, facit triplum suæ pyramidis.

Omnis columna quadrata secunda cum duplo coll.quadrati primi, facit triplum suę pyramidis.

Omnis columna pentagona secunda cum duplo quadrati coll. primi, & cum triangulo præcedente primo, facit triplum suę pyramidis.

Omnis columna hexagona secunda cum hexagono secundo & impari collaterali, facit triplum suæ pyramidis.

Item eadem columna cum quadrato & hexagono primis facit triplum suę pyramidis.

Omnis columna septangula cum hexagono secundo & impari collateralibus, & cum triangulo primo pręcedenti facit triplum suę pyramidis.

Omnis columna octangula cum hexagono secundo & impari collateralibus, duploque trianguli pręcedentis primi, facit triplum suę pyramidis.

DE

Tetrahedrvm seu Pyramis construitur ex unitate, cum quatuor radicibus præcedentibus, cum sexcuplo trianguli primi, uno retrorsum intermisso, accepti: & cum quadruplo pyramidis triangulæ secundæ præcedentis.

Cubus, construitur ex unitate cum octo radicibus præcedentibus, cũ duodecuplo trianguli primi, uno retrorsum intermisso, sumpti: cumq; sexcuplo pyramidis quadratæ secundæ præcedentis.

Octahedrum construitur ex unitate, secuplo radicis præcedentis, ex duodecuplo trianguli primi, uno intermisso, recepti, & ex octuplo pyramidis triangulæ secundæ præcedentis. Quod semper exit æquale cubo prædicto.

Icosahedrum construitur ex unitate, ex duodecuplo radicis præcedentis, ex uigecuplo trianguli primi, uno retrorsum omisso, accepti: & ex uigecuplo pyramidis triangulæ secundæ præcedentis.

Dodecahedrum construitur ex unitate, ex uigecuplo radicis præcedentis, ex trigecuplo trianguli primi, uno retrorsum intercidente, occurrentis: & ex duodecuplo pyramidis pentagonæ secundæ præcedentis. Quod semper inuenitur æquale Icosahedro dudum memorato.

Item cubus, aut octahedrum prædictum (sunt enim æquales) potest aliter construi. Nam dispositus imparibus ab unitate per ordinem, unitas faciet primum cubum prædictum? tres sequentes impares secundum; quinque sequentes impares tertium; deindee septem succedentes quartum; nouem quintum. Et sic deinceps in infinitum: impares sub multitudine impari successiue coaceruando.

Adhuc idem cubus, seu octahedrum producetur ex ductu imparis collateralis in quadratum secundi generis collateralem.

Et notandum quòd talis cubus siue octahedrus semper est pyramis triangula secundi generis in locis imparibus accepta.

Præterea non omittendum est, quòd ex successiua coaceruatione taliũ cuborum siue octahedrorum ab unitate per ordinem, constituuntur Quadrati quadratorum ab unitate seriatim receptorum. Qui quidem quadrati quadratorum, seu bisquadrati producuntur ex quadratis primis in se ductis. Quod sicut hactenus ignoratum, ita posthac iucundum scitu fiet speculatiuis ingenijs.

Deniq; cum his, neq; illud subticebo, quòd Tetrahedrum superius memoratum, est & cubus mixtus quidam tertij generis, qui conflatur ex binis semper proximis cubis primi ordinis, scilicet collaterali &

e

li & prȩcedenti. Quemadmodum quadrati ſecundi ex duobus quadratis primis, collaterali & prȩcedente coaleſcunt. Quod non minus erat admirandum.

Hȩc omnia in tabella prȩmiſſa per exempla ſingula noteſcunt, & in primo horum Arithmeticorum libello demonſtrantur.

DE NVMERO PERFECTO.

PERFECTVS Numerus producitur ex multiplicatione ultimi in ſerie pariter parium ab unitate diſpoſitorum, in totum aggregatum ipſorum, dum tamen tale aggregatum ſit numerus primus, hoc eſt a nullo, prȩterquàm unitate numeratus. Tales numeri ſemper inueniuntur in ordine triangulo & hexagonorũ primorum. In hoc numero perfecto partes integrant totum, ut oſtendit Euclides in ultima Noni. Secunda conditio faciens numerum perfectum eſt imparitas. unde impar numerus perfectior, quam par: quoniam affinitatẽ habet cum Monade genitrice numerorum, quȩ reprȩſentat Deum, Mundum, Naturam, Solem, & quidquid unicum eſt. Tertia Conditio, eſt poteſtas. Vnde impares numeri, quorum poteſtas & officium eſt formare numeros quadratos, perfectiores ſunt paribus, qui formant parte altera longiores. Rurſum hexagoni ȩquianguli ſunt perfectiores, quàm impares communes: quoniam formant cubos. Quarta conditio, eſt forma. Vnde numeri ȩquilateri perfectiores, quàm non ȩquilateri. Sic quadratus perfectior, quàm altera parte longior. Et cubus perfectior, quàm ſolidus non ȩquilaterus. Item Hexagonus ȩquiangulus perfectior quàm hexagonus primus. Vnde prima conditio friuola eſt: quoniam nuda & expers eſt cȩterarum fructuoſiorum qualitatum. Verum hȩc diſcuſſio poſita eſt in poſtremo problematum Mechanicorum.



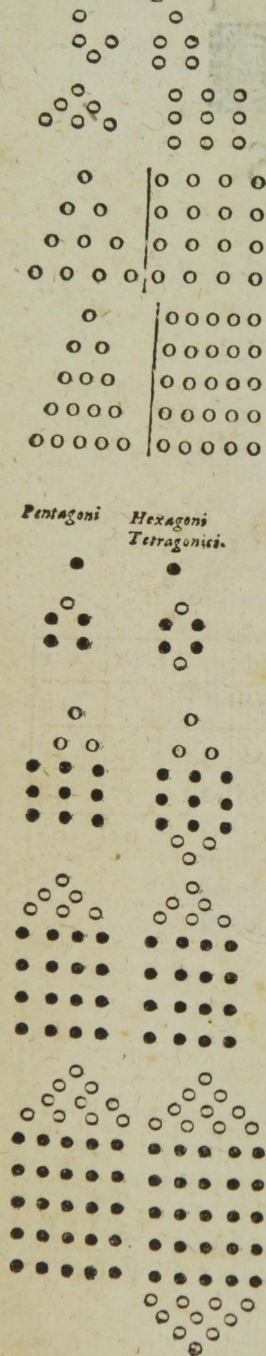
MAVROLYCI ABBATIS MESSANENSIS MATHEMATICI,

Arithmeticorum Liber Primus.

PROLOGOMENA.



CVM Euclides agat de planis, solidis, quadratis, cubisq; numeris: De cæteris alteriusmodi formis, ut triangulis, pentagonis, hexagonis & sequentibus tam superficialibus, quàm solidis; neque apud nostros, neq; apud Græcos (quem sciam) satis scripsit quispiam: nec ipse Pythagoras, siue Iamblicus, aut Nicomachus, à quibus Boëtius noster, quicquid de Arithmeticis tradidit, mutuatus est: Iordanus autem, meo quidem iudicio, melius utique egisset, si ab alijs omissa plenius tractasset, potiusquàm in repetendis ijs, quæ ab Euclide satis fuerant demonstrata, frustra insudasset: Nos igitur conabimur ea, quæ super hisce numerarijs formis, nobis occurrunt, exponere: multa interim faciliori via demonstrantes, & ab alijs authoribus aut neglecta, aut non animaduersa supplentes. Sed iam à diffinitionibus inchoantes, reliqua commodius exequemur.



ARITHMETICORVM DIFFINITIONES.

Vnitas eſt principium & conſtitutrix omnium numerorum, conſtituens autem imprimis ſeipſam. Omnis igitur numerus aut eſt vnitas, quæ reſpondet puncto: quamq̃ punctum non habet partem in continuis, ſicut vnitas in diſcretis. Aut eſt linearis, qui reſpondet lineæ. Aut ſuperficialis, qui reſpondet ſuperficiei. Aut ſolidus qui ſolidum in geometricis imitatur Poſt vnitatem itaque primus linearium numerorum eſt Binarius: ſicut linea finita duo extrema ſortitur. Primus ſuperficialium ternarius: ſicut Triangulum figurarum geomeotricarum prima eſt. Primus ſolidorum quaternarius: quoniam pyramis triangula in numeris, ſicut eadem in continuis ſolidis prima eſt. Sicut igitur monas pũcto: ita dias lineæ: Trias ſuperficiei, ac tetras ſolido aſſimilatur. Linearium numerorum, Par eſt quẽ Binarius metitur. Impar vero, qui pari vnitatem addit, vel minuit. Superficialium autem primi generis numerorum, alij trianguli ſunt; Alij quadrati, Alij pentagoni, Alij Hexagoni, & Hexagonorum, alij Tetragonici. alij Aequianguli, à forma ſcilicet, in qua diſponuntur, numeroq́; angulorum aut laterum vocati. Radices numerorum ſunt qꝫ ab vnitate, & ſecundum vnitatis cremẽtum ſucceſſiue accreſcunt. Triangulus numerus eſt, in primo genere, q̃ ex aggregatione radicum ab vnitate acceptarum conſtitutus triangulã formam acquirit. Quadratus autem, qui ex radice in ſe ducta procreatur. Pentagonus verò, qui ex quadrato, & triangulo præcedenti coniunctis quinque lateram acquirit figuram. Hexagonus tandem, qui pentagono adhuc triangulũ adiungens, ſextum lucrifacit latus. Hæ itaque figuræ ex triangulis, & quadratis compaginantur. Nam Hexagonus æquiangulus ex vnitate & ſex multiplicato triangulo conſtruitur. Ex his ſuperficialibus formis totidem Pyramides, totidemque colũnę conficiuntur, qui ſolidi numeri merito vocantur. Nam Pyramis triãgula ex aggregatione triangulorum ab vnitate per ordinẽ ſumptorum fabricatur. Similiter & Pyramis quadrata, ex cumulo quadratorum: Pentagona, Pentagonorum: & Exagona, exagonorum ab vnitate continuatim ſumptorum erigetur. Vnde, & duplex erit hexagona Pyramis, ſcilicet à ſuis ſingulæ hexagonis conſtructæ. Columna verò triangula ex ductu radicis in ſuum triangulum. Quadrata quæ cubus vocatur, ex ductu radicis in ſuum quadratum. Pentagona, ex ductu radicis in Pentagonum. Et hexagona vtriuſque ſpeciei ex radice

Radices.	Pares.	Impares.
1.	0.	1.
2.	2.	3.
3.	4.	5.
4.	6.	7.
5.	8.	9.
6.	10.	11.
7	12.	13.
8.	14.	15.
9.	16.	17.
10.	18.	19.

Hexagonæ æquianguli.

in hexagonum multiplicata procreabitur. Sunt & numeri parte altera longiores, quorum quilibet fit ex ductu collateralis radicis in pręcedentem. His ita se habẽtibus, dicendum est de eorum proprietatibus & colligantijs.

S C H O L I V M.

Ab his propagantur quincuplices Pyramides, & totuplices columnæ, in quibus omnibus positio vnitatum, aut triangularem, aut tetragonam seruat formam. Sed hexagonus æquilaterus hìc reponi dignus est visus, propter colligantiam, quam cum primo hoc genere formarum seruat: Reponetur & in secundo mox genere, quandoquidem construitur ex centrali vnitate, & ex triangulo in laterum numerum ducto, hoc est sexcuplicato: & ipsius tam pyramis, quàm columna semper habet pro axe linearem numerum, siue radicem collateralem ex centralibus scilicet vnitatibus superficierum compositam. Quæ omnia hìc in tabella per numerarios characteres, tam ad diffinitionum, quàm ad demonstrandorum exempla exarabimus, ab vnitate vsque ad denarium procedere contenti.

FORMÆ NVMERARIÆ PRIMI GENERIS.

Radices.	Pares.	Impares.	Trianguli.	Quadrati.	Parte altera lõgiores	Pentagoni.	Hexagoni pi.	Pyrdes Δlæ.	Pyrdes quadratę	Pyramides pẽtag. colũnę Δlæ	Pyramides hexag. primæ.	Cubi colum. quadratæ pyramides hexag. æquiangulæ.	Columnæ pentagonæ.	Columnæ hexagonæ primę.	Hexa. ęq̃ãguli.	Colum. hexagonæ æquiãgulæ.
1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	3	3	4	2	5	6	4	5	6	7	8	10	12	7	14
3	4	5	6	9	6	12	15	10	14	18	22	27	36	45	19	57
4	6	7	10	16	12	22	28	20	30	40	50	64	88	112	37	148
5	8	9	15	25	20	35	45	35	55	75	95	125	175	225	61	305
6	10	11	21	36	30	51	66	56	91	126	161	216	306	396	91	546
7	12	13	28	49	42	70	91	84	140	196	252	343	490	637	127	889
8	14	15	36	64	56	92	120	120	204	288	372	512	736	960	169	1352
9	16	17	45	81	72	117	153	165	285	405	525	729	1053	1377	217	1953
10	18	19	55	100	90	145	190	220	385	550	715	1000	1450	1900	271	2710

PROPOSITIO
PRIMA.

QVot *vnitates habet numerus quilibet, totum in ordine radicum locum ſortitur. Et è contrario, quotum in radicibus locum obtinet quiuis numerus, tot quoque complectitur vnitates.* Nam radices ab vnitate exordium capientes per ſingulos locos ſingulas acquirunt vnitates. Quapropter millenarius numerus, quoniam ex mille conſtat vnitatibus, milleſimus eſt in ordine radicum: Et viciſſim numerus, qui milleſimum in radicibus locum ſortitur, mille comprehendet vnitates, hoc eſt millenarius ipſe numerus erit. Et hoc
2ª eſt quod proponitur demonſtrandum.

Omnis datus numerus inuenitur in ordine radicum. Eſto datus numerus a. quicunque ſit, aio quòd a. numerus inuenitur in ordine radicum omnino. Habeat enim a. quotuis vnitates, vtputa mille. iam enim per præcedentem a. numerus milleſimum obtinebit in radicibus locum. Quod eſt propoſitum.

3ª *Radices ſingulæ duplicatæ conſtituunt pares ſingulos per ordinem.* Nam talia dupla menſurantur à binario: quandoquidem per binarium multiplicantur: & ideo per diffinitionem ſunt ipſi pares numeri; quorum primus ſemel, ſecundus bis, tertius ter; & ſic deinceps à binario menſu-
4ª rantur.

Impares ab vnitate per binarij appoſitionem ſucceſſiue fiunt. Nam vnitas binario appoſita, per differen. facit imparem, ſcilicet ternarium: Sed per præmiſſam pares numeri propagantur à binario per binarij crementum: & per differen. impares addunt paribus ſinguli ſingulis vnitatem: Igitur impares propagabuntur à ternario per idem binarij crementum (vt ſinguli ſingulos impares
5ª vnitate ſemper excedant.) Quod eſt propoſitum.

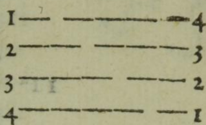
In ordine radicum impares & pares alternatim & inuicem ſuccedunt. Nam, per præmiſſam, impares ab vnitate per binarium creſcunt; quo fit vt in radicibus, vnitas, & vno ſemper intermiſſo numero, ſequẽtes ſint impares: per antepmiſſam verò, pares à binario per binarium creſcunt; quare in radicibus binarius, & vno ſemper intermiſſo, ſequentes ſunt pares. Sic ergo fit, vt impares, in imparibus, pares ſemper in

locis

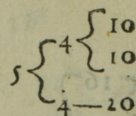
locis, paribus radicum inueniantur alternatim, ſicutproponitur.

Omnis radix cum radice præcedenti, facit ſibi collateralem imparem: cum ſequenti verò ſequentem. Nam binarius cum vnitate facit ternarium: cum ternario autem iunctus, facit binario maiorem: & ideo imparem ſequentem ſcilicet 5. per quartam præmiſſam. Rurſus, cùm ternarius coniunctus cum binario, faciat quinarium, imparem ſibi collateralem: Iam idem cum quaternario radice ſequenti faciet binario maiorem, hoc eſt, imparem ſequentem, per quartam præcedētem, qui ſeptenarius eſt. Eodemque modo in infinitum, ſicut propoſitio concludit. 6

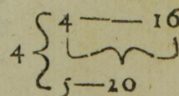
Omnis radix multiplicata in radicem ſequentem, producit duplum trianguli ſibi collateralis. Exempli gratia, ducatur quaternarius in ſequentem radicem, ſcilicet quinarium: & producuntur 20. Aio, quòd 20. duplus eſt ad triangulum ipſi quaternario collateralem. Sumantur enim ab vnitate ad quaternarium radices: quibus applicentur totidem & ordine præpoſtero ab vnitate radices, ſingulæ ſingulis: ſic enim fiet vt creſcentes cum decreſcentibus ſinguli ſingulis coniuncti numeri faciant quatuor ſummas æquales: hoc eſt quatuor quinarios. quare earum aggregatum erit planus numerus, qui fit ex ductu quaternarij in quinarium: & idcirco 20. erit talis planus. Duplus autem eſt planus ipſe ad triangulum quaternarij: quandoquidem, per diff. talis triangulus eſt aggregatum vnius dictorum ordinum: quod eſt dimidium plani: Igitur 20. duplus erit ad triangulum quaternarij. Et ſimiliter in omni caſu id quod proponitur demonſtrabimus. 7



Omnis triangulus duplicatus, efficit numerum parte altera longiorem ſequentem. Exempli gratia, triangulus quarti loci, eſt denarius. Aio, quòd 10. duplicatus efficit parte altera longiorem quinti loci. Nam per diff. talis parte altera longior producitur ex radice collaterali in præcedentem: ſcilicet ex 5. in 4. Sed per præmiſſam ex ductu 4. in 5. fit duplum trianguli quarti: Ergo tale duplum æquale eſt, parte altera longiori quinti loci. quod eſt propoſitum. 8



Omnis quadratus cum radice ſua coniunctus, conficit ſequentem parte altera longiorem. Exempli gratia, quadratus quarti loci eſt 16. eiuſque radix 4. Aio, quòd ſexdecim cum quatuor conficit parte altera longiorem quinti loci. 9



Nam per diffinitionem 4. multiplicatus in 4. producit quadratum ſuum ſcilicet 16. Et idem 4.ductus in 5. ſequentem radicẽ, producit parte altera lõgiorem quintum, ſcilicet 20. Sed talia duo producta differunt quaternario: quoniam multiplicantes differunt vnitate. Igitur 16. cum 4. efficit 20. hoc eſt, quadratus cum radice parte altera longiorem quintum. quod fuit demonſtrandum.

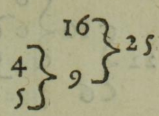
10ª *Omnis parte altera longior cum radice collaterali coniunctus, conſtat collateralem quadratum.* Exempli gratia: Parte altera longior quinti loci eſt 20. Aio, quòd 20. cum 5. facit quadratum quintum. Nam, per diffi. talis parte altera longior fit ex 4. in 5. dictus verò quadratus fit ex 5. in ſe. Sed talia producta differunt quinario multiplicante: quoniam multiplicati differunt vnitate. Igitur 20. cum quinario conficit reliquum productum, ſcilicet quadratum quinarij: quod fuit demonſtrandum.

11ª *Omnis triangulus cum præcedenti triangulo coniunctus perficit quadratum ſibi collateralem.* Exempli gratia: Triangulus quintus ſcilicet 15. cum triangulo præcedenti ſcilicet 10. perficit quadratum quintum. Nam, 15. per diff. trianguli conſtat ex pręcedenti △lo & radice 5. Igitur aggregatum taliũ duorum triangulorum cõſtat ex tali radice, & duplo △li præcedentis, hoc eſt, ex 5. & duplo ipſius 10. Sed duplum ipſius trianguli 10. per antepræmiſſam eſt parte altera lõgior quintus: Ergo dictum triangulorum aggregatum, æquale erit aggregato ex parte altera longiore quinto, & ex radice quinta. Per præcedentem autem, parte altera longior quintus cum radice 5ª conſlat quintum quadratum: Igitur dictum triangulorum 15. & 10. aggregatum, perficit Quadratum quintum: quod eſt propoſitum.

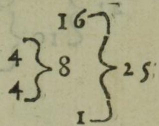
12ª *Omnis quadratus cum radice ſua, & cum radice ſequenti coniunctus, conſummat quadratum ſequentem.* Exempli gratia: Quadratus quarti loci ſcilicet 16. cum radice ſua ſcilicet 4. & cum radice ſequenti 5. compoſitus, conſummat quadratũ ſequentis loci ſcilicet 25. Nam per nonam præcedentem, quadratus quartus cum radice ſua coniuctus, efficit quintum parte altera longiorem: per decimam verò præmiſſam, quintus parte altera longior conſlet iunctus cum quinta radice, quintum quadratum. Igitur quartus quadratus cum 4ª & 5ª radicibus acceptus conficit □tũ. quintum: ſicut proponitur.

Omnis

Omnis quadratus cum impari sequente coniunctus, constituit 13^a
quadratum sequentem. Exempli gratia: Quartus quadratus scilicet 16. cum impare quinti loci, scilicet cum 9. coniunctus, efficiet quintum quadratum. Nam per sextam præmissarum, radix quarta cum quinta componunt imparem quintum: cumque per præcedentem, quadratus quartus, cum quarta & quinta radicibus, pariter sumptus, efficiat quadratum quintum, sequitur; vt idem quadratus quartus cum impare quinto, hoc est 16. cum 9. constituat quadratum quintum scilicet 25. sicut concludit propositio.

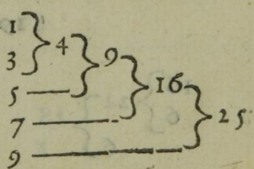


Omnis quadratus cum duplo suæ radicis & vnitate coniun- 14^a
ctus construit quadratum sequentem. Exempli gratia: Quartus quadratus scilicet 16. cum duplo suæ radicis, hoc est, cum 8. & vnitate coniunctus efficit quadratum sequentem.

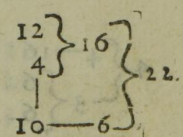


Nam per 3^a huius, duplus radicis quartæ, est par quinti loci: cui si addatur vnitas, fit per diff. impar quintus. Igitur talis duplus cum vnitate, est impar quintus. Verùm, per præcedentem, quartus quadratus cum quinto impare constituit $\square^{tū}$ sequentem. Igitur & quartus quadratus cum dicto duplo & vnitate coniunctus: hoc est, 16. cum 8. & 1. construit quadratum quintum scilicet 25. quod est propositum.

Ex aggregatione imparium numerorum ab vnitate per ordi- 15^a
nem successiuè sumptorum, construuntur quadrati numeri continuati ab vnitate, ipsisq; imparibus collaterales. Nam per antepræmissam, vnitas imprimis cum impari sequente facit quadratum sequentem scilicet, 4. Et ipse 4. quadratus secundus, cum impari tertio scilicet 5. facit quadratum tertium, scilicet 9. Itemque 9. quadratus tertius cum impari quarto scilicet 7. facit quadratum quartum, scilicet 16. & sic deinceps in infinitum, semper 13^a repetita propositum demonstratur.



Omnis Pentagonus constituitur ex triangulo & parte altera 16^a
longiore collateralibus coniunctis. Nam per diffinitionem ipse, exempli gratia, pentagonus quartus, 22. fit ex $\square^{to}$ 4° & $\triangle^{lo}$ tertio coniunctis, hoc est ex 16. & 6. Sed per 10^a huius, parte altera longior quartus, scilicet 12. cum radice quarta, scilicet 4. conficit $\square^{tū}$ quartum. Et per diff. trianguli, triangulus quartus constat ex $\triangle^{lo}$ 3° & ex radice quarta. Igitur & Pentagonus quartus constituetur ex parte altera longiore quarto, scilicet 12. & ex $\triangle^{lo}$ quarto scilicet 10. sicut proponitur demonstrandum.



17 *Omnis item pentagonus construitur ex triplo præcedentis trianguli, & ex collaterali radice, coniunctis.* Exempli gratia: pentagonus quartus. scilicet 22. fit ex triplo tertij $\triangle^{li}$, scilicet ex 18. & ex radice 4^{a} .s.4. Nam per diffinitionem, pentagonus quartus scilicet 22. fit ex $\triangle^{lo}$ præcedenti tertio & ex quadrato quarto. Quadratus autem quartus scilicet 16. per 11^{a} huius, constat ex $\triangle^{lo}$ tertio 6. & ex $\triangle^{lo}$ quarto 10. coniunctis: & $\triangle^{lo}$ quartus ex diff. $\triangle^{li}$, constat ex $\triangle^{lo}$ tertio, & ex radice 4^{a} coniunctis. Igitur & Pentagonus 4ꝰ constabit ex tribus triangulis tertijs, & ex radice quarta: quod est propositum. Vel sic: qm̃ per præcedentem, Pentagonus 4ꝰ constabat ex parte altera longiore quarti loci, & ex $\triangle^{lo}$ quarto: & per 8^{a} huius, parte altera longior 4ꝰ æquiualet duobus triangulis tertijs: & $\triangle^{lo}$ quartus æquiualet $\triangle^{lo}$ 3° & radici quartæ: iam & pentagonus 4ꝰ æquiualebit tribus $\triangle^{lis}$ tertijs & radici $4^{æ}$ quod est propositum.

22 { 16 { 6, 6, 4 } 10; 6 }

22 { 12 { 6, 6 }; 10 { 6, 4 } }

18 *Omnis hexagonus primus constat ex præcedenti triangulo, & insuper ex ijs omnibus, ex quibus collateralis pentagonus constare ostensus est.* Nam, cùm per diffinitionem pentagonus, vnà cum præcedenti triangulo constituat collateralem hexagonum, sequitur vt hexagonus ipse constet ex dicto iam triangulo, & ex iis simul, ex quibus per duas præcedentes, constare ostensus est Pentagonus. Sicut proportio præsens concludit.

19 *Omnis hexagonus fit ex quadrato collaterali, duploq; præcedentis trianguli.* Exẽpli gratia, hexagonus primus quarti loci scilicet 28. fit ex quadrato quarto, scilicet 16. & duplo præcedentis trianguli, scilicet 6. Nam per diffini. hexagonus constat ex pentagono collaterali, & ex præcedenti $\triangle^{lo}$. Pentagonus autem ex quadrato, & ex præcedenti triangulo. Igitur hexagonus constabit ex quadrato, & ex duobus præcedentib. triangulis: quod est propositum.

{ 16, 6 } 22 { 6 } 28

20 *Omnis radix ducta in imparem collateralem producit hexagonum primum collateralem.* Exempli gratia: radix quarta scilicet 4. multiplicans quartum imparem, scilicet 7. facit collateralem hexagonum primum, scilicet 28. Nam radix 4. in se ducta, facit quadratum 4^{u} scilicet 16. Et eadem radix 4. in præcedentem radicem scilicet 3. ducta facit per 7^{a} huius, duplum trianguli tertij, scilicet 6. Sed per præcedentem, tale □^{tu} cum duplo talis trianguli perficiunt simul hexagonum primum 4^{i} loci. Ergo radix 4. ducta in se, & ducta in 3. hoc est

4 { 4 — 16; 3 { 6, 6 } }

ducta in 7. 4^{u} imparem, per 6^{a} huius, procreabit hexagonum primum 4^{i} loci; quod eſt propoſitum.

Si ex radicibus ab vnitate diſpoſitis ſumantur tres, vel quinq; vel ſeptem, vel ſub quauis impari multitudine ab vnitate continuati numeri: tunc illorum aggregatum æquale erit ei, qui fit ex 21
ductu medij in poſtremum. Exempli gratia: capiantur ſeptem 1.7
radices ſic 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. quorum medius eſt 4^{9} ſcilicet 4. 2.6
Aio igitur, ꝙ horum 7. numerorum aggregatum æquale erit 3.5
ei quod fit ex multiplicatione medij ſcilicet 4. in poſtremum 4.4—7—28.
ſcilicet 7. ꝙ ſic oſtenditur. Aſſocientur propoſitis radicibus 5.3
totidem ſinguli ſingulis æquales, ſed ordine præpoſtero, ap- 6.2
plicati numeri: ſic fiet, vt crementa decremẽtis compenſata 7.1
faciant combinationes ſingulas æquales: vtque bini medij ab extremis æquidiſtantes ſcilicet 4. & 4. ſint inuicem æquales. Quare congeries totalis amborum ordinum erit planus numerus, qui fit ex ductu octonarij in ſeptenarium: quæ ſunt latera plani. Igitur & ſumma vnius ordinis, quæ dimidiũ eſt totalis cumuli producetur ex 4. in 7. hoc eſt ex medio numerorum in poſtremum. Quod fuit demonſtrandum.

Omnis radix media inter vnitatem & imparem in ordine radicum, multiplicata in talem imparem, producit triangulum imparis eiuſdem collateralem. 22
Exempli gratia, capiantur, ſicut
in præcedenti, quotuis imparis $mult^{nis}$ radices ab vnitate cõ- 1
tinuate 1.2.3.4.5.6.7. ſeptem ſcilicet. Aio, quòd in his radix 2—3—6.
æqualiter remota ab vnitate & impari: vt 2. qui æquidiſtat 3
ab vno, & a 3. multiplicata in 3. producit collateralem ipſius
3. triangulum. Nam, per præcedentem, 2. qui medius eſt
ipſorum 1.2.3. trium ſcilicet ab vnitate radicum, ductus in
poſtremum, ſcilicet 3. producit aggregatum ipſorum 1. 2. 3. 1
Sed tale aggregatum, per diffinitionem, eſt triangulus collate- 2
ralis poſtremæ radicis 3. Igitur 2. ductus in 3. producit Δ^{lu} col 3—5—15
lateralem ipſius imparis ſcilicet 6. quod eſt propoſitum. Item 4
3. radix æquè remota ab vnitate, & à quinario ducta ĩ quinq;, 5
producit 15. triangulum. ſ. collateralem quinarij: quia. ſ. per
præcedentem procreat aggregatum ex ipſis 1. 2. 3. 4. 5. quod 1
eſt ipſe triangulus, ſicut proponitur. Adhuc 4. radix æquè 2
diſtans ab vnitate & à 7. in 7. ipſum multiplicata generat 28. 3
Δ^{lu}. ſ. collateralẽ ipſius ſeptenarij: quandoquidem per præce- 4—7—28.
dentem, producit aggrauatum ex ipſis 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. ipſum 5
videlicet triangulum. Et ſic deinceps, arguendo per præceden- 6
tem, & per diff. trianguli confirmatur propoſitum. 7

Hexa-

23ª *Hexagoni primi ab vnitate continuati per ordinem, ſunt & trianguli numeri locorum imparium.* Nam per 20ª huius, radices ſingulæ in ſingulos impares multiplicatæ, producunt per ordinem hexagonos ipſos. At per præcedentem, radices ſingulæ in ſingulos item impares ductę, procreant triangulos imparium collaterales per ordinem. Igitur & trianguli imparium locorum ſunt & hexagoni per ordinem continuati: ſicut demonſtrandum proponitur.

COROLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd omnis hexagonus tetragonicus eſt & triangulus numerus.

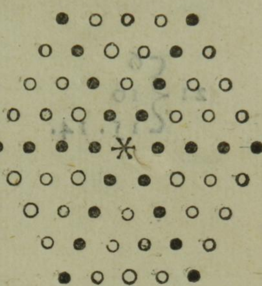
24ª *Omnis numerus perfectus eſt hexagonus tetragonicus ſiue primus.* Hoc nos ſic demonſtrabimus. Exponantur ab vnitate continuati numeri pariter pares, hoc eſt, in proportione continua dupla a. b. c. d. e. quorum aggregatum ſit numerus primus, qui ſit f. & ex e. poſtremo in f. producatur g. qui per vltimam noni elementorum Euclidis, erit numerus perfectus. Oſtendendum igitur eſt, quòd g. hexagonus eſt, non æquiangulus, hoc pacto. Sit ipſius e. duplus ipſe h. Et tunc ſi ab ipſo b. ſecundo, & ab ipſo h. dematur primus, ſcilicet vnitas, erit per penultimam noni prædicti, ſicut reſiduum ipſius b. ad vnitatem, ſic reſiduum ipſius h. ad aggregatum ipſorum a b c d e. Sed reſiduum ipſius b. eſt vnitas, & perinde æqualis vnitati: Igitur & reſiduum ipſius h. æquale erit aggregato ipſorum a b c d e. hoc eſt, ipſi f. Verùm ſi ab ipſo h. duplo ipſius e. & perinde numero pari ſubtrahatur vnitas, iam ſupereſt numerus impar collateralis ipſius e. in radicibus: Ergo talis impar eſt ipſe f. Quare per 20ª huius, e. radix multiplicans ipſum f. collateralem imparem, generat hexagonum ſibi collateralem. Fuit autem tale productum ipſe numerus g. omnino igitur & g. numerus hexagonus eſt. quod demonſtrandum fuit.

25 *Omnis numerus perfectus eſt triangulus.* Nam per præcedentem, omnis numerus perfectus eſt hexagonus primus. Per corollarium autem antepræmiſſæ, omnis hexagonus talis eſt, & triangulus: Igitur & omnis numerus perfectus eſt triangulus, ſicut propoſitio concludit.

26 *Omnis radix ſexcuplicata & cum vnitate, cumq́; ſexcuplo præcedentis trianguli coniuncta, conſummat hexagonum æquiangulum ſequentem.* Exempli gratia: Sumatur 4. qui quarta radix

radix eſt; & tertius triangulus, ſcilicet 6. Aio, quòd 4. ſexcuplicatus ſcilicet 24. cum vnitate, & cum ſexcuplo ipſius 6. ſcilicet 36. coniunctus, conficit hexagonum æquiangulum ſequentem, ſcilicet 61. Nam radix quarta cum tertio triangulo, per dif. △li, conficit quartum triangolum. Igitur ſexcuplum quartæ radicis cum ſexcuplo tertij △li. ſimul efficiunt ſexcuplum quarti trianguli. Quare vnitas cum ſexcuplo 4æ radicis, & ſexcuplo tertij trianguli ſimul, ſunt æqualia aggregato ex vnitate & ſexcuplo quarti trianguli. verùm tale aggrauatum, per diffinitionem ipſius hexagoni, conſtituit ipſum hexagonum quintum. Ergo hexagonus quintus conſtruitur ex vnitate, ſexcuplo radicis quartę, & ſexcuplo tertij △li. quod eſt propoſitum.

1
6 {4—24, 6—36} 60 } 61



Omnis parte altera longior triplicatus & cum vnitate coniunctus, conficit hexagonum æquiangulum collateralem. Exempli gratia: Quintus parte altera longior eſt 20. huius triplum ſcilicet 60. cum vnitate efficit quintum, de quo loquimur, hexagonum ſcilicet 61. Nam per diffi. Hexagonus quintus conſtat ex vnitate & ſexcuplo 4i trianguli, ſcilicet 10. Quintus autem parte altera longior, per 8a huius, conſtat ex duobus quartis triangulis. Sequitur ergo, vt ſex quarti trianguli æqualeant tribus parte altera longioribus quinti loci: vtq; hexagonus quintus confletur ex tribus parte altera longioribus & ex vnitate: ſicut proponitur. 27

1, 3—20—60 } 61
6—10—60, 1 } 61

COROLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd omnis quadratus cum radice ſua coniunctus & inde triplicatus, ac mox cum vnitate poſitus, conficit hexagonum æquilaterum ſequentem. Nam per nonam huius, quadratus cum radice ſua æqualet parte altera longiori ſequenti. vnde corollarium conſtat ex præmiſſa.

In tribus numeris æquali exceſſu creſcentibus, congeries extremorum æqualis eſt duplo medij. Exempli gratia, tres numeri 3. 5. 7. binario creſcentes ſint. Aio quòd extremi ſcilicet 3. cum 7. faciunt duplum ipſius 5. Nam, quanto 3. minor eſt quàm 5. tanto 7. maior, quæ 5. per hypotheſim. Exceſſus itaque binarij reſarcit eiuſdem defectum; & perinde excedens cum deficiente, hoc eſt tertius cum primo faciunt duplum medij: quòd eſt propoſitum. 28

3, 10—2—5, 7 } 10

In tribus

29 *In tribus triangulis continuatis in ordine triangulorum, congeries extremorum vnitate excedit duplum medij.* Exempli gratia, tres capiantur continui trianguli, vtputa tertius, quartus, & quintus scilicet 6.10.15. Aio, quòd extremorum 6. & 15. vnitate superat duplum medij scilicet ipsius 10. Nam in his quartus $\triangle^{lo}$ sua radice excedit tertium, hoc est, quaternario: Quintus autem quartum quinario, sicut ratio diffinitionis postulat. Minuatur vnitas de quinto: & supereſt 14. fietque vt 6.10.14. æquali cremento procedant: scilicet quaternario crescentes. Quare, per præmissam 6. cum 14. duplum faciũt ipsius 10. Igitur 6. cum 15. vnitate duplum prædictum excedẽt. & similiter hoc ipsum in omnibus tribus continuatis $\triangle^{lis}$ ostendam: sicut demonstrandum proponitur.

21 { 6 / 10 / 15. 14.

PROPOSITIO 30ᵃ.

Omnis triangulus quadruplicatus & cum vnitate coniunctus, efficit aggregatum collateralis & sequentis quadratorum. Exempli gratia: triangulus 4ᵘˢ, scilicet 10. quadruplicatus cum vnitate facit 41. aggregatum scilicet quadratorum quarti & quinti. Applico enim $\triangle^{lo}$ proposito præcedentem $\triangle^{lũ}$ & sequentem, scilicet tertium & quintum sic 6.10.15. atque ita per 11ᵃ propositionem huius, constabit, quod quartus quadratus fiet ex congerie ipsorum 10. & 6. quarti & tertij triangulorum: Et similiter, quòd quintus quadratus fiet ex cumulo ipsorum 15. & 10. quinti & quarti $\triangle^{lorum}$ Quo fit, vt aggregatum talium quarti & quinti quadratorum, quod est 41. constet ex congerie $\triangle^{lorum}$ extremorum. & ex duplo medij: Sed per præcedentem, congeries extremorum æquiualet duplum medij & vnitatẽ. Igitur aggregatum ex quarto & quinto quadratis constabit ex quadruplo $\triangle^{li}$ medij & ex vnitate. Hoc est, ipse $\triangle^{lo}$ medius, quartus in hoc casu, scilicet 10. quadrupliciter cum vnitate conficiet aggregatum ex quarto, & quinto quadratis 25. scilicet & 16. sicut demonstrandum proponitur.

6 } 16
10 } 25 } 41
15

PROPOSITIO 31ᵃ.

Omnis quadratus cum præcedenti quadrato, & cum sibi collaterali parte altera longiori coniunctus, consummat hexagonũ æquiangulum sibi collateralem. Exempli gratia: Quadratus quintus est 25. quartus præcedens 16. parte altera longior quintus 20. Aio, quòd horum aggregatum consummat hexagonum æquiangulum quintum. Nam, per præmissam, aggregatum ex quinto & quarto quadratis, æquiualet quadruplo trianguli quarti cum vnitate iuncto. Per octa-

16 } 41
25 } 61
20—20

uam

uam autem huius, parte altera longior quintus æquiualet duplo trianguli quarti. Ergo aggregatum ex quinto & quarto quadratis, & ex parte altera longiori quinto, æquiualet sexcuplum trianguli quarti & vnitatem. verùm tale sexcuplum cum vnitate cõstituit hexagonum æquiangulum quintum, sicut eius diffinitio supponit: Igitur hexagonus æquilaterus quintus consummabitur ex aggregato quinti & quarti quadratorum, & quinti parte altera longioris: quod fuit ostendendum. Similiter in omni casu procedam propositum demonstrans.

PROPOSITIO. 32ª.

Omnis hexagonus tetragonicus cum præcedenti quadrato coniunctus complet hexagonum æquiangulum sibi collateralem.

Nam, nisi diffinitiones oblitus es, Hexagonus tetragonicus siue primi generis vocetur, constituitur ex quadrato collaterali, & ex duplo △li præcedentis: Exempli gratia hexagonus talis quinti loci, scilicet 45. fit ex quinto quadrato 25. & ex duplo trianguli quarti 10. Sed tale duplum, per octauã huius, est parte altera longior quintus scilicet 20. ergo hexagonus tetragonicus quintus æquiualet aggregatũ ex quinto quadrato, & quinto parte altera longiore. verùm per præmissam quintus quadratus, cum quarto quadrato & cum quinto parte altera longiore consummat hexagonum æquilaterum quintum. Igitur hexagonus tetragonicus quintus cum quadrato quarto conflabit hexagonum æquiangulum quintum: quod fuit demonstrandum. Et similiter in omni casu demonstrabo propositum.

45 { 10, 10 } 20; 25; 16 } 61

PROPOSITIO. 33ª.

Sunt plerique numeri quadrati, qui coniuncti quadratum numerum faciunt. Sumatur enim quilibet in ordine imparium quadratus: namque his cum præcedenti quadrato in ordine quadratorum sumpto cõiunctus, per 13ª huius, quadratum conficit. Exempli gratia. 9. quadratus, quintus in ordine imparium, cum quadrato quarto 16. conficit 25. quadratum quintum. Item 25. quadratus, tredecimus impar cum duodecimo quadrato scilicet 144. coniunctus, conficit 169. quadratum videlicet tredecimum. Idemque semper fit in oĩ quadrato impari. Constat ergo per 13ª veritas propositi. Et aliter sic: sumantur duo inæquales quadrati numeri, aut ambo pares, aut ambo impares, siue duo plani similes a b. & b c. qui cũ parem numerum faciant, iam totius a c. dimidius

9, 16 } 25

25, 144 } 169

par erit.

a	b	d	c
	9	5	17
		e	
		225	
		f	
		64	
		g	
		289	

par erit. Esto igitur ipse dimidius a d. qui iam excedit ipsum a b. numerum ipso b d. ducatur numerus a b. in ipsum b c. & fiat e. igitur quadratus numerus erit e. per primam noni elemẽtorum. Quandoquidem ex ductu quadratorum seu similium planorum fit. Sit deinde $\square^{tus}$ ipsius b d. ipse f. numerus. Ac denique ipsius a d. vel d c. quadratus ipse g. numerus. Sic enim, per quintam secundi elementorum ad numeros redactam, constabit quòd ipsorum, e f. quadratorum aggregatum est æquale ipsi g. quadrato. Cõstat ergo rursus propositũ.

PROPOSITIO 34ª.

Omnis pyramis triangula cum præcedenti pyramide triangula coniuncta, construit pyramidem quadratam sibi collateralem. Nam facilitatis gratia, capiatur pyramis quinta constans per diff. ex quinque triangulis. 1. 3. 6. 10. 15. & pyramis quarta cõstans ex 4^{or} triangulis. 1. 3. 6. 10. Aio, quòd horũ aggregatum facit pyramidem $\square^{tã}$ quinta. Nam per 11ª huius, secundus triangulus ab vnitate scilicet 3. cum vnitate facit $2^{\tilde{u}}$ quadratum scilicet 4. Item 2^{9} & 3^{9} trianguli, scilicet 3. & 6. faciunt $3^{\tilde{u}}$ $\square^{t\tilde{u}}$ scilicet 9. Item 3^{9} & 4^{9} $\triangle^{li}$ scilicet 6. & 10. faciunt $4^{\tilde{u}}$ $\square^{t\tilde{u}}$ scilicet 16. Adhuc 4^{9} & 5^{9} triãguli 10. scilicet & 15. faciũt quintum quadratum 25. igitur vnitas, & aggregata talium quadratorum consumant quinque per ordinem ab vnitate quadratos: & ideo, per diffin. construunt ipsam $\square^{ti}$ quintam pyramidem: idemque similiter, in omni exemplo, cuiuslibet pyramidis $\triangle^{li}$ & præcedenti demonstrabo, per 11ª huius arguendo toties, quoties combinãtur $\triangle^{li}$. Quare pyramis quinta $\triangle^{la}$ scilicet 35. cum præcedenti pyramide $\triangle^{la}$ scilicet 20. construũt 55. pyramidem $\square^{ti}$ quintã. Quod est propositum.

	1 ..	1
1—	3 ..	4
3—	6 ..	9
10—	15 ..	16
10—	15 ..	25
20.	35.	55

PROPOSITIO 35ª.

Omnis pyramis pentagona constituitur ex pyramide triangula collaterali, & ex duplo præcedentis. Cum per diff. Pentagona pyramis construatur ex pentagonis ab vnitate per ordinẽ aggregatis: iã, exẽpli gr̃a, quinta pyramis pentagona constabit ex vnitate, & quatuor sequentibus pentagonis superficialibus. Quatuor aũt tales pentagoni, per diffin. fiũt ex coniunctione quatuor collateralium quadratorum, & quatuor præcedentium $\triangle^{lorũ}$ singuli singulorum. Quadrati quoque tales 4^{or} per 11ª huius constãt ex coniunctione quatuor collateralium $\triangle^{lorũ}$ & totidem præcedentium $\triangle^{lorũ}$. igitur quinta pyramis pentagona constabit ex aggregatione vnitatis quatuor sequentium triangulorum, duplici totidem præcedentiũ triangulorum,

		1—	1
1.	1.	3—	5
3.	3.	6—	12
6.	6.	10—	22
10.	10.	15—	35
20.	20.	35—	75

gulorum. Sed per diffi. vnitas, & quatuor ſequentes Δ^{li} faciũt pyramidem Δ^{la} quintam: & quatuor pręcedentes Δ^{li} faciunt Δ^{la} pyramidem quartam. Ergo quinta pyramis pentagona conſtruetur ex aggregatione pyramidis Δ^{lae} quintæ, duploque 4ᵃᵉ. Quod eſt propoſitum. Similis eſt cæterorum locorum demonſtratio.

PROPOSITIO 36ᵃ.

Omnis pyramis pentagona conflatur ex pyramide quadrata collaterali, & ex pyramide Δ^{la} præcedenti. Nam, cum exempli gratia, pyramis pentagona 5ᵃ per pręcedentem, æquiualet aggregato ex quinta Δ^{la} pyramide, & ex duplo pyramidis Δ^{lae} quartæ: & per ante præmiſſam, pyramidis Δ^{lae} quintæ, & pyramidis triangulæ quartæ cumulus conſtruat pyramidem quadratam 5ᵃ, ſequitur vt cõgeries pyramidis quadratę, quintę cum pyramide triangula quarta conficiat pyramidem pentagonam 5ᵃ. & ſimili argumento omnis pyramis pentagona fiet ex pyramide □ᵗᵃ collaterali, & ex pyramide quadrangula præcedentis, ſicut proponitur.

75 { 20, 20 } 55; 35

pyr. pẽtag. 5. { 4. pyr. Δ^{la}; 4. pyr. Δ^{la}; 5. pyra. triang. } 5. pyram. triãg.

PROPOSITIO. 37ᵃ.

Omnis pyramis hexagona tetragonica constituitur ex pyramide pentagona collaterali, & ex pyramide triangula præcedenti. Exempli gratia, oſtendam ꝙ pyramidis hexagona quinta æqualet aggregato duarum pyramidum, ſcilicet pentagonæ collateralis, & triangulæ quartæ: ſic per diffin. pyramidis hexagona quinta coaleſcit ex vnitate & ex quatuor hexagonis ſuperficialibus ſequentibus: tales autem hexagoni, per diff. ſinguli ex quatuor pentagonis collateralibus, & ex totidem præcedentibus triangulis. Cumque vnitas & quatuor pentagoni ſequentes, per differen. faciant quintam pyramidem pentagonam: quatuorque trianguli præcedentes conficiant quartam pyramidem triangulum: Iam, pyramis hexagona quinta, ſcilicet 95. conflabitur ex Pyramide pentagona quinta ſcilicet 75. & ex pyramide triangula quarta, ſcilicet 20. & ſimiliter per aliis locis accommodabitur demonſtratio propoſiti.

	1 ——	1
1.	5 ——	6
3.	12 ——	15
6.	22 ——	28
10.	35 ——	45
20.	75.	95.

PROPOSITIO 38ᵃ.

Omnis pyramis hexagona tetragonica conſtat ex pyramide triangula præcedenti, & inſuper ex iis, ex quibus pentagona pyramis collateralis cõſtare oſtenſa eſt. Cũ enim, per præcedẽtem, pyramidis hexagona, exempli gratia, quinti loci cõſtet ex Δ^{la} pyramide 4ᵃ & ex pyramide pentagona q̃nta, & pẽtagona

pyramides

35 pyramidis quinta, per 35^{a} conſtet ex pyramide triangula
20 quinta, & ex duplo pyramidis triãgulæ quartæ. Iam ſequitur
95 20 vt pyramidis hexagona quinta conſtet ex pyramide triangula
20 quinta, & ex triplo pyramidis triangulę $4^{æ}$. Et ſimiliter, cum
per ante præmiſſam pyramis pentagona 5^{a} conſtetur ex py-
55 ramide □^{ta} quinta, & ex pyramide triangula quarta: & per
95 20 præmiſſam pyramis hexagona 5^{a} ſuperaddat pyramidi pen-
20 tagonæ $5^{æ}$ pyramidem triangulam quartam: non minus ſe-
quitur vt pyr^{is} hexagona quinta æquiualeat aggregatum ex
pyr^{de} quadrata quinta, duploq; triãgulæ pyramidis quartæ:
ſicut præſens propoſitio concludit.

PROPOSITIO. 39ª.

Omnis pyramis hexagona æquiangula conſtat ex radice collaterali, tanquàm axe, & ex pyramidis triangulæ præcedentis ſexcuplo. Hæc propoſitio facillime demonſtratur ea ipſius
1. pyramidis hexagonæ, & hexagoni ſui diffinitionibus. Exẽpli
1. 6. 1.7. gratia, pyr^{is} hexagona æquiangula 5^{i} loci, ſcilicet 125. per
6 3. 18.1.19. diff. conſtat ex vnitate & ex quatuor ſequentibus hexagonis
6. 36.1.37. æquiangulis. tales autem hexagoni per diff. ſinguli conſtant
10.60.1.61. ex ſingulis vnitatibus & ex præcedentibus △^{lis} ſingulis ſexcu-
plicatis. Verùm ſinguli tales △^{li} (qui ſunt quatuor ab vni-
125. tate, conſtruunt, per diff. pyramidem triangulam 4^{a}. & perinde ſexcuplicati conſtruunt ſexcuplum pyramidis triangulæ quartæ. Igitur dicta pyramis hexagona 5^{a} conſtabit ex quinque vnitatibus, 5^{a} ſcilicet radice, & ex pyramidis triangulæ quartæ ſexcuplo: eſtque talis radix quaſi axis ipſius pyramidis conſtans ex vnitate verticali, ac quatuor vnitatibus centralibus hexagonorum pyramidem ipſam integrantium. Et ſimiliter per quotcunque pyramide, ſicut pro 5^{a} factum eſt, ratiocinari poſſumus ad demonſtrationem propoſiti.

PROPOSITIO. 40ª.

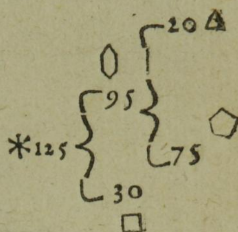
Omnis pyramis hexagona æquiangula conſtruitur ex aggregato pyramidis hexagonæ tetragonicæ collateralis & præcedentis pyramidis quadratæ. Exempli gratia: pyramis hexagona
1—1
1. 6—7 æquiangula 5^{i} loci fiet ex congerie pyramidis hexagone te-
4. 15—19 tragonicæ $5^{æ}$, & pyramidis □^{ce} quartæ. Nã per diffi. pyramis
9. 28—37 hexagona æquiangula 5ª conſtat ex vnitate & ex 4^{or} ſequen-
16.45—61 tibus hexagonis æquiangulis. Tales autem 4^{or} hexagoni ſin-
30.95—125 guli, per 32ª huius propoſitionem, conſtat ex ſinguls hexagonis tetragonicis collateralibus, & ex ſingulis quatuor præcedentibus quadratis. Verùm vnitas cum quatuor dictis

hexagonis

hexagonis tetragonicis conſtruunt, per diffi. pyramidem hexagonam tetragonicam quintam: & dicti quatuor quadrati ab vnitate, conſtituunt pyramidem quadratam quartam. Igitur pyramis hexagona æquiangula quinta cõſtabitur ex pyramide hexagona tetragonica quinta, & ex pyramide quadrata quarta: quod erat demonſtrandum. Similiter per 32ª & diffinitiones in cæteris locis, verificatur propoſitum.

PROPOSITIO 41ª.

Omnis pyramis hexagona æquiangula æqualis eſt aggregato trium pyramidum, ſcilicet pentagonæ collateralis, ac triangulæ & quadratæ præcedentium. Exempli gratia, dico quòd pyramis hexagona æquiangula quinti loci. ſ. 125. æquiualet tres pyramides. ſ. pentagonam quintam 75. vnà cum triangula quarta, ſcilicet 20. & quadrata quarta, ſcilicet 30. Nam per præcedentem, pyramis hexagona æquiangula quinta æquiualet duas pyramides, ſcilicet hexagonam tetragonicam collateralem 95. & quadratam quartam, ſcilicet 30. Per 37ª autem propoſitionem huius, hexagona tetragonica quinta æquiualet duas, ſcilicet pentagonam quintam & triangulam quartam pyramides, ſcilicet 75. & 20. Igitur hexagona æquiangula quinta æquiualebit tres, ſcilicet pentagonam quintam, triangulam quartam, & quadratam quartam, ſicut fuit demonſtrandum: & eodem ſyllogiſmo in omni caſu conſtabit ſemper propoſitum.



PROPOSITIO 42ª.

Omnis columna quadrata, ſiue cubus, componitur ex duabus columnis triangulis, ſcilicet collaterali & præcedenti, & ex præcedenti triangulo. Exempli cauſa, dico, quòd cubus quintus ſcilicet 125. componitur ex duabus columnis triangulis, ſcilicet quinta 75. & quarta, ſcilicet 40. & ex triangulo quarto, ſcilicet 10. Nam, per diff. cubus talis conficitur ex quinque quadratis quintis: tales autem quadrati, per vndecimam huius, conſtant ex quinque triangulis quintis & ex totidem quartis. Verùm quinque trianguli quinti, per diff. faciunt columnam triangulam quintam: quinque autem trianguli quarti, faciunt columnam triangulam quartam & vnum triangulum quartum. Igitur cubus aſſumptus quinti loci æquiualebit aggregatum duarum pyramidum triangularum quintæ & quartę, & trianguli quarti: ſicut demonſtrandum fuit. Et ſimili argumento, quod pro quinto loco, pro quocunque alio procedam ad confirmandum propoſitum.

10—10.15—25
10.15—25
10.15—25
10.15—25
10.15—25
10. 40. 75—125

PROPOSITIO 43.

10——25—35 *Omnis columna pentagona construitur ex duabus columnis,*
10.25—35 *scilicet quadrata collaterali, triangula præcedenti, & ex triangulo*
10.25—35 *præcedenti.* Exempli gratia, columna pentagona quinta 175.
10.25—35 aio, quòd conficitur ex duabus columnis, scilicet quadrata
10.25—35 quinta 125. & triangula quarta, scilicet 40. & ex triangulo
10.40 125—175 quarto, scilicet 10. Nam per diff. columna pentagona quinta coaceruatur ex quinque pentagonis quintis. Talesque pentagoni, per diffin. ex quinque quadratis quintis, totidemque triangulis quartis. Cumque quinque quadrati quinti conficiant, per diffin. columnam quadratam, siue cubum quintum: atque, cùm quinque trianguli quarti æquiualeant columnam triangulam quartam, & triangulum quartum; iam planè sequitur, vt columna pentagona quinta æquiualeat cubum quintum, columnam triangulam quartam, & triangulum quartum. Neque aliud fuit demonstrandum. Sed argumentatio pro quinto loco facta, similiter ad aliud quemuis accommodabitur, sicut propositio concludit. Potes autem hìc, pro cubo, substituere ea, quibus per præcedentem æquiualet cubus. Sic enim columna pentagona æquiualebit triangulam columnam collateralem, duplum columnæ triangulæ quartæ, duplumque trianguli quarti.

175 { 125 { 75, 40, 10 }, 40, 10 }

PROPOSITIO 44.

Omnis columna hexagona tetragonica constituitur ex collaterali columna pentagona, exque præcedenti columna triangula vnà cum præcedenti triangulo. Exempli gratia, columna hexagona
10——35—45 tetragonica quinta, scilicet 225. conficitur ex quinta columna
10.35—45 pentagona scilicet 175. & ex quarta columna triangula, scili-
10.35—45 cet 40. vnà cum quarto triangulo, scilicet 10. Nam, per
10.35—45 diffin. columna hexagona tetragonica quinti loci, coalescit ex
10.35—45 quinque hexagonis tetragonicis. Tales autem hexagoni con-
10. 40 175—225 stant per diffin. ex quinque pentagonis eiusdem loci, & ex totidem triangulis loci quarti. Porrò quinque pentagoni quinti conficiunt per diff. columnam pentagonam quintam. Et quinque trianguli quarti æquiualent columnæ triangulæ quartæ & triangulo. Igitur columna hexagona tetragonica quinta perficitur ex columna pentagona quinta, & ex columna triangula quarta. & ex triangulo quarto: quod erat ostendendum, vtque pro quinto factum sic pro cæteris locis prioribus, vel posterioribus argumentare, ad demonstrandum propositum. Et pro pentagona columna substituere potes ea,

quæ

quæ per præmissam pentagonæ æquiualent. Sic concludes, columnam hexagonam tetragonicam æquiualere aggregatum columnæ quadratæ collateralis, dupli columnæ triangulæ quartæ, dupliq; trianguli quarti.

225 { 17 { 125, 40, 10 }, 40, 10 }

PROPOSITIO 45.

Omnis columna hexagona æquiangula æquiualet aggregato ex columna hexagona tetragonica collaterali, & ex cubo, quadratoq; præcedentibus. Exempli gratia, columna hexagona æquiangula quinti loci scilicet 305. æquiualet aggregato ex columna hexagona tetragonica quinta, scilicet 225. & ex cubo quarto, scilicet 64. quadratoque quarto, scilicet 16. Nam, per diffi. columna hexagona æquiangula quinta constat ex quinque hexagonis æquiangulis. Tales autem hexagoni componuntur, per 32ª. huius, singuli ex coniunctione singulorum hexagonorum tetragonicorum eiusdem quinti loci, & totidemque quadratorum quarti loci. Sed quinque quadrati in quarto loco valent cubum quartum, & quadratum eiusdem loci simul. Et quinque hexagoni tetragonici ex quinto loco faciunt, per diffin. columnam tetragonicam quintam. Igitur columna hexagona æquiangula quinta, valet aggregatum columnæ hexagonæ tetragonicæ quintæ, cubi quarti, & eiusdem quadrati: quod ostendendum fuit. Quæ demonstratio, sicut quinto loco, ita & alijs accommodatur, ad confirmandam propositi veritatem.

16 — 45 — 61
16.45 — 61
16.45 — 61
16.45 — 61
16.45 — 61
16. 64. 225. 305.

COROLLARIVM.

Et pro columna hexagona tetragonica, substituere potes quicquid in præmissis, tali columnæ ostensum est æquiualere. Sic concludere possum, quòd columna hexagona æquiangula æquiualet columnam pentagonam collateralem, columnam triangulam cum suo triangulo, & cubum cum suo quadrato præcedentes. cæteras æquipollentias omitto, ne pluribus, quàm decet, negocium agam.

305 { 225 { 125, 40, 10 }, 64, 16 }

PROPOSITIO 46.

Omnis columna hexagona æquiangula coagmentatur ex radice collaterali tanquàm axe, & ex congerie præcedentis triangulæ columnæ, suiq; trianguli sexcuplicata. Nam, per diff. talis columna cõstruitur ex hexagonis æquiangulis; hexagoni autẽ ex cẽtralibus vnitatibus, & sexcuplo triãguli præcedẽtis. Exẽpli grã, colũna hexagona æquiãgula quĩta 305. p diff. cõstruitur ex quĩq; hexagonis æquiãgulis, hoc ẽ, quĩcuplo ipsi⁹ 61. quĩti loci.

6 { 10. 60. 1 — 61
10. 60. 1 — 61
10. 60. 1 — 61
10. 60. 1 — 61
10. 60. 1 — 61 }
305.

Tales autem hexagoni quinque per diffi. coagmẽtãtur ex vnitatib. ſingulis. ſ. 5. qui eſt quinta radix: & ex triãguli quarti 10. ſexcuplo. ſinguli. Sed quinque talia ſexcupla triangulorum, faciunt, per diff. ſex columnas triangulas quartas, ſexque ſuos triangulos. Igitur columna hexagona æquiãgula quinta ſurgit ex coagmẽtatione 5^e radicis, tanq̃ axis: & ex columnis quarti loci, ſex, cum totidem earũ triãgulis, ſicut fuit demonſtrãdum. Et aſſumpti loci argumentum accommodabitur ad quemuis locum aſſignatum: ſicut concludit propoſitio.

PROPOSITIO 47^a.

Omnis columna triangula æqualis eſt aggregato duarum pyramidum, ſcilicet quadratæ collateralis, & triangulæ præcedentis. Exempli gratia, quinta colũna triangula ſcilicet 75. dico, quòd æquiualet aggregato pyramidis quadratę quintę, ſcilicet 55. & pyramidis triangulę 4^a. ſ. 20. Intelligam enim quinque triangulos quinti loci, ſingulos ſic diſtinctos, vt formationis diffi. poſtulat. 1.2.3.4.5. qui iam per diffi. conſtituũt 5^a columnam triangulam. ex horum ſecũdo excipio vnitatem: ex tertio 1.2. ex quarto 1.2.3. ex poſtremo 1.2.3.4. qui ſunt quatuor trianguli ab vnitate diſpoſiti, & per diffi. integrantes quartam pyramidem triangulam. ſic relinquitur vnitas, duo binarij, tres ternarij, quatuor quaternarij, & quinque quinarij, hoc eſt quicunque quadrati ſeriatim ab vnitate diſpoſiti, & per diffin. conſtruentes quintam pyramidem quadratam. Itaque totum aggregatum ex quinque totalibus triangulis, hoc ex 15. quinquies ſumpto, ipſa videlicet quinti loci triangula columna ęquiualet cumulo pyramidis quadratæ quintæ, ac pyramidis triangulæ quartæ: quod fuit oſtendendum. Similis eſt cuiuslibet alterius loci argumentatio ad veritatem propoſiti.

1 . 1 . 1 . 1 . 1
2 . 2 . 2 . 2 . 2
3 . 3 . 3 . 3 . 3
4 . 4 . 4 . 4 . 4
5 . 5 . 5 . 5 . 5

75 col. $\triangle^{la}$ 5^a { 55. pyr. $\square^{ta}$. 5^a ; 20. pyr. $\triangle^{la}$. 4^a }

PROPOSITIO 48^a.

Omnis columna triangula æqualis eſt aggregato trium pyramidum triangularum, ſcilicet vnius collateralis, & duarũ præcedentium. Exempli gratia, dico, quòd columna triãgula quinta. ſ. 75. æquiualet aggregato trium pyramidũ triangularum. ſ. quintæ, & duplo quartæ. Nam, per præcedentem, columna triangula quinta æquiualet pyramidem quadratã quintã & pyramidem triãgulam 4^a. Sed per 34ª huius, pyramidis quadrata 5ª æquiualet pyramidem triangulã quintã, & pyramidem triangulã 4. Igr̃ columna $\triangle^{la}$ 5ª valebit pyramidẽ triangulã quintã, & duas pyr^{des} $\triangle^{las}$ 4as. quod fuit demõſtrãdũ. Qui ſyllogiſmus ſicut hic quinto loco, ita & vbiuis inſeruiet. ſicut propoſitio cõcludit.

$\square^{ta}$. 5^a

75 col. $\triangle^{la}$ 5^a { 55 { 35 $\triangle^{la}$. 5^a ; 20 $\triangle^{la}$. 4^a } ; 20 $\triangle^{la}$ 4^a }

PRO-

PROPOSITIO 49ª.

Omnis columna triangula æqualis est pyramidi pentagoni collaterali Exempli gratia, columna triangula quinta est 75. quem numerum dico esse pyramidem pẽtagonam quintam. Nam per antepræmissam, columna triangula quinta valet pyramidem quadratam 5ª, & pyramidẽ Δli quartam. & per 36ª tales duę pyramides conficiunt pyramidem pentagonam 5ª. quamobrem pyramis pẽtagona quinta valebit columnam Δlã 5ª. quod fuit demonstrandum. Eodemq́ue argumento vtar pro alio quouis loco, sicut propositio sentit.

pyr.Δla 4ª.
col.Δla 75 { 20, 55 } 75. pyr. ⬠. 5ª
5ª
pyr.□ta 5ª

PROPOSITIO 50ª.

Omnis columna triangula, cum duplo sui trianguli, æquiualet triplo pyramidis triãgulæ collateralis. Exẽpli gratia, columna Δla quinta 75. vnà cum duplo sui trianguli. s. cum 30. dico ꝙ æquiualet triplum Δlæ pyramidis quintæ. s. 35. Nam, per ante præmissam, columna Δla quinta valet tres pyramides triangulas. s. 5ª. & duas quartas. Apponantur vtrobique duo trianguli quinti, & fient columna 5ª, cum duobus triangulis 5is simul accepta æqualis tribus pyramidibus triangulis. s. 5æ, duabus quartis, vnà cum duobus triangulis quintis: sed duæ pyramides 4æ cum duobus Δlis quintis, faciunt per diff. duas pyramides 5as. Igitur columna triangula 5ª cum duobus triangulis 5is valebit tres pyramides triangulas quintas. quod fuit demonstrandum. Quæ argumentatio ad omnem alium locum accõmodari potest, sicut propositio concludit.

75 { 35, 20, 15 } 35
15
15 { 20, 15 } 35

cub9 5ª 125 { col.triãgula 5ª. 75; col.triãgula 4ª. 40; triangulus 4ª. 10 }

PROPOSITIO 51ª.

Omnis cubus æqualis est pyramidi hexagonæ æquiangulæ collaterali. Exempli gratia, cubus quintus scilicet 125. qui & idem numerus est pyramis hexagona æquiangula quinta. Quod sic ostendam. Cubus 5ª, per 42ª æqualis est aggregato columnarum Δlarũ quintæ & 4æ, necnon & trianguli quarti. At per 41ª pyramis hexagona æquiangula quinta æqualis est aggregato pyramidis pentagonæ quintæ: pyrdis □tæ quartæ, & pyramidis triangulæ 4æ. Demonstrandum est igr̃ nobis, quòd hæc duo prædicta aggregata sunt inter se æqualia: sic enim per communem animi conceptum sequetur, vt cubus & pyris hexagona æquiangula 5ª loci, sint inuicem æquales. Auferatur ab illo quidem aggregato columna triangula 5ª: ab hoc vero aggregato pyris pentagona 5ª iampridẽ per ante præmissam æquales: Et demonstrandũ erit, quòd duo residua inde. s. aggregatum columnæ triangulæ quartæ & Δli quarti;

Pyr.hexag. æqãgula 5. 125 { Pyr.⬠na. 5ª. 75; Pyr.□ta 4ª. 30; Pyr.Δla 4ª. 20 }

Col triãg quarta. 40 — pyr.⬠na. 4ª 40 { pyr.□ta 4ª. 30; pyr.Δla 3ª 10 }

hinc autem aggregatum pyramidis □^{tæ} 4^{æ}, & pyramidis triangulæ quartæ, ſunt inuicem æqualia: quòd ſic patet. Per antepræmiſſam rurſus, columna triangula quarta, æqualis eſt pyramidi pentagonæ quartæ: pyramis autem pentagona quarta, per 36^{i}, æqualis eſt pyramidi quadratæ quartæ, & pyr^{di} triangulæ tertiæ. Quamobrem, columna triangula 4^{a}, vnà cum △^{lo} quarto, æqualis erit cumulo trium, ſcilicet pyramidis □^{tæ} quartæ, pyramidis triangulæ tertiæ & trianguli 4^{i}. Oſtendendum eſt igitur, quòd dictus cumulus æqualis eſt aggregato pyramidis quadratæ 4^{æ} & pyramidis triangulæ 4^{æ}. Auferatur vtrinque, ſcilicet tam ab illo cumulo, quàm ab hoc aggregato pyramis quadrata 4^{a}. & demonſtrandum ſupererit, quòd pyramis triangula tertia vnà cum △^{lo} quarto æqualis eſt pyramidi triangulæ 4^{æ}: quòd tandem conſtat per diffin. ipſius pyr^{dis} triangulæ: quippe quæ aſſumpto ſemper ſequenti triangulo procreat ſequentem pyramidem. Qua argumentatione, ſicut in quinto, ita & in quolibet alio præcedenti vel ſequenti loco, ſemper conſtabit propoſitum.

△^{li} 4^{i}
10 —— △^{li} 4^{i} — 10.

Pyr. □. 4ta — pyr. □. 4ta
30. 30.

Pyr. △^{la} 3^{a} 10, △^{li} 4^{i} 10 } pyr. △^{la} 4^{a} 20.

COROLLARIVM.

QVONIAM igitur ſinguli cubi ab vnitate ordinati ſunt ſingulis pyramidibus hexagonis æquilateris ab vnitate diſpoſitis, collateralibus æquales; propterea manifeſtum eſt, quod cuborum differentiæ ſunt pyramidum prædictarum differentijs ſingulæ ſingulis æquales, hoc eſt, ipſis hexagonis æquiangulis. Ac, ſicut ex talium hexagonorum ad vnitatem ſucceſſiua coaceruatione pyramides prædictæ per ordinem conſtruuntur, ita & cubi procreantur. Suntque ipſi hexagoni cuborum gnomones ab vnitate continuati.

1, 7 } 8; 8, 19 } 27; 27, 37 } 64; 64, 61 } 125

PROPOSITIO 52^{a}.

Omnis cubus cum ſequenti hexagono æquiangulo coniunctus conſtituit cubum ſequentem. Hæc propoſitio cōſtat ex præcedenti corollario. Sed & aliter hic ipſam demonſtrabo. Diſponantur numeri ſic: vnitas 4. & 5. Item horum quadrati 16. & 25. & parte altera longior ex 4. in 5. factus ſcilicet 20. Item eorum cubi 64. & 125. deinde ex 4. in 20. fiat 80. & ex 5. in 20. fiat 100. Quibus diſpoſitis cùm 64. ſit cubus quaternarij, atq; 125. cubus quinarij, oſtēdēdum eſt, ꝙ 64. 4^{s} cubus cum 5° hexagono æquiangulo coniunctus conſtat cubum 5^{ū} 125. quòd ſic patet: Qm̄, per 9^{i} huius 4. eſt differentia ipſorum 16. & 20. per 10ª huius 5. eſt differētia ipſorum 20. & 25. atq; pſe 4. multiplicans ipſos 16. & 20. facit ipſos 64. & 80.

1
4 . 5
16 . 20 . 25
64 . 80 . 100 . 125

Itemq;

Itemque ipſe 5. multiplicans ipſos 20. & 25. facit ipſos 100. & 125. propterea neceſſe eſt, vt differentia ipſorum 64. & 80. ſit ipſe 16. vtque differentia ipſorum 80. & 100. ſit ipſe 20. vtque differentia ipſorum 100. & 125. ſit ipſe 25. quoniam differentia productorum producitur ex multiplicãte in differentiam multiplicatorum. Igitur differentia ipſorum cuborum 64. & 125. conſtabit ex congerie trium numerorum 16. 20. & 25. qui quidem ſunt in hoc exẽplo, quadratus quintus, parte altera longior quintus & quadratus 4^{9}: qui cum, per 31ª huius, faciant ſimul acceptæ hexagonum æquiangulum quintum: ſequitur, vt talis hexagonus ſit differentia dictorum cuborum: hoc eſt, vt cubus quartus 64. cum dicto hexagono quinto ſcilicet 61. coniunctus conſtituat cubum quintum 125. quod demonſtrandum in hoc exemplo aſſumpſimus: ſimiliter in omni alio caſu id idem demonſtraturi: ſicut proponitur.

COROLLARIVM.

Hinc ergo rurſus manifeſtum eſt, quòd ſicut hexagoni æquilateri ab vnitate continuati, pyramides hexagonas æquiangulas, ita & cubos ordinatim coaceruant.

Propositio 53^{a}.

Omnis parte altera longior, quadruplicatus cum vnitate, conficit quadratum collateralis imparis. Nam parte altera longior, per nonam huius, cõſtat ex præcedenti quadrato, ſuaq; radice. Igitur quadruplicatus facit quadruplũ talis quadrati (quod quadruplum eſt numerus quadratus) & quadruplum prædictæ radicis, hoc eſt, duplum radicis huic quadrato debitę. Itaque parte altera longior quadruplicatus cum vnitate, efficit congeriem ex quadrato quodam, duploq; ſuæ radicis atque vnitate confectam. Sed, per 14^{a} huius, talis congeries eſt quadratus ſequens: Igitur parte altera longior quadruplicatus cum vnitate facit quadratum: qui cùm impar ſit, propter vnitatis additionem, erit omnino & radix eius impar. Qui ſcilicet conſtat ex præcedenti radice duplicata cum vnitate, & per inde eſt impar ipſius parte altera longioris collateralis. Exempli gratia: numerus 30. parte altera longior ſexti loci quadruplicatus cum vnitate facit 121. quadratum vndenarij ſexti imparis. Nam 30. per nonam conſtat ex præcedenti quadrato 25. ſcilicet quinto, & ex quinta radice 5. quadruplum autem ipſius 25. eſt 100. quadratus paris in ſexto loco. Quadruplum verò, eius radicis ſcilicet 5. eſt duplum

4 { 25 —— 100
5 —— 20
1
11 — 11 —— 121

plũ radicis ipsius 100. Igr̃ quadruplum totius 30. est aggregatum ipsius 100. duploq; suæ radicis: qđ cũ vnitate, facit per 14ª, □ᵗᵘ sequentẽ. s. 11. radicis, qui est impar sexti loci. Quod est demonstrãdum. Similiter, ꝙ pro sexto loco syllogizamus, vbi vis accommodabis. sicut proponitur. PROPOS. 54ª.

4—30—120
1
8—15—120
1
121

Omnis triangulus octuplicatus cum vnitate, conficit sequentis imparis quadratum. Exempli gratia, 15. 5⁹ Δˡⁱ octuplicatus facit 120. qui cum vnitate facit 121. □ᵗᵘ sexti imparis. s. 11. Nam per 8ª huius, 5⁹ triangulus duplicatus facit 30. sextum parte altera longiorem. Sed, per præcedentem, 6⁹ parte altera longior quadruplicatus cum vnitate, conficit □ᵗᵘ 6ⁱ imparis 11. Igitur & triangulus 5⁹ 15. octuplicatus cum vnitate faciet eundem □ᵗᵘ sexti imparis 11. quod erat demonstrandum. Quæ demonstratio & alijs locis inseruiet. sicut proponitur.

PROPOSITIO 55ª.

5 { 20——100
5 { 5———25
cubus quintus 125

Quod fit ex radice in parte altera longiore collaterali cum quadrato collaterali coniunctum, conflat cubum collateralem. Exempli gr̃a: quinta radix 5. ducta in 5ª parte altera longiorem. s. 20. facit 100. hoc autẽ iũctum cum quinto □ᵗᵒ 25. facit 125. quintum cubum. Nam per diffin. 5. in se ductus, facit suum quadratum 25. quinti loci: & idem 5. cũ quinto parte altera longiori 20. per decimam huius, facit 25. quadratum 5ᵘ. Sed per primam secũdi Elementoꝝ ad nũos relatam, qđ fit ex 5. in se, qđq; ex quinq; in 20. est ęquale simul ei, quod fit ex 5. in aggregatum ex 5. & 20. qui quadratus est ipsius 5. Igitur □ ipsius quinq; cum producto ex 5. in 20. parte altera longiori quinto, simul sunt æqualia ei, quod fit ex 5. in suum □ᵗᵘ 25. hoc est cubo ipsius quinarij: qđ fuit demonstrandum. vtq; in loco quinto, similiter & alibi constabit propositum.

PROPOSITIO 56ª.

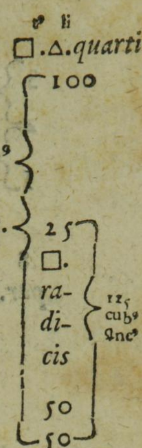
5 { 10 { 50
5 { 10 { 50
5 — 25
125

Quod fit ex radice in triangulum præcedentem duplicatum, & cum quadrato radicis coniunctum, conflat cubum radicis. Exempli gratia, quod fit ex 5. radice quinta in 10. triangulũ 4ᵘ. s. 50. duplicatum est 100. hoc cum 25. quadrato radicis, conflat 125. cubum radicis. Nam, per 8ª huius 10. triangulus 4⁹ duplicatus facit 20. parte altera lõgiorem 5ᵘ: quare productũ ex 5. in 10. s. 50. est dimidium producti ex 5. in 20. & ideo 50. duplicatum facit productum ex 5. in 20. Sed per præcedentem, productum ex 5. in 20. cum □ᵗᵒ ipsius 5. facit cubum ipsius 5. Igitur & 50. duplicatum, hoc est, 100. cum □ᵗᵒ ipsi⁹ 5. facit cubũ eũdẽ 5ᵉ radicis. s. 125. quod est ꝓpositũ.

PRO-

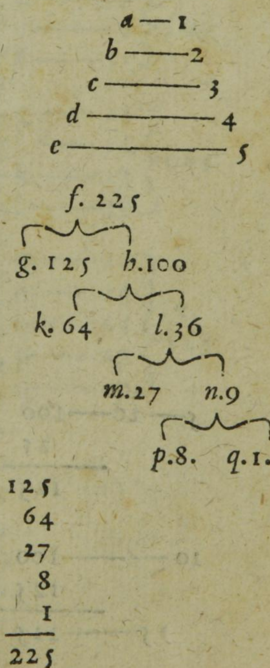
PROPOSITIO 57ª.

Omnis cubus cum trianguli præcedentis quadrato cõiunctus, efficit quadratum trianguli collateralis. Exempli gratia, cubus quintus 125. cum quadrato trianguli quarti 10. hoc est cum 100. coniunctus, efficit 225. quadrati scilicet trianguli quinti 15. Quod sic ostenditur. Radix quinta 5. cũ triangulo quarto 10. per diffinitionem, conficit triangulum quintũ 15. quare, per quartam secundi Elementorum ad numeros redactam, duo quadrata scilicet dictæ radicis, & dicti triãguli quæ sunt 25. & 100. vnà cum duplo eius, quod ex radice fit in triangulum, hoc est duplo ipsius 50. conficiunt quadratum trianguli quinti, scilicet 225. Sed, per præcedentem, tale duplum vnà cum quadrato talis radicis, hoc est 100 cum 25. facit cubum ipsius radicis. Igitur cubus ipse quintus cũ quadrato trianguli quarti, hoc est 125. cum 100. simul efficient quadratum trianguli quinti, scilicet 225. Quod fuit ostendendũ. Quæ argumentatio à quinto ad alios locos transferetur, ad probandum propositum.



PROPOSITIO 58ª.

Omnis trianguli quadratus, æqualis est aggregato cuborum ab vnitate vsque ad cubum triangulo collateralem inclusiuè sumptorum. Sit, exempli gratia, triangulus numerus quintus, qui, per diffinitionem ex vnitate a. & sequentibus per ordinẽ radicibus b c d e. simul iũctis coaceruatur: cuius quadratus sit f. Aio, quòd f. æqualis est aggregato cuborum ab ipsis a b c d e. radicibus singulis factorum. Quod sic demõstratur. Sit g. cubus ipsius radicis e. sitque h. quadratus totius a b c d. hoc est trianguli quarti. Eritque, per præcedentem, ipse f. æqualis ipsis g h. simul sumptis. Rursum, sit k. cubus ipsius d. sitque l. quadratus totius a b c. hoc est triãguli tertij: eritq; per præmissam, h. æqualis ipsis k l. simul. Item, sit m. cubus ipsius b. sitq; n. quadratus totius a b. hoc est trianguli secũdi. eritque similiter l. ęqualis ipsis m n. pariter sumptis. Demum sit p. cubus ipsius b. sitque q. hoc est vnitas, quadratus ipsius a. vnitatis: eritque non secus n. æqualis ipsis p q. coniunctis. Quamobrem, ipse f. æqualis erit ipsis g k m p q. pariter acceptis: qui scilicet sunt ipsorum a bcd e. radicum singularum cubi. quod fuit demonstrandum. Idemque de quodlibet in infinitum cubis ostendetur. Quorum scilicet radices per ordinem ab vnitate coaceruant quemuis propositum triangulum, sicut propositio concludit.



PRO-

PROPOSITIO 59^{a}.

3 } 12
4 } 20 drã. 8
5

Omnis parte altera longior excedit præcedentem parte alteræ longiorem in duplo præcedentis radicis, & ideo in ipso pari numero collaterali. Exempli gratia, quintus parte altera longior 20. excedit quartum parte altera longiorem scilicet 12. in duplo quartæ radicis, scilicet 8. Quod liquido constat. Nam 20. fit ex 4. in 5. at 12. ex 4. in 3. quæ producta differunt in duplo multiplicantis: quoniã multiplicati differunt binario. Et ideo 20. maior est, quàm 12. in ipso pari numero quinto, scilicet 8. quippe qui per tertiam huius, est duplum prædictũ $4^{æ}$ radicis. Sic & pro alijs locis constat propositum.

8 *par.*

PROPOSITIO 60^{a}.

24. *differentia.*

Omnis quadratus imparis excedit præcedentis imparis quadratum in quadruplo collateralis paris. Exempli gratia: quadrati quarti imparis, s. 49. excedit quadratum tertij imparis, scilicet 25. in quadruplo quarti paris 6. hoc est in 24. Nam per 53^{a} præcedentem 49. constat ex parte altera longiori quarto quadruplicato, & vnitate. Et per eandem 25. constat ex parte altera longiori tertio quadruplicato & vnitate. Igitur 49. excedit ipsum 25. in quadruplo differentiæ, qua parte altera longior quartus excedit parte altera longiorem tertium: Sed per præmissam talis differentia est per numerus quartus, scilicet 6. ergo 49. excedit ipsum 25. in quadruplo quarti paris, 6. hoc est, in 24. Quod erat demonstrandum. Quare sicut pro quarto, ita pro alio quocunque loco propositum concludemus.

25 { 24, 1 } 49 { 48, 1 }

PROPOSITIO 61^{a}.

Quod fit ex qualibet radice in parte altera longiorem collateralem si coniungatur cum quadrato collaterali; conflabitur gnomo, qui coniunctus cum quadrato trianguli præcedentis, conficit quadratum trianguli collateralis. Exempli gratia: Ex radice 5. in quintum parte altera longiorem scilicet 20. fit 100. qui iunctus quadrato quinto scilicet 25. conflat 125. Aio, quòd 125. positus cũ □^{to} △^{li} 4^{i} 10. s. cum 100. cõficiet □^{tũ} △^{li} 5^{i} 15. s. 225. Nam, per 55ª præcedentem, quod fit ex radice 5^{a} in $5^{ũ}$ parte altera lõgiorem, si iũgatur cũ □^{to} 5°, cõstituit $5^{ũ}$ cubũ, Sed, p 55ª præcedẽtem, 5° cubus cũ □^{to} △^{li} 4^{i} cõiunctus cõficit □^{tũ} △^{li} 5^{i}: Igr̃, qđ fit ex radice 5^{a} in $5^{ũ}$ parte altera lõgiorẽ, iũctum cum □^{to} 5°: hoc est, ipse nũus 125. si apponatur □^{to} △^{li} 4^{i} .s. 100. conficiet □^{tũ} △^{li} 5^{i}. s. 225. quod fuit ostendẽdum, in 5° loco & similiter in alijs locis constabit propositum.

5 —— 20 —— 100
25
———
125

10 —————— 100
125
———
15 —————— 225

PRO-

PROPOSITIO 62ª.

Vnitas primum cubum : duo sequentes impares iuncti sequentem cubum: tres sequentes tertium cubum. Quatuor succedentes quartum. Quinque post eos quintum. Sex sextum. Septem septimum. Semperq; vno plures sequentem deinceps in infinitum cubum aggregati conflabunt. Disponantur ab vnitate a. per ordinem impares in indefinitum b c d e f g h k l m n o p q.

Aio, quòd b c. simul secundum ab vnitate, cubum faciunt. quodque d e f. simul tertium cubum: quodque g h k l. simul sumpti quartum cubum: quodq; ipsi m n o p q. simul quintum cubum iuncti conficiunt: Itaque deinceps. Sit enim ipsorum b c. aggregatum r. & ipsorum d e f. cumulus s. & ipsorum g h k l. congeries t. & ipsorum m n o p q. aceruus u. eritque demonstrandum, quòd a. erit primus cubus, scilicet vnitas. & r. secundus cubus. & s. tertius. & t. quartus. & v. quintus. hoc modo. Quoniã ipsi a b c d e f g h k l m n o p q. sunt impares numeri ab vnitate per ordinem dispositi: propterea, per 15ª huius, ipsorum a r s t v. aggregatum erit quadratus ab vnitate in ordine quindecimus: quoniam postremus impar, scilicet q. quindecimus est in ordine impariũ ab vnitate. Itaque tale aggregatum erit quadratus, qui fit à quinto triangulo, hoc est à numero quindenario. Talis ergo quadratus, ex præmissa 58. erit æqualis quinque cuborum ab vnitate dispositorum cumulo. Et ideo totus a r s t u. numerus erit quinque talium cuborum congeries. Et per eadem ac similiter ostendemus, quòd ipsorum a r s t. aggregatum erit quadratus ab vnitate decimus: (quandoquidem l. decimus est impar:) hoc est quadratus quarti trianguli: qui est numerus denarius: qui quadratus per 58ª præcedentem erit congeries quatuor cuborum ab vnitate ordinatorum. Quamobrem, cum ipsorum a r s t v. cumulus sit quinque cuborum ab vnitate continuatorum congeries: atque ipsorum a r s t. cumulus sit quatuor ab vnitate cuborum aggregatio: necesse est vt v. sit 5º cubus ab vnitate. Et similiter post quàm per eadem ostenderimus, pa r s. sit cumulus trium cuborum ab vnitate: relinquetur t. quartus ab vnitate cubus. Demum ostenso, quòd a r. sit duorum cuborum cumulus, supererit esse tertius ab vnitate cubus. Cumq; a. sit vnitas; erit & r. alter ab vnitate cubus: quod erat demonstrandum. Et similiter deinceps, pro sexto, septimo cæterisq; in infinitum cubis procedi potest, sicut propositio conclusit.

a —— 1
b —— 3 } r. 8
c —— 5
d —— 7 } s. 27
e —— 9
f —— 11
g —— 13 } t. 64
h —— 15
k —— 17
l —— 19
m —— 21 } v. 125
n —— 23
o —— 25
p —— 27
q —— 29

PROPO-

PROPOSITIO 63ª.

Omnis cubus cum quadrato & triangulo collateralibus coniunctus, triplum efficit suæ quadratæ pyramidis. Exempli gratia: quintus cubus est 125. quintus quadratus 25. quintus triangulus 15. Aio, quòd horum aggregatum triplum est ad pyramidem quadratam quintam, scilicet 55. quòd sic patet. Cubus quintus per 42ª huius, æquiualet columnas duas triangulas. s. quintam, & quartam & triangulum quartum. Item per vndecimam huius, quadratus quintus æquiualet duos triangulos, scilicet quintum & quartum. Quamobrem aggregatum prædictum æquiualebit duas columnas triangulas, scilicèt quintam & quartam, & quatuor simul triangulos scilicèt duos quintos & duos quartos. Igitur demonstrandum erit, quòd congeries talium duarum columnarum & talium quatuor triangulorum, est tripla ad pyramidem quadratam quintam. Sed cum per 34ª huius, pyramis quadrata quinta constet ex combinatione duarum pyramidum triangularum quintæ & quartæ: iam ostendẽdum erit, quòd congeries prædicta duarum columnarum & quatuor triangulorum, est tripla ad combinationem dictam duarum pyramidum. Et constat sic. Quod per 50ª huius columna triangula quinta cum duobus triangulis quintis simul conficiunt triplum pyramidis triangulæ quintæ: & per eandem 50ª columna triangula quarta cum duobus triangulis quartis simul accepta, triplum facit pyramidis triangulæ quartæ. Ergo, per primam quinti Elementorum Euclidis, tota congeries duarum columnarum & quatuor triangulorum, tripla erit ad totam combinationem duarum pyramidum: quandoquidem partes singulæ partibus singulis triplæ sunt. & hoc erat demonstrandum. Et similiter pro cubis cæterorum locorum constabit propositum.

cub⁹ 5⁹ 125 { 75. col. △ˡᵃ 5ª. + | 40. col. △ˡᵃ 4ª — | 10. △. 4⁹. — }

□⁹. 5⁹ 25 { 10. △⁹. 4⁹ — | 15. △⁹. 5⁹. + }

△. 5⁹ 15 ——— △. 5⁹. +

pyr. □. 5ª 55 { 35. pyr. △ˡᵃ 5ª. + | 20. pyr. △ˡᵃ 4ª — }

PROPOSITIO 64ª.

Omnis columna pentagona cum duplo quadrati collateralis simul sumpta, triplum valet suæ pyramidis pentagonæ. Exempli gratia, columna pentagona quinta 175 cum duplo quadrati quinti 25. hoc est cum 50. fecit 225. quod triplum est ipsius pyramidis pentagonæ quintę 75. quod ostenditur sic. Colũna pentagona quinta æqualis est cubo quinto per 43ª columnę triangulæ quartæ & triangulo quarto simul acceptis: quibus appono vnum quadratum quintum: & pro altera quadrato quinto, appono duos triangulos quintum & quartum, qui

per 43ª

175 col. ⬠. 5ª { 125. cub⁹. 5⁹. + | 40. co. △ˡᵃ 4ª ✳ | 10. △ˡ⁹. 4⁹ — ✳ }

per 11ª

25 □. 5⁹. { 15. △⁹. 5⁹. + | 10. △. 4⁹. ✳ }

per

$\square.5^9$ ——— 4
25

*
Hic pauca desunt.

11.simul ſ emon-
ſtrandum erit quod na
triangula quarta, triangulo quinto, duobus triangulis
quartis, ſimul triplum eſt pyramidis pentagonæ quintæ. Sed
pyramis pentagona quinta, per 36ª, conſtat ex combinatio-
ne duarum pyramidum, ſcilicet quadratæ quintę & triangu-
lę quartę. Ergo eſt demonſtrandum, quòd dictum aggregatum
eſt triplum huic combinationi. quod ſic patet, Vna pars illius
aggregati, ſcilicet cubus quintus, cum quadrato quinto &
triangulo quinto ſimul per pręcedentem, ęqualis eſt triplo
quintę quadratę pyramidis,

Pyr. $\square$.5 / 55 — + / Pyr. ⬠ .5. / Pyr. $\triangle$.4 / 20 — *

*

Hic multa desunt, quæ non sunt in exemplari manuſcripto.

per 37ª Py. ⬠ .5 / 95. / py. hex. 5 / Pyr. $\triangle$.4. / (20. *

per 37.
ſcilicet penta-
gonę quintę . Quare oſtenden-
dum eſt, quòd ſupra dictum aggregatum eſt triplum huius
combinationis: quod conſtabit ſic. Vna pars illius aggregati,
ſcilicet

ſcilicet columna pentagona quinta cum duobus quadratis quintis, per præcedentem, æquiualet triplum pyramidis pentagonæ quintæ, quæ fuit vna pars combinationis: & ſimiliter reliqua pars aggregati, ſcilicet columna triangula quarta cum duobus triangulis quartis ſimul, per 50. huius, triplum valet pyramidis triangulæ quartæ, quod eſt reſiduum combinationis. Quamobrem, quoniam duæ partes aggregati, duabus partibus combinationis, ſingulæ ſingulis triplæ ſunt: propterea, per primam quinti Elementorum, & totum aggregatum totius combinationis triplum valebit: quod fuit demonſtrandum. & eodem ſyllogiſmo pro quo uis alio aſſignato loco vtemur ad roborationem propoſiti.

COROLLARIVM.

25. quadratus quintus

25. □. 5. { 15. △. 5 | 10. △. 4 }

10. △. 4

hexag. 5. 45. { 25. □. 5. | 10. △. 4. | 10. △. 4. }

Et pro duplo quadrati collateralis ac præcedenti triangulo, ſubſtituere potes hexagonum & triangulum collaterales: quoniam ſunt tantundem. Nam, per vndecimam huius, quadratus quintus valet duos triangulos, quintum & quartum. Quare duo quadrati quinti cum triangulo quarto, ſimul valent cumulum quadrati quinti, trianguli quinti, & duorum triangulorum quarti loci. Sed, per 19. quadratus quintus, & duo trianguli quarti conficiunt hexagonum quintum: ergo hexagonus quintus, cum triangulo quinto valebunt duos quadratos quintos, & triangulum quartum: & ideo pro illis ſubſtitui poſſunt in præmiſſa propoſitione.

PROPOSITIO 66.

per 45.

Col. hex. æqui. 305 { col. hexag. tetr. 5. + 225. | cub. 4 + 64 | □. 4. 16 }

hexagonus 5. 45 +
triang. 5. 15. +
triang. 4. 10.

Omnis columna hexagona æquiangula cum hexagono tetragonico collaterali, cumque duobus triangulis, collaterali ſcilicet & præcedenti, pariter ſumpta, triplũ facit ſuæ pyramidis hexagonæ. Exempli gratia, dico, quòd columna hexagona æquiangula quinta, ſcilicet 305. vnà cum hexagono tetragonico quinto 45. cumque triangulo quinto 15. & triangulo quarto 10. coniuncta, facit triplum ſuæ pyramidis quintæ, ſcilicet 125. ad quod oſtendendum ſic procedo. Columna hexagona æquiangula quinta, per 45. huius libri, æqualis eſt columnæ tetragonicæ quintæ, cubo quarto, & quadrato quarto pariter acceptis. His ego appono hexagonum tetragonicum quintum, triangulum quintum, & triangulum quartum; atque ita demonſtrandum erit, quod totum huiuſmodi aggregatum ex columna hexagona tetragonica quinta, cubo quarto, quadrato quarto, hexagono quinto, triangulo quinto, & triangulo quarto ſimul, triplum eſt pyramidis hexagonæ æquiangulæ

quintæ.

quintæ. Cumque talis pyramis conſtet, per 40.ex combinatione duarum pyramidum, ſcilicet hexagonæ tetragonicæ quintæ, & quadratæ quartæ; iam oſtendendum erit, quòd ſuperius dictum aggregatum, triplum eſt ipſius dictæ combinationis; quod haud obſcurè conſtat. Nam vna pars illius aggregati, ſcilicet columna hexagona tetragonica quinta, cum hexagono ſuo quinto, & triangulo quinto, per præcedentis corollarium, æquiualet triplũ pyramidis tetragonicæ quintę: quæ vna partium combinationis eſt. Nec ſecus, reliqua pars aggregati, ſcilicet cubus quartus cum quadrato quarto, & triangulo quarto, ſimul ſumptus, per 63. huius, valet ſimiliter triplum pyramidis quadratæ quartæ, quæ iam de combinatione reſidua pars eſt. Itaque quoniam duę partes aggregati duabus combinationis partibus ſingulę ſingulis ſunt triplę: iccirco, per primam quinti Elementorum, & totum aggregatum totius combinationis triplum erit: quod erat demonſtrandum. Et argumentatio à quinto loco ad alia quęuis loca transferetur ad concluſionem propoſiti.

pyr. hexa tetr. 5. 95.
per 40^a.
pyr. hexa. æq. 5 125
pyr. □. 4^a 30.

COROLLARIVM.

Et pro duobus triangulis collaterali & pręcedenti, ſubſtituere potes quadratum collateralem. Nam, per vndecimam, quadratus ęqualis eſt duobus ſimul triangulis, collaterali, & pręcedenti.

COROLLARIVM.

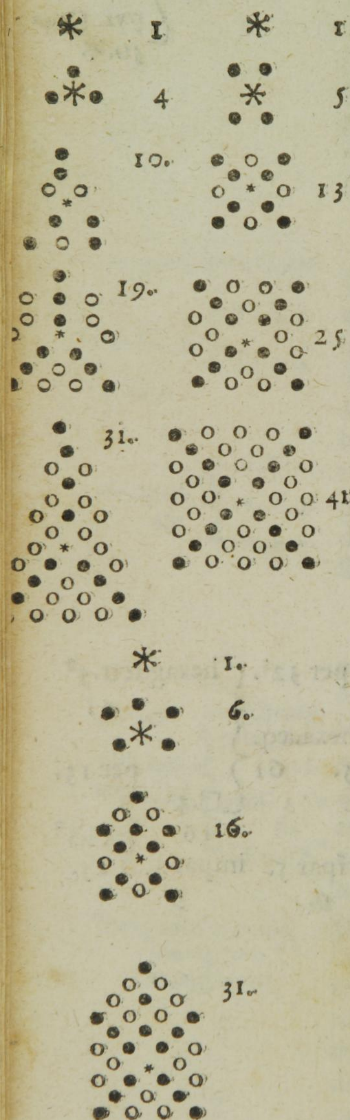
Rurſum pro hexagono tetragonico, & quadrato collateralibus, ſubſtituere potes hexagonum æquiangulum & numerum imparem collaterales. Nam, per 32. exempli gratia, hexagonus æquiangulus quintus, valet hexagonum tetragonicum quintum cum quadrato quarto. Apponatur vtrobique numerus impar quintus, at tunc hexagonus æquiangulus quintus cum impari quinto valebit hexagonum tetragonicum quintum cum quadrato quarto & impari quinto. Sed, per 13. quadratus 4^9 & impar quintus ſimul valent quadratum quintum. Igitur hexagonus æquiangulus quintus cum impari quinto valent hexagonum tetragonicum quintum & quadratum quintum ſimul ſumptos: & perinde iiſdem ſubrogari poſſunt.

per 32^a. hexag. tetr. 5^9 45
hexa. æq. 5. 61
per 13.
□. 4 16
□. 5^9 25.
ĩpar 5. 9.
impar 5. 9.

LIBRI

LIBRI PRIMI
Pars Secunda.

PROLEGOMENA.



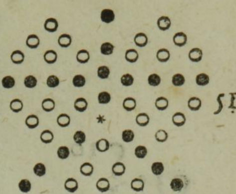


Actenus de numerarijs formis primi generis, nunc de centralibus agendum: de quarum numero est forma hexagona æquiangula tã superficialis, quàm solida, seu pyramis, seu columna: de qua tamen in primo genere disseruimus, propter talis formæ dignitatem, qua meretur vtrobique tractari. Itaq; quo ad hexagonam æquiangulam formam, hìc non repetemus ea, quæ in premissis demonstrata sunt: sed præmissis diffinitionibus, cætera prosequemur.

DIFFINITIONES.

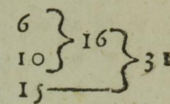
OMNIS forma numeraria cẽtralis plana superficialis cõstruitur ex centrali vnitate & ex tot triãgulis præcedẽtibus primi generis, quot sunt formæ ipsius anguli: vtpote triangulus centralis ex vnitate & tribus triangulis. Quadratus centralis ex vnitate & quatuor triangulis. Pentagonus centralis ex vnitate & quinque triãgulis. Hexagonus ex vnitate & sex vt antea diximus. Heptagonus ex vnitate & septẽ. Octogonus ex vnitate & octo triangulis primi generis, latera semper æqualia & angulos vniformes constituentibus compaginatur. Itaq;, si lubet, deinceps. Vnde omnis figura centralis superaddit præcedenti figuræ triãgulum. Verũ, sicut in Hexagono geometrico latera sunt semidiametris æqualia; ita hìc, in hexagono numerali vnitates angulares tantùm inter se distant, quantũ ipsæ ab vnitate centrali remouentur. & tres unitates proximę semper triãgulũ æquilaterũ faciunt: sicut in quadrato primo quatuor unitates quadratum conformant. In cæteris autem formis centralibus, hoc est in triangulo, quadrato & pentagono, unitates laterales magis distant, quàm diametrales: minus uerò in formis hexagonum sequentibus, ut in heptagono & octogono, ut postulat situs Geometricarum formarum, quas Arithmeticæ imitãtur.

Omnis porrò pyramis centralis fit ex aggregatione centralium formarum ſui, nominis ab vnitate vſq; ad baſim ſuam ſucceſſiuè aggregatarum. Vtpote pyramis triangula, triangularum: quadrata, quadratarum, & deinceps. Omnis demum columna centralis procreabitur ex forma centrali collaterali (quæ ſua baſis eſt) toties 4. coaceruata, quota eſt in ordine, ſiue in radicem lateralem multiplicata. Harum proprietates & colligantias nunc explicabimus.



PROPOSITIO 67ª.

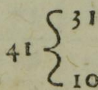
Omnis triangulus centralis conſtat ex collaterali triangulo & præcedenti quadrato primi generis. Exempli gratia: triangulus quintus centralis ſcilicet 31. conſtat ex triangulo collaterali primi generis, ſcilicet 15. & ex quadrato quarto, ſcilicet 16. Quod ſic oſtenditur. Tres trianguli primo ex ordine, tertius. quartus, quintus, ſcilicet, 6.10.& 15. ſimul coniuncti, conficiunt triplum medij, & vnitatem per 29ª huius. Sed per diffin. triplum medij, hoc eſt, quarti trianguli, cum vnitate, conficit quintum triangulũ centralem. Igitur quintus triangulus centralis conſtat ex aggregato trium dictorum triangulorum tertij, quarti, & quinti. Cumque per 11ª huius, tertius & quartus triangulus componãt quartum quadratum: ſequitur, vt quartus quadratus cum quinto triangulo ſimul ſumptus perficiat quintum triangulum centralem. Quod erat demonſtrandum: & à quinto loco transfertur ſyllogiſmus ad quem vis alium: vt propoſitio concluſit.



PROPOSITIO 68ª.

Omnis quadratus centralis conficitur ex duobus quadratis primi generis, ſcilicet collaterali & præcedenti. Exempli gratia. Quadratus qnt⁹ cẽtralis 41. cõficit ex quinto & quarto quadratis primi generis. ſ. 25. & 16. Qđ ſic patet. Per 11ª huius, quadrat⁹ qnt⁹ conſtat ex quarto & qnto triãgulis primi gene ris Et p præcedẽtẽ, triãgulus qntus cũ quadrato 4. primi ge neris, cõficiũt triãgulũ qntũ cẽtralẽ: Igitur quadrat⁹ qntus cũ quadrato quarto ſimul æquiualẽt triãgulos duos. ſ. quartum primi generis, & qntũ cẽtralẽ. Sed triãgulus qntus centralis cum triangulo quarto primi generis, per diffin. procreat quadratum quintum centralem: ergo quadratus quintus centralis æquiualet duos quadratos primi generis, ſcilicet quintum & quartum: quod fuit demonſtrandum. & argumentum à quinto ad quemuis propoſitum locum transfertur, vt concluſio proponit. Id idem demonſtratur per 30ª huius.





PROPOSITIO 69ª.

Omnis pentagonus centralis construitur ex pentagono primi generis collaterali, & ex præcedenti quadrato. Exempli gratia, pentagonus quintus centralis 51. construitur ex duobus formis primi generis, scilicet pentagono quinto 35. & quadrato quarto 15. Quod sic constat. Per diffinition. pentagonus quintus primi generis construitur ex quadrato quinto & triangulo quarto. Et per præcedentem, quadratus quintus cum quadrato quarto faciunt quadratum centralẽ quintũ. Quare, pentagonus quintus cum quadrato 4° primi generis valebũt quadratum 5ᵘ centralem cũ triangulo quarto primi generis. Verùm per diffinitionem, □ᵗᵒ quintus centralis cum triãgulo 4° procreat pẽtagonum quintum centralem. Ergo pẽtagonus 5ᵘˢ centralis æqualebit pẽtagonũ quintũ & □ᵗᵘ 4ᵘ primi generis: qđ fuit demonstrãdũ. Quæ demõstratio, sicut 5° ita cuilibet ꝓposito loco accõmodabitur ad cõfirmãdũ propositũ.

51 { 35 { 10, 25 }, 16 } 41

51 { 41, 10 }

PROPOSITIO 70ª.

Omnis hexagonus cẽtralis conflatur ex formis primi generis, scilicet hexagono collaterali & quadrato præcedenti. Hæc propositio eadem est cum 32ª. Sed hic in ordine centraliũ aliter demonstrabitur. Dico igitur, ꝙ hexagonus centralis quintus scilicet 61. cõflatur ex quinto hexagono primi generis. s. 45. & □ᵗᵒ quarto 16. Quod quáuis in 32ª huius fuerit demonstrandum, tñ & hìc aliter cõstabit sic. Per diffinitionem, hexagonus 5ᵘˢ primi generis constat ex △ˡᵒ 4° & pentagono quinto primi: & per præcedentem, pẽtagonus 5ᵘˢ talis cum quadrato 4° primi, componunt pentagonum centralem 5ᵘ. Quare, Hexagonus 5ᵘˢ primi cum □ᵗᵒ 4° æquiualebunt triangulum 4ᵘ cum pentagono centrali quinto. Verùm, per diffin. pẽtagonus centralis 5ᵘˢ cum △ˡᵒ 4° constituit hexagonum centralem 5ᵘ. Ergo hexagonus centralis 5ᵘˢ æquiualebit hexagonum 5ᵘ cum □ᵗᵒ 4° pⁱ generis: quod erat demonstrandum. Et similiter pro alijs locis argumẽtatio procedat ad ꝯcludẽdũ propositũ.

61 { 45 { 10, 35 }, 16 } 51

61 { 51, 10 }

PROPOSITIO 71ª.

Omnis heptagonus conflatur ex tribus formis primi generis, scilicet hexagono tetragonico collaterali, atque quadrato & triangulo, præcedentibus. Exempli gratia, heptagonus 5ᵘˢ 71. conflatur ex primi generis hexagono quinto 45. quadrato quarto 16. & triangulo 4°. 10. Nam, ex diffinitione, ipse 5ᵘˢ heptagonus constat ex 5° hexagono centrali & ex 4° triangulo: Sed per præcedentem, ipse hexagonus æquiualet quintum

71 { 61 { 45, 16 }, 10 }

hexa-

hexagonum primi generis, & quadratum quartum. Igitur hexagonus quintus primi generis cum quadrato & triãgulo quartis ſimul conflabunt heptagonum quintum: quod eſt propoſitum. Similiter in alijs locis confirmatur propoſitum.

PROPOSITIO 72^a.

Omnis octogonus eſt ęqualis qnadrato imparis numeri ſibi collateralis. Exẽpli gratia, 5^9 octogonus eſt 81. q. quidem $\square^{tº}$ eſt imparis 5^i, hoc eſt nouenarij. Nam, per diffinitionẽ, 5^9 octogonus ꝯſtruitur ex 4° $\triangle^{lo}$ primi generis octuplicato, & ex vnitate. Sed, per 54^a huius, tale octuplũ cũ vnitate eſt quadratus imparis 5_i. Igitur talis $\square^{tº}$ eſt ipſe octogonus 5^9. quod eſt propoſitum. Non aliter pro cæteris in infinitum locis conſtat propoſitum.

PROPOSITIO 73^a.

Omnis forma centralis plana conſtat ex vnitate & ex radice præcedenti in numerum laterum ducta, & ex $\triangle^{lo}$ *radicem præcedente in eundem numerũ ducto.* Exẽpli grã, hexagonus cẽtralis 5^9 61. cõſtat ex vnitate, ex ſexcuplo radicis $4^æ$.ſ. 4. ꝙ eſt 24. & ex ſexcuplo $\triangle^{li}$ tertij 6. hoc eſt 36. ꝙ liquido cõſtat per diffin. ipſius hexagoni: ſicut in 26ª fuit oſtẽſum. Nam dicta duo ſexcupla faciunt ſex $\triangle^{los}$ 4os qui cum vnitate compaginãt ipſum hexagonũ. Similr̃ in $\triangle^{lo}$ cẽtrali, ꝑ ſexcuplis accipe tripla: in $\square^{to}$ cẽtrali, quadrupla; in pẽtagono, quincupla: in heptagono, ſeptupla: in octogono octupla ipſaꝝ radicũ præcedẽtium & $\triangle^{loꝝ}$ añ præcedẽtiũ: vt in oĩ propoſito loco ꝯcludas ꝓpoſitũ. Vñ, ꝙ 26^a de hexagono, præſens de oĩ plano cẽtrali cõcludit.

61 { 1, 24, 36 } 60

PLANI PRIMI GENERIS.					PLANI CENTRALES.					
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	3	4	5	6	4	5	6	7	8	9
3	6	9	12	15	10	13	16	19	22	25
4	10	16	22	28	19	25	31	37	43	49
5	15	25	35	45	31	41	51	61	71	81
6	21	36	51	66	46	61	76	91	106	121
7	28	49	70	91	64	85	106	127	148	169
8	36	64	92	120	85	113	141	169	197	225
9	45	81	117	153	109	145	181	217	253	289
10	55	100	145	190	136	181	226	271	316	361
radices	$\triangle^{li}$	$\square^{ti}$	⬠ ni	✳ ni	$\triangle^{li}$	$\square^{ti}$	⬡ ni	✳ ni	*Hept.*	*Oct.*

PROPOSITIO 74ª.

Omnis pyramis cẽtralis constat ex radice collaterali tanquam axe, & ex tot pyramidibus triangulis primi generis præcedentibus loci, quot sunt latera pyramidis centralis. Quod 39ª.huius de pyramide centrali hexagona demonstrauit: hæc præsens de omni pyramide centrali concludit. Et demonstratio vtrobique est eadem. Itaque in omni pyramide sumenda est radix collateralis: sed in pyramide Δla sumendum est triplum pyramidis triangulæ primi generis præcedentis: in quadrata quadruplum, in pentagona quincuplum, in hexagona sexcuplum, sicut in 39.ª factum est. In heptagona septuplum. In octagona octuplum. Atque ita ex diffin. constabit, sicut in 39.ª propositum. Exempli gratia, pyramis quadrata centralis quinti loci est 85. qui numerus constat ex radice quinta, scilicet 5.& ex quadruplo pyramidis Δlæ primi generis, scilicet ex 80.& similiter in cæteris locis.

85 { 5, 80 }

COROLLARIVM.

Manifestum est igitur, quòd sicut pyramis centralis quadrata supra triangulum pyramidem collateralem: ita & pentagona supra quadratam: nec non hexagona supra pentagonam, & heptagona super hexagonam: & octogona super heptagonam semper addidit præcedentem pyramidem triangulam primi generis. Sicut videlicet basis centralis supra basim collateralem laterum vnitate pauciorum, addit præcedentem primi generis triãgulum.

PROPOSITIO 75ª.

Omnis item pyramis centralis constat ex tot pyramidibus primi generis; ex quot basibus primi generis eius; basis constare ostẽsa est, & eiusdem nominis atque loci. Exempli gratia: pyramis hexagona centralis quinta, scilicet 125. constat ex quintã pyramidẽ hexagona primi generis, scilicet 95.& ex 4ª pyramide quadrata primi generis, scilicet 30. quoniam scilicet basis hexagona cẽtralis quinta, scilicet 61. constat ex hexagono quinto, scilicet 45.& ex quadrato quarto primi generis, scilicet 16. vt in 70ª. ostensum fuit: quod quidem demonstratum est in 40ª huius, quoad hexagonam pyramidem: & similiter hìc generaliter de omni centrali pyramide ostendetur.

125 { 95, 30 }

Sed in horum exemplum exponemus in tabella pyramides vtrasque, tam scilicet primi generis, quàm centralis, in quibus propositionum veritas apparet.

Pyramides p^i Generis. *Pyramides Centrales.*

1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1
2	4	5	6	7		5	6	7	8	9	10
3	10	14	18	22		15	19	23	27	31	35
4	20	30	40	50		34	44	54	64	74	84
5	35	55	75	95		65	85	105	125	145	165
6	56	91	126	161		111	146	181	216	251	286
7	84	140	196	252		175	231	287	343	399	455
8	120	204	288	372		260	344	428	512	596	680
9	165	285	405	525		369	489	609	729	849	969
10.	220	385	550	715		505	670	835	1000	1165	1330
radices	△le	□te	⬠ne	✱ne		△le	□te	⬠ne	✱ne	*Hept.*	*Oct.*

PROPOSITIO 67^a.

Omnis columna centralis coagmentatur ex radice collaterali, tanquam axe, & ex congerie præcedentis triangulæ columnæ ſuiq; trianguli in primo genere in numerum lateri multiplicata.

Quod 46ª huius, oſtendit de columna hexagona cētrali: hæc pñs de omni centrali columna proponit; & demonſtratio hìc & ibi eadē eſt. Itaq; in omni columna ſumēda eſt radix collateralis: ſed in columna triangula, cōgeries præcedētis triāgulæ columnæ, ſuique △li in primo genere, multiplicanda eſt in ternarium. In colūna quadrata in quaternarium: pro columna pētagona in quinarium, per hexagona in ſenarium, per heptagona in ſeptenarium, per octogona in octonarium. Atque ita ex diffin. conſtabit, ſicut in 46. propoſitum. Exempli gratia: columna centrali quadrata quinti loci, eſt 225. in conflatur ex radice quinta, ſcilicet 5 & ex congerie præcedentis triangulæ columnæ ſuique trianguli in primo genere, ſcilicet 50. quadruplicata, hoc eſt, ex 200. & ſimiliter in cæteris locis, & in cęteris columnis.

205 { 5, 200

CORDLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd ſicut columna centralis quadrata ſupra triangulam centralem columnam collateralē: ita & pentagona ſupra quadratam: Nec non & hexagona ſupra pentagonam, & heptagona ſupra hexagonam, & octogona ſuper heptagonam ſemper addit præcedentem columnam triangulam cum ſuo triangulo primi generis. Hoc idem de pyramidibus ante præmiſſæ corrollarium inferebat.

PROPOSITIO 77ª.

Omnis item columna centralis constat ex tot columnis primi generis, ex quot eiusdem generis basibus eius basis constare ostensa est, & eiusdem nominis acque loci. Columnis tamẽ præcedentis loci unà cũ basibus proprijs acceptis. Exempli gratia: columna centralis hexagona quinta, scilicet 305. constatur ex columna hexagona primi generis quinta, scilicet 225. & ex cubo quarto 64. vnà cum suo quadrato 16. quoniam, scilicet basis hexagona centralis quinta, scilicet 61. constabat ex hexagono quinto scilicet 45. & ex quadrato quarto primi generis, scilicet 16. per 70ª præmissam. Quod quidem in 45ª huius ostensum est, quo ad columnam hexagonam: & demonstratio, simili processu, ad omnem centralem columnam extendi potest. Ad verificandum quod hic proponitur.

305 { 225 — 64 16 }

PROPOSITIO 78ª.

In omnibus tribus siue planis, siue pyramidibus, siue columnis centralibus, collateralibus, sub continuato laterum numero, susceptis, aggregatum extremorum est duplum ad medium.

31 41 51 } 82

Exempli gratia, sumatur quintus triangulus 31. quintus quadratus 41. & quintus pentagonus 51. centrales. Aio quòd in his aggregatum extremorum, hoc est 31. & 51. est duplum ipsius 41. medij. Nam, vt constat ex diffin. talium formarum, differentia trianguli & quadrati est æqualis differentiæ quadrati & pentagoni: quando quidem talis differentia est triangulus quartus primi generis. Quamobrem, per 28ª huius, congeries extremorum est duplũ medij, quod est demonstrandum. Similiter, si sumantur pyramis triangula quinta 65. pyramis quadrata quinta, scilicet 85. & pyramis pentagona quinta 105. quoniam eodem excessu continuatur per corollarium 74ª præmissæ, per dictam 28ª constabit propositum. Item in columnis tribus centralibus, scilicet triangula quinta 155. quadrata quinta 205. Pentagona quinta 255. quarum excessus idem est, per 76ª præmissæ corollarium: nihilominus, per dictam 28ª verificatur conclusio. Nec secus si pro quinto, quotuscunque capiatur in ordine locus; per eadem precedet syllogismus ad approbandum propositum. In quorum exemplum, sicut dudum planos numeros & pyramides, ita nunc columnas tam primi generis, quàm centrales in indice sequenti exanabimus.

65 85 105 } 170

155 205 255 } 410

Columnæ

Columnæ p^{i} Generis.					Columnæ Centrales.					
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	6	8	10	12	8	10	12	14	16	18
3	18	27	36	45	30	39	48	57	66	75
4	40	64	88	112	76	100	124	148	172	396
5	75	125	175	225	155	205	255	305	355	405
6	126	216	306	396	276	366	456	546	636	726
7	196	343	490	637	448	595	742	889	1036	1183
8	288	512	736	960	680	904	1128	1352	1576	1800
9	405	729	1053	1377	981	1305	1629	1953	2277	2601
10	550	1000	1450	1900	1360	1810	2260	2710	3160	3610
radices	Δ$^{l\text{ę}}$	□$^{t\text{ę}}$	⬠$^{n\text{ę}}$	✱$^{n\text{ę}}$	Δ$^{l\text{ę}}$	□$^{t\text{ę}}$	⬠$^{n\text{ę}}$	✱$^{n\text{ę}}$	Hept.	Oct.

His ad Lectoris meliorem intelligentiam ita descriptos, ad reliqua properabimus.

PROPOSITIO 79^{a}.

Omnis columna triangula centralis cum quadrato & triãgulo primi generis collateralibus coniuncta, triplũ facit suæ pyramidis. Exẽpli gratia, colũna triãgula centralis quinta. s. 155. cũ quadrato quinto 25. & triangulo quinto 15 primi generis coniũcta, facit 195. qđ triplũ est pyramidis centralis quintæ 65. Quod sic ostenditur. Columna triangula centralis quinta, per 77ª constat ex tribus primi generis formis, scilicet columna triangula quinta, cubo quarto, & quadrato quarto. His appono eiusdẽ generis quadratũ quintũ, qui per 11^{a} valet triãgulũ 5^{u} & 4^{u}: appono item triangulũ aliũ quintum. Atq; ita ostẽdendũ erit quod totum hmõi aggregatũ ex columna Δ^{la} 5^{a} cubo 4°, quadrato quarto, duobus triangulis quintis & Δ^{lo} 4° primi generis simul triplum est pyramidis Δ^{læ} 5^{tę} centralis. Sed cum pyramis Δ^{la} 5^{a} cẽtralis, per 75^{a} huius, cõstruatur ex cõbinatione duarũ pyramidũ primi generis, scilicet Δ^{læ} 5^{e} & quadratæ 4^{e}: Iã demõstrãdũ erit, ꝙ supradictũ aggregatũ triplũ est pdictæ cõbinationis. Quod sic patet. Vna pars illius aggregati. s. colũna triãgula quinta, cũ duobus triangulis quintis, per 50^{a} huius, æqualis est triplo pyramidis triãgulę quintæ, quæ fuit vna pars cõbinationis.

per 77^{a}
Col. Δ^{læ} 5^{a} 2^{i} 155. = { Col. Δ^{la} 5^{a} p^{9} + 75; Cub. 4^{9} χ 64; □^{9} 4^{9} 16 χ
per 11^{a} Δl^{9} 5^{9} p^{i} + 15

□^{9} 5^{9} 25 { Δl^{9} 5^{9} + 15; Δl^{9} 4^{9} χ 10 }

Pyr. Δ^{la} 5^{a} 2^{i} 65 per 75^{a} { pyr. Δ^{la} 5^{a} p^{i} + 35; pyr. □^{ta} 4^{a} p^{i} χ 30 }

Item que reliqua pars aggregata, scilicet cubus quartus, cum quadrato & Δ^{lo} quartis, æqualis est, per 63ª huius, triplo pyramidis quadratæ quartæ, quæ fuit altera pars combinationis. Itaque, quoniam duæ partes aggregati duabus partibus combinationis, singulæ singulis triplæ sunt: Idcirco, per primã quinti Elementorum, & totum aggregatum totius combinationis, triplum erit, quòd fuit demonstrandum: & demõstratio à quinto ad quem vis alium locum transferetur ad confirmandum propositum. PROPOSITIO 80ª.

per 77ª
Col. □ 5ª 2ª
205.
Cub^s 5^s 125 +
Cub. 4^s 64 χ
□^s 4^s 16 χ
□. 5^s p^s 25. +
per 11ª Δl^s 5^s p^i 15 +
□^s 5^s 25
Δl^s 4^s p^s 10 χ

Pyr. □ 5ª 2ª
85
per 75ª
pyr. □ 5ª p^i 55 +
pyr. □^{ta} 4ª p^i 30 χ

Omnis columna quadrata centralis cum duplo quadrati collateralis primi generis coniuncta triplum facit suę pyramidis. Exẽpli gratia: columna quadrata centralis quinta.s.205.cũ duplo quinti quadrati ex p° genere, hoc est, cum 50. facit 255. quod triplũ est suæ pyramidis, scilicet 85. qđ sic cõcluditur. Colũna quadrata centralis quinta, per 77ª, constat ex tribus primi generis formis, scilicet cubo 5°, cubo 4° (quæ sunt colũnæ quadratæ) & quadrato 4°. His applico quadratũ quintũ: & alterum quadratũ quintũ, qui, per 11ª æquiualet duos triangulos, quintum, & quartũ: atq; ita ostendendũ erit, qđ totũ tale, aggregatũ ex cubo quinto, cubo quarto quadrato 4°, quadrato quinto, & triangulis 5° & 4° primi generis, similiter triplum est pyramidis quadratę centralis quintæ. Cunque pyramis talis, per 75ª huius, constat ex combinatione duarũ pyramidũ primi generis, scilicet quadratę quintæ, & quadratæ quartæ: Iã demonstrandũ erit, ꝙ supradictũ aggregatũ triplũ sit ad prædictam cõbinationẽ: ꝙ sic deducitur. Vna pars illius agregati.s.cubus, quadrat°, & triangulus quinti loci, per 63ª, simul faciunt triplũ pyramidis quadratæ quintę, quę fuit vna pars combinationis. Itemq; reliqua pars aggregati.s.cubus, quadratus, & triangulus quarti loci, per eandẽ 63ª, simul facit triplum pyramidis quadratę quartæ, quæ fuit reliqua pars combinationis: quamobrẽ duæ iam partes aggregati triplæ sunt ad duas partes cõbinationis, singulæ.s. ad singulos. Et ideò, per quinti Elementorum primã, totum aggregatum totius cõbinationis triplũ erit, qđ demonstrãdũ fuit. Et similiter à quinto ad quemuis locũ transferetur demonstratio propositi. PROPOSITIO 81ª.

Omnis columna pentagona centralis cum duplo quadrati collateralis, & cum triangulo præcedente primi generis, triplum facit suæ pyramidis. Exempli gratia: columna pentagona centralis quinta 255.cum duplo quadrati quinti.s.50.& cũ

Δ^{lo} quarto.s. 10. primi generis, cõficit 315. qđ triplũ est pyramidis pentagonæ centralis quintæ.s. 105. qđ sic demonstrat. Colũna pentagona centralis quinta per 77ª cõstat ex tribus primi generis formis: videlicet colũna pẽtagona 5ª, cubo 4°, & □ᵗᵒ 4°. His adiungo duplũ □ᵗⁱ quinti, & triangulũ quartũ, atq; ita demõstrandũ erit, quòd totum id aggregatum ex columna pẽtagona 5ª, cubo 4°, quadrato 4°, duobus quadratis quintis, & Δ^{lo} 4° simul triplũ sit pyramidis pẽtagonæ centralis quintæ. Verùm pyramis hmõi per 75ª huius, cõstat ex cõbinatione duorum pyramidum primi generis. s. pentagonæ quintæ, & triangulæ 4ᵗᵉ, & propterea demõstrandũ erit, quòd memoratum aggregatum prẹfatæ cõbinationis triplũ est. Hoc pacto: vna pars illius aggregati. s. columna pẽtagona cum duplo quadrati ex 5° loco, per 64ª, simlr ẹquat triplum pyramidis pẽtagonæ 5ᵗᵉ, quæ. s. est vna pars combinationis. Itẽ residua pars aggregati. s. cubus, quadratus, & triangulus quarti loci, simul æquat, per 63ª, triplũ pyramidũ □ᵗᵉ quartæ, quæ iã est residua pars combinationis. Sic, quoniam duę partes aggregati ad duas partes combinationis, singulæ ad singulas triplæ sunt: ideò per quinti elementorum primam, totum aggregatum totius cõbinationis triplum erit, & similiter in quocunque alio loco verificatur propositum.

per 77ª | Col. ⬠ 5ª pᵍ 175. +
Co. ⬠ 5ª 2ⁱ 405. | Cubᵍ 4ᵍ 64. χ
| □tᵍ 4ᵍ 16. χ
□ 5ᵍ
□ᵍ 5ᵍ 50.
Δ 4ᵍ pⁱ 10. χ

Pyr. ⬠ 5ª pᵍ
Py. ⬠ 5ª 2ⁱ 105 per 75ª | 75. +
| Pyr. □ᵗᵃ 4ª pᵍ 30. χ

SCHOLIVM.

Quo autem pacto columna hexagona centralis conficiat, sicut cæteræ columnę suarum singulæ pyramidum, triplum suæ pyramidis satis demonstratum est in sexagesimasexta.

PROPOSITIO 82ª.

Omnis columna heptagona cum hexagono primi generis & quadrato collateralibus atque triangulo præcedenti coniuncta, efficit triplum suæ pyramidis. Exempli gratia: columna heptagona quinta 355. cũ hexagono quinto, quadrato quinto, & triangulo 4° in p° genere: hoc est, cum 45. 25. 10. conficit 435. quod aio triplum esse pyramidi heptagonæ quintæ, scilicet 145. Quod sic demonstro. Columna heptagona quinta, per corollarium 76. huius, constat ex tribus formis, ex columna hexagona quinta centrali, & ex columna quarta primi generis, atque triangulo quarto. His adiungo hexagonum quintum primi generis, ac quadratum quintũ, & triãgulum quartum. Atq; ita demonstrãdum erit, ꝙ totum hocce aggregatum ex columna qnta centrali hexagona, columna triãgula quarta primi generis, triãgulo quarto, hexagono quinto,

per Coroll. 76ª Col. hept. 5ª 355 | Col. ✳. 5ª 2ⁱ 305 +
| Col. Δ^{la} 4ª pᵍ 40 χ
| Δᵍ 4ᵍ pᵍ 10 χ
✳ 5ᵍ pᵍ 45. +
□ 5ᵍ 25 +
Δ 4ᵍ 10

quadrato

Pyr.hept.5ª 145 — Pyr.✱.5ª 2ⁱ 125. † — Pyr.Δˡᵃ 4ª pᵍ 20. χ

quadrato quinto, & alio triangulo quarto, simul æquiualet triplo pyramidis heptagonæ quintæ. Cunq; per corollarium 74ᵉ huius talis, quinta pyramis constituatur ex combinatione duarum pyramidũ, scilicet ex hexagona centrali quinta, & triãgula quarta primi generis: Iã ostendendũ erit, quod dudum dictũ aggregatũ ad dictã mox combinationẽ triplũ erit, hoc scilicet pacto. Vna pars illius aggregati, scilicet colũna hexagona centralis quinta cum hexagono primi generis quinto, & quadrato quinto, simul per corollarium primum 66ᵉ triplum facit pyramidis hexagonę centralis quintę: quę pars est vna combinationis. Item columna triangula, cũ duobus triangulis quarti loci, per 50ª huius, triplum facit pyramidis triangulæ quartæ, quod residuum est combinationis. Quare cum duæ partes aggregati, duarum partium combinationis, singulæ singularum triplæ sint: Iã per primam quinti Euclidis: totumq; aggregatum totius combinationis triplũ erit. In hoc quinto loco: & similiter in omni alio, quod est propositum.

Corollarium.

Et pro hexagono primi generis & quadrato collaterallibus, substituere potes hexagonũ centralem & imparem collaterales. Nam, per corollarium 2ᵘ 66ᵉ, hexagonus centralis & impar simul sumptis, valent hexagonũ primi genexis & quadratũ collaterales, hoc est, in quinto loco, huius exempli.

Propositio 83ª.

Col.8ˡᵃ 5ª 405. — Col.7ˡᵃ 5ª 355. † — Col.Δˡᵃ 4ª pⁱ 40. χ — Δ1ᵍ 4ᵍ pᵍ 10. † — ✱ᵍ 5ᵍ pⁱ 45. † — □ᵍ 5ᵍ pⁱ 25. † — Δ4ᵍ pⁱ Δ4ᵍ pⁱ 20. χ

Omnis columna octogona, cum hexagona primi generis, ac quadrato collateralibus, duploq; triãguli præcedentis coniuncta, facit triplum suæ pyramidis. Exempli gratia, columna octangula quinta 405. cum hexagono primi generis & cum quadrato quinto, hoc est, cũ 45. & cum 25. duploque trianguli quarti, scilicet cum 20. conficit 495. quod aio triplum esse pyramidis octangulæ quintæ, scilicet 165. Quod sic ostendo. Columna octangula quinta, per corollarium 76ᵉ constituitur ex duabus columnis, septangula quinta: triangula 4ª primi generis, & triangulo quarto. His ergo associo hexagonũ primi generis, & quadratum quintũ: nec non duos triangulos quartos. quo facto, demonstrandum erit, quòd totum istud aggregatum, scilicet ex columna septangula quinta, columna triangula quarta primi generis, triangulo quarto, hexagono quinto, quadrato quinto, duploque trianguli quarti, simul triplum consummabit pyramidis octangulæ quintæ.

tæ. Cumq; per corollarium 74ᵉ huius, talis pyramis quinta conficiatur ex pyramidis ſeptangulæ quintæ, & pyramidis triangulæ quartæ combinatione: Iam oſtendendũ erit, quòd dictũ aggregatũ dictæ cõmbinationis triplũ erit. hoc videlilicet pacto. Vna pars illius aggregati, ſcilicet colũna ſeptangula quinta cum hexagono primi generis quinto, quadrato quinto, & quadrato 4° ſimul efficit, per præcedentẽ propoſitionẽ, triplũ pyramidis ſeptangulæ quintæ, quæ pars eſt vna cõbinationis. Itẽ reſiduũ aggregati, ſcilicet columna triãgula 4ª primi generis, cũ duplo trianguli quarti per 50ᵃ huius, triplũ facit pyramidis triangulæ quartæ: qui eſt reſiduũ cõbinationis. Itaque, cum duæ partes aggregati duarũ partum combinationis ſingulæ ſingularum triplæ ſint, iã & per primã quinti Euclidis, totũ aggregatũ toti⁹ cõbinationis triplũ erit. In hoc quinto loco, & ſimiliter alibi. Qđ eſt propoſitũ.

COROLLARIVM.

Et pro hexagono primi generis & quadrato collateralibus ſubſtituere potes hexagonum centralem & imparem collaterales. Nam, per corollarium 2ᵘᵐ 66ᵉ hexagonus centralis & impar ſimul ſumpti, valent hexagonum primi generis & quadratũ collaterales, hoc eſt, in quinto loco, per aſſumpto exemplo.

PROPOSITIO 84ª.

Sicut columna triangula centralis cum quadrati & trianguli collateraliũ primi generis aggregato coniuncta, triplum conficit ſuæ pyramidis. Ita etiam ſequentium columnarũ centralium tã quadrata cũ dicto aggregato & vno triangulo præcedenti: q̃ pentagona cũ eodẽ aggregato & duplo triãguli præcedẽtis: q̃ hexagona cum tali aggregato & triplo triãguli præcedẽtis, quàm ſeptãgula cũ ipſomet aggregato & quadruplo triãguli præcedẽtis: quãque octangula cũ eo ipſo aggegato & quincuplo triãguli præcedẽtis cõiũcta, triplũ efficit ſuæ pyramidis. Sũto columnæ cẽtrales collaterales a. quidẽ triãgula, ipſe b. quadrata, ipſa c. pentagona, ipſa d. hexagona, ipſa e. ſeptangula, & ipſa f. octangula. Item g. quadratus & h. triangulus collaterales ipſarum columnarũ & ex eiuſdem loci, hoc eſt, collaterales ipſarum columnarũ & ex ipſo genere. Itẽ per triãgulus eiuſdẽ generis præcedẽtis loci: & ex alia parte ſunto pyramides centrales columnis dictis collaterales: Ipſa quidem l. triangula, ipſa m. quadrata, ipſa n. pẽtagona, ipſa e. hexagona, ipſa p. ſeptangula. ipſaque q. octangula: quibus diſpoſitis, oſtẽdẽdũ eſt, quod ſicut, per 79ᵃ huius aggregatũ ex a g h. triplum eſt ipſius l. ita & aggregatũ

pyr. 8ˡᵃ 5ª, 165 = { pyr. △ˡᵃ 5ª, 145 + pyr. ▽ˡᵃ 4ª pˡ, 20. }

Col. 8ˡᵃ 5ª, 405 = { Col. 7ˡᵃ 5ª, 355. ; Col. □. 4ª p⁹, 40 ; △. 4⁹ p⁹, 10. }

*. 5⁹ p⁹, 45

□. 5⁹ p⁹, .25.

△ 4⁹ p⁹

▽ 4⁹ p⁹, 20

Pyr. 8ˡᵃ 5ª, 165 = { Pyr. 8ˡᵃ 5ª, 145 ; Pyr. △ˡᵃ 4ª pˡ, 20. }

Col	□ △.	△	pyr.
a.	g h	——	l
b.	g h K	——	m
c.	g h K K	——	n
d.	g h K K K	——	o
e.	g h K K K K	——	p
f.	g h K K K K K	——	q
	r. ſ.		

Exemplum pro loco 5°.

Col. 5.	□. 5.	△. 5.	△. 4.	pyr. 5
155.	25.	15.	——	65
205.	25.	15.	10	85
255.	25.	15.	20	105
305.	25.	15.	30	125
355.	25.	15.	40	145
405.	25.	15.	50	165

40. Col. △. 20. Pyr. △. 4ª.

Col.	□△.	△		pyr.
a.	g h			l
b.	g h K			m
c.	g h K K			n
d.	g h K K K			o
e.	g h K K K K			p
f.	g h K K K K K			q
	r. ſ.			

Exemplum pro 5° loco

155.	25.	15.	——	65
205.	25.	15.	10 —	85
255.	25.	15.	20 —	105
305.	25.	15.	30 —	125
355.	25.	15.	40 —	145
405.	25.	15.	50 —	165
Col. 5.	□. 5.	△. 5.	△. 4.	pyr. 5
	40.		20.	

ex b g h.& K. triplum erit ipſius m. nec non aggregatum ex c g h. duploque ipſius k triplum ipſius n. itemq́; aggregatũ ex d g h. triploque ipſius k.triplum ipſius o. adhuc aggregatum ex e g h.& quadruplato k. triplum ad p.& tandem aggregatum ex f g h. & quincuplato k. triplũ ad ipſum q. hoc pacto. Sit colũna triangula primi generis præcedens, hoc eſt collateralis ipſi k.triangulo ſignata per r. pyramis autẽ centralis præcedens, hoc eſt, collateralis columnæ r.ac triangulo k. eſto notata per ſ.cumque aggregatum ex a g h. triplũ ſit ipſius l. per 79ª pręmiſſam, oſtendá quòd, aggregatũ ex b g h. & k. triplum eſt ipſius m. Nam per corollarium 76ᵉ huius, ipſa b. addit ſuper a. ipſá r. & ipſum k. Et ideò aggregatum b g h k. addit ſuper aggregatum a g h. ipſam r.& duplum ipſius k. Item ipſa m. ſuper l. per corollarium 74ᵉ addit ipſam ſ. Triplum eſt autem additamentum additamẽti, hoc eſt, ipſum r. cum duplo ipſius k. duplum eſt ipſius ſ. per 50ª huius. Igitur per primam quinti Eucl. aggregatum ex b g h. & k. triplum erit ipſius m. quod fuit oſtẽdendum. Et quoniam c. addit ſuper b. ipſam r.& alium k. per corollarium 76ᵉ huius,& n.ſuper m. addit rurſus ipſam ſ.per corollarium 74ᵉ Similiter penitus & eodem proceſſu oſtendá, quòd aggregatum c g h. cum duplo ipſius k.triplum eſt ipſius n. Nec non, quòd aggregatum d g h. cum triplo ipſius k. triplum eſt ipſius o. Adhuc quod aggregatum e g h.cum quadruplo ipſius k. triplum eſt ipſius p.& demum, quòd aggregatum f g h. cum quincuplo ipſius k. triplum eſt ipſius q. ſicut demonſtrandum proponitur.

COROLLARIVM.

Et eodem cremento procederemus, ſi vltra octangulam columnam ac pyramidem confingeremus formas ſequentes, ſcilicet enneagonam,& decagonam,& reliquas deinceps: Sed ne curioſitas modum excedat, ſatis ſit nobis hucuſque progreſſi; & protinus de regularibus ſolidis diſſerere incipiamus, ne quid in hac ſpeculatione intactum relinquatur.

PROPOSITIO 85ª.

Omnis par cum paribus omnium præcedentium locorum coniunctus, conficit collateralem parte altera longiorem. Exempli gratia, par quinti loci, ſcilicet 8. coniunctus cum paribus præcedentibus 6.4.2.0. conflat 20. parte altera longiorem quintum. Nam per 3ª huius quatuor dictorum parium aggregatum duplum eſt ad aggregatum totidem radicum ab vnitate continuatarum, hoc eſt, ad triangulum primi generis quartum. Item ad eundem triangulum quartum duplus eſt parte altera longior quintus, ſcilicet 20. per octauam huius. Aequalis igitur eſt parte altera longior quintus dicto quatuor parium numerorum aggregato. Quod fuit demonſtrandum. Et demonſtratio ad alium quemuis locum transferetur vt conſtet propoſitum.

0.	0.	1.
2.	2.	2.
4.	6.	3.
6.	12.	4.
8.	20.	10.
20		

PROPOSITIO 86ª.

Si numerorum imparium ab vnitate per ordinem continuatorum ſingulorum ſinguli quadrupli poſt Ziſram diſponantur, ex eorum ſucceſſiua aggregatione cõſtruetur quadrati numeri à paribus collateralibus in ſe multiplicatis producti. Exempli gratia, quotuis ab vnitate impares, vt puta quatuor 1.3.5.7. ſinguli quadruplicentur, & poſt Ziſram diſponãtur ſic 0.4.12.20.28. aio, quòd horum quadruplorum omnium aggregatum eſt numerus quadratus, qui fit à numero pari quinti loci in ſe ducto, hoc eſt, ab octonario. Nam, per 15ª huius ex aggregatione dictorum quatuor imparium fit quadratus quartę radicis. Quare quadrupli eorumdẽ imparium conficient quadruplum dicti quadrati, hoc eſt, quadratum, qui fit ex duplo dictæ radicis in ſe ducto, hoc eſt ex octonario in ſe multiplicato. Nam latera, quorum quadrata ſunt in quadrupla ratione, ſeruant ad inuicem rationem duplam. Similiter per locis alijs conſtat propoſitum.

1.	0.	0.	1.
3.	4.	2.	1.
5.	12.	4.	3.
7.	20.	6.	4.
16.	28.	8.	
	64.		

PROLOGOMENA.

OC à principio decreuimus, ingeniose Lector, in hisce nostris numerarijs speculationibus, ut non solum obscurè ab alijs tradita facilius demonstraremus, sed etiam omissa suppleremus. Ne quid igitur, quod ad formas numerorum, pertinet, desyderaretur, sicut pyramidibus & columnis numerarias figuras non unius generis, sicut & planis rectilineis, hactenus adsignauimus; ita & quinque illa geometrica solida, quæ vulgo regularia nuncupantur, adaptatis singula numeris imitabimur: structuram quidem primo definientes, & inde proprietatem singulorum, atque colligantias, per demonstrationes & exemplo exponentes. Sed, cum quinque sint apud egregios Geometras regularia illa, mirum in modum à Platone celebrata corpora, Pyramis uel Tetrahedrum, Octahedrum, Cubus, Icosahedrum, atque Dodecahedrum; è quibus sicut pyramidem tetrahedrum; ita & cubum hexahedrum quoq; à basium numero vocari nemo prohibet. Ex his duæ iam in numeris nostris tractata sunt formæ, pyramis scilicet in ordine primarũ pyramidum: & cubus inter eiusdem ordinis columnas. Sequitur nunc octahedrum, quod semper ex duabus proximis quadratis pyramidibus non aliter, quàm quadratis ex duobus proximis triangulis coalescit. Supersunt duo reliqua, quæ per numeros non nisi centralia intelligi & construi poterunt: quemadmodum in planis formæ secundi ordinis astruebantur. Et sicut in planis septanguli & octanguli numeri non, nisi per centrum & ambitum, conflari commodè possunt; ita fit in huiusmodi duobus postremis solidis. Item, sicut triangulos, quadratos, pentagonos, & hexagonos

xagonos non ſolùm primi generis, ſed etiam cētraliter efformauimus ad implendum ſecundum formarum ordinem; ita & hìc licebit reliqua tria priora ſolida, pyramidem, octahedrum, & cubum centraliter, ſicut poſtrema duo per numeros configurare. Cum itaq; tam pyramides triangulæ, quàm cubi primæ ſpeciei ſatis iam ſuperius conſtructi & expoſiti ſint, & eorum proprietates declaratæ: nunc & octahedri numeri eiuſdem ſpeciei ſic quidem faciliter conſtruentur, ſi ab vnitate exordium capientes, (vt diximus) duas quasq; proximas primi generis quadratas pyramides coniūgamus: ſicuti fit in ipſo continuo geomotricoq; octahedro ſolido. Cum itaque pyramides quadratæ primæ huiuſmodi ſe in ordine habeant, vt ſuperius deſcribebātur, iā & octahedri numeri primæ ſpeciei ſinguli & collaterali & præcedenti pyramide cōiūctis haud difficilius ſub ijſdem exarabūt. Hoc vȝ pacto.

1.	5.	14.	30.	55.	91.	140.	204.	285.	385.	Pyramides quadratæ primi generis.
1.	6.	19.	44.	85.	146.	231.	344.	489.	670.	Octahedri primi generis.

Et eadem aggregatione in infinitum fiet proceſſus, & ſi non actu, potentia tamen, quæ nunquàm theorico intellectui negatur. Agendum nunc de ſolidis regularibus centralibus, in quibus ſemper vnitas in centro ponitur ſicut & in planis numeris centralibus. Sed opereprecium eſt intelligere imprimis quo pacto diſponendæ ſint cæteræ vnitates, & quibus in locis, ad efformanda, vt decet, talia ſolida numeralia. Nec dubium, quin in ſingulis, poſita vnitate cētri tam per ſingulos ſolidos angulos, quàm per ſingula baſium centra ſingulæ ſint vnitates diſponendæ. Itaque cum pyramis habeat quatuor angulos & totidem baſes, habebit cum centrali vnitate nouem vnitates. Cum autem octahedrum habeat

beat

beat ſex angulos, & octo baſes & centrum; habebit vni
tates quindecim. & totidem vnitates cubus: quandoqui-
dem habent angulos octo & baſes nouem & centrum. Vn-
de ſicut ſecundus ab vnitate octahedrus, ſecundo adequa-
tur cubo; ita & tertius tertio: & quartus quarto: & ſe-
quentes ſequentibus, ſinguli ſingulis in infinitum ſemper
æquales exiſtunt: vt poſtea demonſtrabimus. Deinde cū
Icoſahedrum habeat 12. angulos ſolidos, baſes autem 20. &
centrum; conſtituetur ex vnitatibus 33. & ex totidem
vnitatibus dodecahedrus, vt pote qui habet angulos 20.
baſes 12. & centrum, hoc eſt ſecundus Icoſahedrus ſecun-
do Dodecahedro æqualis eſt. Et ſimiliter deinde tertius ter
tio: & quartus quarto: & ſequentes ſequentibus ſinguli
ſingulis Icoſahedri Dodecahedris in infinitum ſemper adæ-
quabuntur propter eandem, quæ in Octahedro & cubo, reci
procam angulorum & baſium numerorum æqualitatem:
vt in ſuo loco in propoſitionibus oſtendemus. Sed quo pacto
ſequentes ſolidi numeri, hoc eſt, ſequentium locorum formen
tur, audi. Nec te, perſpicaciſſime lector, tædeat ea perpēde-
re, quæ ad huiuſmodi numerarias formas, ab alijs omiſſa, &
ad ſpeculationis Arithmeticæ perfectionē maximè ſpectāt.
Cognoſces enim proprietates earum notatu digniſſimas, nec
niſi curioſis ingenijs patulas. Imaginor itaq; in hiſce quin-
que ſingulis regularibus ſolidis, à centro ad angulos educi
ſingulas ſemidiametros: quæ quidem in pyramide erunt
quatuor in octahedro 6. in cubo 8. in Icoſahedro 12. In dode-
cahedro 20. quot ſcilicet ſunt ſolidi anguli, ſeu vertices ſoli-
dorum. Deinde in iiſdem intelligo linearia latera quæ ver-
tices ipſos coniungunt. in pyramide ſcilicet latera ſex, In
octa-

octahedro 12. In cubo totidem. In icosahedro 30. In dodecahedro totidem. Quæ quidem, cum semidiametris latera singula binis totidem triangulos continent quot sunt latera. His suppositis, iam nulli obscurum erit inter trina quidem qualibet huiusmodi triangula pyramides intercipi, quę tot sunt quot ipsius solidi bases, in tetrahedro .s. pyramides quatuor triangulas, in octahedro octo triangulas; in icosahedro viginti similiter triangulas. At in cubo inter quaterna triangula, pyramides sex quadratas. In dodecahedro inter quina triangula, pyramides 12. pentagonas. Quibus consideratis, iam constabit, vnumquodque horum solidorum construi debere ex vnitate centrali, ex vnitatibus per semidiametros dispositis, ex numeris triangulis, exque numeris pyramidibus. Hoc modo. Pyramidem, siue tetrahedrum, ex centro, ex quatuor semidiametris, ex senis triangulis, & ex quatuor pyramidibus triangulis. Octahedrum ex centro, ex senis semidiametris, ex duodecim triangulis, & ex 8. pyramidibus triangulis: cubum ex centro, ex 8. semidiametris, ex 12. triangulis, & ex senis pyramidibus quadratis. Icosahedrum ex centro, ex duodecim semidiametris, ex triginta triangulis, & ex 20. pyramidibus triangulis. Dodecahedrum ex centro, ex 20. semidiametris, ex triginta triangulis, & ex 12. pyramidibus pentagonis. Postquam itaque vnitas præbet singulis solidis huiusmodi, nomen: quippe quæ nullam non numeri spetiem suscipit; iam in secundo loco (vt diximus) pyramis habebit 9. vnitates; Octahedrus 15. cubus totidem. Icosahedrus 33. Dodecahedrus totidem.

 Nam

Nam cētrum cum angulis & basium centris tot vnitates suscipiunt. Quo quidem in loco semidiametri sunt ipsę angulorum vnitates: trianguli nulli: pyramides verò solæ vnitates, quæ sunt basium centra. Quare hic tam semidiametri, quàm pyramides exordium sumunt. Intellige autem semper △los primæ speciei; pyramides verò secundæ: quoniam oportet eas esse centrales. In tertio mox loco crescunt singulæ semidiametri per vnitatem: trianguli autem exordium capiunt, suntque vnitates; pyramides verò sunt, quæ vnitatem sequuntur: triangulæ quinarium singulæ; quadratæ senarium: ac pentagonæ septenarium habentes: In quo quidem loco pyramis constat ex 1. ex quatuor semidiametris, scilicet 8. ex sex triangulis, scilicet 6. & ex quatuor pyramidibus, scilicet 20. quæ conficiunt 35. Octahedrus constat ex 1. ex sex semidiametris, scilicet 12. ex duodecim triangulis, scilicet 12. & ex 8. pyramidibus triangulis, scilicet 40. quæ constant 65. & tantundem faciunt vnitas: octo semidiametris, scilicet 16. ac 12. trianguli, scilicet 12. cum sex pyramidibus quadratis. s. 36. pro cubo construendo: nam octahedrus & cubus semper sunt æquales. Icosahedrus fit ex 1. ex 12. semidiametris, scilicet 24. ex 30. triangulis, scilicet 30. ex 20. pyramidibus triangulis, scilicet 100. vnde complectitur 155. Et tantundem suscipit huius loci dodecahedrus. Nam vnitas 20. semidiametri, scilicet 40. trianguli 30. scilicet 30. pentagoni pyramidis 12. scilicet 84. simul constant dictū numerum, scilicet 155. In quarto loco semidiametri singulæ habent 3. trianguli singuli 3. pyramides, triangulæ singulæ 15. quadrati 19. pentagoni 23. vbi pyramis cum constet ex

vnitate ex quatuor ſemidiametris, ſcilicet 12. ex ſex triangulis, ſcilicet 18. ex quatuor pyramidibus, ſcilicet 60. habebit 91. Octahedrus autem ex vnitate ſex ſemidiametris ſcilicet 18. ex 12. triangulis ſcilicet 36. & ex octo pyramidibus triãgulis. ſ. 120. conſtans, habebit 175. & tantundẽ cubus: nã vnitas, octo ſemidiametri ſcilicet 24. duodecim trianguli ſcilicet 36. & ſex pyramides, ſcilicet 114. eundem numerũ 175. conficiunt. Item icoſahedrus conſtans ex vnitate, ex 12. ſemidiametris, ſcilicet 36. ex 30. triangulis, ſcilicet 90. & ex 20. pyramidibus triangulis ſcilicet 300. comprahendet 427. & tantundem Dodecahedrus. Nam vnitas viginti ſemidiametri, ſcilicet 60. triginta trianguli, ſcilicet 90. duodecim pyramides pentagonæ, ſcilicet 276. eundem numerum 427. conſtituunt. In quinto loco ſemidiametri ſingulæ habent 4. trianguli ſinguli 6. pyramides triangulæ ſingulæ 34. quadratæ 44. pentagonæ 54. Unde aggregatis vnitate ſemidiametris, triangulis, & pyramidibus prædicto ſub numero ſumptis, conſtabunt ſolida quinti loci: pyramis 189. octahedrus ac cubus 369. Icoſahedrus & Dodecahedrus 909. pro ſexto loco ſemidiameter habent 5. triangulus 10. pyramis triangula 65. quadrata 85. pentagona 105. Unde aggregatio repetita faciet pyramidem 341. Octahedrum & Cubum 671. Icoſahedrum & dodecahedrum 1661. Pro ſeptimo loco ſemidiameter habent 6. triangulus 15. pyramis triangula 111. quadrata 146. pentagona 181. ſic ex conſueto cumulo fiet pyramis 559. Octahedrus & Cubus 1105. Icoſahedrus & dodecahedrus 2743. Pro octauo loco, ſemidiameter habent 7. triangulus 21. pyramis triangula 175.

quadrata 231. pentagona 287. & factis, secundum regulam summis, pyramis erit 855. Octahedrus & cubus 1695. icosahedrus, & dodecahedrus 4215. Pro nono loco, semidiameter sortitur 8. triangulus 28. pyramis triangula 260. quadrata 344. pentagona 428. & peracta more consueto congerie, perueniet pyramis 1241. Octahedrus & cubus 2465. Icosahedrus & dodecahedrus 6137. Pro decimo demum loco, semidiameter habet 9. triangulus 36. pyramis triangula 369. quadrata 486. pentagona 609. ex quorum positione conflabũt summæ pyramidis quidẽ 1729. Octahedri & cubi 3439. Icosahedri & dodecahedri 8569. & deinceps, seruato semper pręcepto, in infinitum inuenietur cubus octahedro, & dodecahedrus icosahedro æquales. Quod sic esse, demonstratione postea roborabimus, præmissis necessarijs præambulis. Mox & alias quasdam admiratu dignas proprietates executuri, sicut profundas, ita maioribus nostris nunquam hactenus animaduersas, quæ quidem idcirco prælibata sunt à nobis ingeniose Lector, vt ea, quæ demonstraturi sumus, magis tibi peruia sint, sed & solida ipsa vsque ad decimum locum collecta hic breui tabella commonstrabimus, vt dudumtraditum structuræ modum, exposito exemplo prontius intelligas. Eccam tabellam.

1	9	35	91	189	341	559	855	1241	1729	Pyram. cubi mixti.
1	15	65	175	369	671	105	1695	2465	3439	Octahedri cubi.
1	33	155	427	909	1661	2743	4215	6137	8569	Icosahedri dodecah.

Est etiam tertia cuborum species, quos mixtos appellare libuit: eo quod singuli fiant ex mixtione collateralis cubi primi generis & cubi præcedentis, non aliter, quàm quadrati

centrales

centrales ex mixtione quadrati collateralis & præcedentis primi generis. Sed magis admiraberis ingeniose Lector, huiusmodi cubos mixtos esse singulos ęquales singulis collateralibus tetrahedris centralibus iamdudum expositis, sicut in fine demonstrabimus. His ergo præmissis, ad ipsorum solidorum diffinitiones veniamus.

DIFFINITIONES.

Pyramis triangula siue tetrahedrus primi generis, quæ figura, propter basium conformitatem, inter numerarias regulares solidas reponi meretur, constitit in diffinitionibus primis. Octahedrus primi generis compaginatur ex duabus quadratis pyramidibus primi generis.s.collaterali, & præcedenti: queadmodum quadratus primus cõflabatur ex duobus primi generis triangulis, collaterali scilicet & præcedenti. Cubus mixtus componitur ex duobus cubis primi generis, scilicet collaterali & præcedenti, non aliter q̃ antea quadratus centralis conflabatur ex duobus primi generis quadratis.s.collaterali & præcedenti. Nunc autem diffiniendæ sunt solidorum regularium centralium, siue secundi generis structuræ sic: Omnis radix propositi loci cum vnitate, triãgulo præcedente primi generis, pyramideque centrali collaterali, constituere potest numerum solidum, regularem sequentis loci: ita scilicet vt radix in numerum solidorum angulorum multiplicetur: triangulus in numerum laterum linearum, Pyramis in numerum basium, Tetrahedrum igitur, siue pyramidem construet, vnitas centralis, radix quadruplicata, triangulus sexcuplicatus, & pyramis triangula quadruplicata. Octahedrum autem constituet vnitas centralis, radicis secuplum, trianguli duodecuplum, & Pyramidis triangulæ octuplum. Hesahedrum siue cubum conficiet vnitas centralis, radicis octuplum, trianguli duodecuplum, & pyramidis quadratæ sexcuplum. Icosahedrum conflabit, vnitas centralis, radicis duodecuplum, trianguli trigecuplum, & pyramidis triangulæ vigecuplum. Dodecahedrum tandem conflabit, vnitas radicis vigecuplum, trianguli Trigecuplum, & pyramidis pentagonæ duodecuplum. Pyramides

enim pro cubo quadratæ: pro dodecahedro pentagonæ: pro cæteris triangulæ capiendæ ſunt, quo ſcilicet ſint corporis ipſius baſibus conformes.

PROPOSITIO 87.

Omnis octahedrus primi generis æqualis eſt pyramidi quadratę centrali, ſibiq́; collaterali. Exempli gratia: octahedrus quintus, primi generis eſt. Aio, quod is idem numerus eſt, & pyramis quadrata centralis quinta. Nam per 75ᵃ & 68ᵃ huius, pyramis quadrata quinta conficitur ex duabus pyramidibus quadratis primi generis, ſcilicet quinta & quarta, & per diffinitionem ipſius, de quo loquimur, octahedri, talis octahedrus quintus componitur ex ijſdem dictis duabus quadratis pyramidibus. Igitur octahedrus quintus eſt pyramidi quadratę quintæ ęqualis: & ſimiliter in quo vis alio loco verificatur propoſitum.

85 { 55 / 30

PROPOSITIO 88.

Omnis cubus primi generis æqualis eſt aggregato ex octahedro primi generis collaterali, duploq́; triangulæ pyramidis præcedentis. Exempli gratia: cubus quintus, ſcilicet 125. æqualis eſt octahedro primi generis quinto. ſ. 85. vna cum duplo pyramidis quartæ primi generis, ſcilicet cum 40. Quod ſic oſtenditur, per 51ᵃ huius, cubus quintus ęqualis eſt pyramidi hexagonæ æquiangulæ quintæ: per 41ᵃ autē pyramis hexagona quinta ęquiangula valet aggregatum ex pyramide pentagona quinta, & ex duabus pyramidibus quarti loci. ſ. quadrata & triangula primi generis. Sed, per 36ᵃ huius, pyramis pentagona 5ᵃ æquiualet aggregato pyramidum quadratæ quintæ, & triangulæ quartę. Igitur pyramis hexagona quinta, ſiue cubus ipſi æqualis valebit aggregatum ex duabus pyramidibus quadratis quinta & quarta, & ex duplo pyramidis triangulæ quartæ. Cumq́; per diffinitionem duæ prædictæ pyramides quadratæ cōficiant octahedrum primi generis quintū: iam & talis octahedrus quintus cum duplo pyramidis triangulæ quartæ ſumptus, adæquabit cubum quintum: quòd erat demonſtrandum. & perinde ſicut in quinto, ita in quouis alio loco conſtabit propoſitum.

per 36ᵃ pyr. ⬠ 5ᵃ 75. { pyr. □. 5ᵃ 55. / pyr. △ˡᵃ 4ᵃ 20. }

per 41ᵃ / pyr. *. 5ᵃ / pCubᵒ 5 / 125 { pyr. ⬠ 5ᵃ 75. / pyr. □. 4ᵃ 30. / pyr. △ˡᵃ 4 20. } per 51ᵃ

per diffi. Octahed. 5ᵃ 85 { pyr. □ᵗᵃ 5ᵃ 55 / pyr. □. 4ᵃ 30 }

PROPOSITIO 89.

Omnis impar in quadratum ſecundæ ſpeciei, hoc eſt, centralem, ſibi collateralem multiplicatus, producit gnomonem collateralem ex ordine gnomonum ab vnitate cōtinuatorum, atq; quadratos ex quadratis primis in ſe ductis genitos per additionem

ſucceſſiuam

successiuam constituentium. Præmissa vnitate, quæ omnem numeri speciem repræsentat secundus impar est 3. secundus autem quadratus centralis est 5. ex horum ducto fit 15. gnomo secundus quippe qui cum vnitate facit 16. quadratū scilicet quaternarij. Quod sic ostendo: post vnitatem notabo primum duos in tres, in quatuor, in quinque numeros ab vnitate per duplam proportionem notatos. Hoc pacto duo primi numeri, scilicet 1. 2. per sextam huius simul conficiunt imparem secundi loci, scilicet 3. Extremi autem sequentis ordinis scilicet 1. 2. 4. sunt 1. & 4. proximi scilicet quadrati, quorum congeries, per 68ª huius, est quadratus centralis secundi loci, scilicet 5. Itaque demonstrandum est, quòd aggregatum ex vno, & 2. multiplicatum in congeriem ex 1. & 4. producit gnomonem secundi loci, hoc est differētiam ipsorum 1. & 16. qui sunt quadrati quadratorum, primus vnitatis, & alter quaternarij. Talis enim gnomo, scilicet 15. appositus vnitati, constituit 16. quadratum quadrati secundi: Nam in hisce quatuor numerorum ordinibus, duo primi, scilicet 1. 2. sunt differentiæ trium sequentiū, scilicet 1. 2. 4. & rursus hi tres sunt differentiæ quatuor sequentium, scilicet 1. 2. 4. & 8. & adhuc hi quatuor sunt differentiæ quinque postremorum, scilicet 1. 2. 4. 8. 16. quandoquidem in numeris continue proportionalibus differentiæ sunt continue proportionales, & primæ differentiæ sint iam vnitates, sicut primi ordinum singulorum numeri. Hic est autem processus demonstrationis: aggregatum ex vno & 2. primi ordinis ductum in vnitatem, facit cōgeriem 1. & 2. in tertio ordine. Item aggregatum ex 1. & 2. primi ordinis ductum in 4. producit 4. & 8. in tertio ordine, hoc est, 12. Igitur tale aggregatum ex 1. & 2. hoc est 3. ductum in congeriem ex 1. & 4. hoc est, in 5. producet cumulum quatuor numerorum, scilicet 1. 2. 4. 8. Verùm talis cumulus facit cumulum differentiarū quarti ordinis, scilicet ipsorū 1. 2. 4. 8. 16. & perinde facit differentiam extremorum, scilicet 1. & 16. hoc est, 15. gnomonem secundi loci prædictum. Quod fuit demonstrandum. Item dico quòd tertius impar, scilicet 5. ductus in tertium quadratum centralem. s. 13. producet tertiū gnomonem ex prædictis, scilicet 65. qui. s. cum 16. coniunctus facit quadratū nouenarij, qui tertius quadratus est, facit inquā 81. quadratum ex quadrato tertio in se dicto genitum. Quod haud obscure, nec difficilius ostendam Hoc processu.

Pro secundo loco.

1
1 . 2
1 . 2 . 4
1 . 2 . 4 . 8
1 . 2 . 4 . 8 . 16

3 } 15
5

Pro tertio loco.

1
2 . 3
4 . 6 . 9
8 . 12 . 18 . 27
16 . 24 . 36 . 54 . 81 .

5 } 65.
13

Poſt vnitatem notabo radices proximas ſecundi & tertij lo ci, ſcilicet 2. & 3. qui, per ſextam huius, coniuncti faciunt tertium imparem: mox duco 2. in ſe, & in 3. nec non 3. in ſe, & fient 4. 6. 9. continue proportionales in ratione ipſorũ 2. & 3. & Rurſum, ex quatuor multiplicationibus, ſcilicet ex ductu 2. in 4. & in 6. & ex ductu 3. in 6. & in 9. fiant quatuor numeri ſimiliter proportionales 8. 12. 18. 27. Et adhuc ex quinque multiplicationibus, ſcilicet ex 2. in ſingulos dictos 4. 8. 12. 18. 27. & ex 3. in 27. fiant quinque numeri 16. 24. 36. 54. 81. in eadem ratione continua proportionales. Atque his conſtitutis, demonſtrandum erit quòd aggregatum ex 2. & 3. ſcilicet 5. tertius impar, multiplicatum in aggregatum ex 4. & 9. hoc eſt, in 13. quod, per 68ª, eſt tertius quadratus centralis, producit differentiam ipſorum 16. & 81. hoc eſt, gnomonem ex his, quales diximus tertium. Nam per 21ª ſeptimi Elementorum Euclid. quoniam ex ductu ipſorum 2. 3. primi ordinis, naſcuntur numeri trium reliquorum ordinum, idcirco ſinguli ordines ſeruant continuam proportionem primi: & quoniam ex multiplicante in differentiam multiplicatorum, producitur differentia productorum: idcirco, duo numeri primi ordinis, ſcilicet 2. & 3. ſunt differentię numerorum ſequentis ordinis, ſcilicet ipſorum 4. 6. & 9. & ſimiliter hi tres ſunt differentię numerorum quarti ordinis, qui ſequitur, ſcilicet ipſorum 8. 12. 18. 27. Nec ſecus hi quinque ſunt differentiæ quinque numerorum ſequentium, ſcilicet 16. 24. 36. 54. 81. quo fit, vt cumulus ipſorum 8. 12. 18. 27. ſit differentia ipſorum 16. 81. extremorum. Vnde demonſtrandum erit, quòd ex multiplicatione aggregati ipſorum 2. 3. in congeriem ipſorum 4. & 9. hoc eſt ex ductu 5. in 13. tertij, ſcilicet imparis in tertium quadratum centralem, producitur cumulus ipſorum 8. 12. 18. 27. hoc modo. Quoniam ex 2. in 4. fit 8. & ex 3. in 4. fit 12. per 23ª ſeptimi Euclidis (quoniam 2. ad 3. ſicut 4. ad 16.) propterea ex 4. in aggregatum ipſorum 2. 3. fit aggregatum ipſorum 8. 12. per primam ſecundi Elementorum, & per eãdem rationem, quoniã ex 2. in 9. fit 18. & ex 3. in 9. fit 27. propterea ex 9. in aggregatum ipſorum 2. 3. fit aggregatum ipſorum 18. 27. Rurſum ergo ex prima ſecundi Euclidis ſequitur, vt ex aggregato ipſorum 2. 3. in aggregatum ipſorum 4. 9. fiat cumulus quatuor numerorum 8. 12. 18. 27. Quod fuit demonſtrandum.

Pro quarto loco.

1
3 . 4
9. 12. 16
27. 36. 48. 64
81. 108. 144. 192. 256

7 } 175.
25 }

Eodem

Eodem penitus processu demonstrabimus, ꝙ quartus impar. s. 7. ductus in quadratũ cẽtralem quartũ 25. efficit 175. gnomonẽ quartũ, qui cum quadrato nouenarij iunctus. s. cum 81. cõponit quadratũ ex 16. scilicet 256. Itẽ similiter ostendemus, ꝙ quintus impar. s. 9. ductus in quintũ quadratũ cẽtralẽ. s. 41. producit 369. gnomonẽ quintũ, q̃ cũ 256. cõstituit 625. q̃ quadratus est 5ⁱ quadrati: & sic in infinitũ.

Tro quinto loco.
1
4 . 5
16. 20. 25
64. 80. 100. 125
256. 320. 400. 500. 625.
9 } 369
41 }

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	Quadrati primi.
1	5	13	25	41	61	85	113	145	181	Quadrati centrales.
1	15	65	175	369	671	1105	1695	2465	3439	Gnomones,

Propositio 90.

Vnusquisque dictorum gnomonum æqualis est aggregato triãgulorum centralium ab vnitate per ordinem sumptorum, & tot quot sunt vnitates imparis collateralis. Exempli gratia. 15. gnomo post vnitatem æqualis est aggregato trium triangulorũ centralium. s. 1. 4. 10. quoniam ternarius est impar collateralis ipsius gnomonis secundi. At 65. gnomo sequens æqualis est aggregato quinque triangulorum, scilicet 1. 4. 10. 16. 31. quoniam. s. 5. est impar collateralis dicto gnomoni. & sic deinceps in infinitum. Et quoniam tria talia triangula, per diffinitionem componunt pyramidem triangulam centralẽ tertij loci, & quinque talia prædicta triangula constituunt pyramidem triangulam quinta loci, & sic deinceps per impares locos in infinitũ: propterea propositio p̃ns hoc dicit.

COROLLARIVM.

Quòd tales gnomones sunt pyramides triangulæ centrales per impares locos dispositæ in infinitum. Cuius propositionis & corollarij demonstratio hæc est. Aio, ꝙ 65. gnomo tertij loci, est pyramis triangula centralis quinta. Quod sic patet. Ducatur 5. in 31. radix. s. quinta in triangulum 31. quintũ qui basis est pyramidis ipsius quintæ, & producũtur 155. colũna. s. triãgula quinta huic addo quadratum quintũ primæ speciei. s. 25. & triangulum quintũ. s. 15. & cõflãtur 195. q̃d, per 79ª huius, triplũ est pyramidis suæ quintæ. productũ aũt ex 5. in 31. cum dictis quadrato & triãgulo, sumptũ, est æquale producto ex 5. in 39. quoniam. s. 39. constat ex 31. 5. & 3. hoc est, triangulo quinto: impare tertio, & radice tertia: & ex tali radice in talem imparem, hoc est,

5 { 13 —— 65
5 { 39 —— 195

eſt ex 3. in 5. fit dictus triangulus quintus 15. (vt ex regula progreſſionis facile conſtat) Quo fit, vt productũ ex 5. in 39. æquale ſit producto ex 5. in 31. in 5. & in 3. hoc eſt, producto ex 5. in 31. cum quadrato quinarij & triangulo quinto, hoc eſt, cum 25. & cum 15. Et, quoniam 31. triangulus, ſcilicet quintus centralis cum ipſo quinario & ternario, quoniam quinarius eſt tertius impar, conficiunt ſemper triplum tertij quadrati centralium, qui nunc eſt. 13. & gnomo 65. fit ex 5. in ipſum 13. per pręmiſſam. Iam iccirco productum ipſum ex 5. in 39. ſcilicet 195. triplum erit gnomonis 65. fuit autem & triplum pyramidis triangulæ quintæ: Igitur gnomo tertius & pyramis centralis quinta ſunt æquales. Quod erat demonſtrandum. Sed reſtat oſtendere, quòd triangulus imparis loci cum ipſo impare & cum radice collaterali ad imparem faciunt ſimul triplum quadrati centralis, qui collateralis eſt ipſi radici. Hoc eſt aſſumpto exemplo, quod 31. cum 5. & 3. faciunt triplum ipſius 13. quod ſic oſtendetur: Diſponantur quatuor ſeries numerorum, ſingulæ ab vnitate initium capientes: in quarum prima ſint trianguli centralis locorum imparium, ſcilicet 1. 10. 31. 64. & in ſecunda 1. 3. 5. 7. & cæteri impares per ordinem. In tertia radices naturalis progreſſus 1. 2. 3. 4. &c. In poſtrema 1. 5. 13. 25. & cæteri quadrati centralis. In quibus id quod volumus facile conſtabit.

Nam cum in exordio tres vnitates ſint

1	10	31	64	109	166	235	316	409	514	Triãg. cẽtrales locorũ impariũ
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Radices.
1	5	13	25	41	61	85	113	145	181	Quadrati centrales.

triplum quartæ. et trium ſubſequẽtium tres ad primas vnitates augumenta ſuper ipſas vnitates faciant duodenarium, qui numerus triplus eſt ad augumentum, quo in quarta ſerie ſequens vnitatem excedit ipſam vnitatem; iam ideo neceſſe erit, vt aggregatum trium corollarium, ſcilicet 10. 3. 2. ſit triplum ad hũc ſequentem, ſcilicet 5. Item quoniam augumenta trium in tertio loco ſequentium ſupra tres præcedentes conflant 24. Et augumentum reliqui in

quarta

quarta ſerie ſupra ſuum præcedentem eſt 8. Idcirco & aggregatum trium illorum, ſcilicet 31. 5. 3. erit & triplum dicti reliqui, ſcilicet 13. Et ſic deinceps in infinitum, propter augmenta illic per duodenarium, hic per quaternarium creſcentia ſemper demonſtrabimus. Quod demum in dictis quatuor ſeriebus numeri ſecundum talia procedant crementa, facillimum eſt oſtendere. In triangulis quidem ſi conſideretur continuatorum crementa, quæ creſcunt per ternarium, iam alternatorum crementa per duodenarium augebuntur. At in ſerie imparium quis neſcit crementũ fieri per binarium, & in ſerie radicum per vnitatem? deniq; in ſerie poſtrema quadratarum centralium, quoniam ſinguli conſtant ex binis proximis quadratis primæ ſpeciei, quorum differentiæ creſcunt per binarium, quia videlicet conflatur per additionem continuam imparium, ideo differentias ſortiuntur per quaternarium creſcentes. Sic nihil reſtat, quod ad demonſtandum propoſitum faciet.

Δ^li Centrales loci impares	Dĩæ Δ^lorũ continuatorũ.	Dĩæ Δ^lorũ in locis impar.
+ 1.		
4.	3, 6	9
+ 10.		
19.	9, 12	21
+ 31.		
46.	15, 18	33
+ 64.		
85.	21, 24	45
+ 109.		
136.	27, 30	57
+ 166.		

PROPOSITIO 91.

Tres quadrati centrales cum quatuor vnitatibus ſumpti, ſunt æquales quatuor triangulis centralibus cum tribus vnitatibus ſimul acceptis in eodem loco. Nam triangulus centralis conſtat ex vnitate & tribus triangulis primę ſpeciei pręcedentis loci. Quadratus verò centralis conſtat ex quatuor triangulis primę ſpeciei præcedentis loci, & ex vnitate. Quam ob rem, quatuor trianguli centrales conſtabunt ex 12. triangulis primæ, & ex quatuor vnitatibus. Tres verò quadrati centralis conſtabunt ex 12. triangulis primæ, & ex tribus vnitatibus. Igitur, ſi apponantur hic quatuor, illic tres vnitates, conſtabit veritas propoſiti.

PROPOSITIO 92.

Tres pyramides quadratæ centrales cum quatuor axibus ſumptæ, ſunt æquales quatuor pyramidibus triangulis centralibus cũ tribus axibus in eodem loco ſimul acceptis. Hæc conſtat ex præcedenti: quoniam pyramides conſtant ex baſibus, illæ quadratis, hæ triangulis, & axes conſtant ex totidem vnitatibus ſingulæ. Quare cùm ex aggregatione æqualium coacceruentur æqualia, conſtat propoſitum.

PROPOSITIO 93.

Tres Pentagoni centrales cum quinque vnitatibus simul sumpti sunt æquales quinque triangulis centralibus cum tribus vnitatibus simul acceptis in eodem loco. Quoniã triãgulus centralis constat ex vnitate & ex tribus triangulis primis præcedentibus. Pentagonus autem centralis constat ex quinque triãgulis primis præcedentibus ex vnitate: quam ob rem quinque trianguli centrales constabunt ex 15. triangulis primis & ex 5. vnitatibus. Tres verò pentagoni constabunt etiam ex 15. triangulis primis, & ex tribus vnitatibus: Igitur si apponantur hic 5. illic tres vnitates, constat propositum.

PROPOSITIO 94

Tres pentagonæ pyramides centrales cum quinque axibus sunt æquales quinq; pyramidibus triangulis centralibus cum tribus axibus eiusdem loci pariter acceptis. Hæc sequitur ex præmissa: quoniã pyramides constant ex planis, illæ pẽtagonis, hæ triãgulis, & axes constant ex totidem vnitatibus singulæ. Igitur cũ ex aggregatione æqualium coaceruẽtur ęqualia, verum est id, quod ostendendum proponitur.

PROPOSITIO 95.

Omnis cubus centralis æqualis est octahedro centrali sibi collaterali. Nam talis cubus, per diffinitionem construitur ex vnitate, quòd est centrum: ex octo semidiametris, ex 12. triangulis primis: quoniam tot sunt latera linearia solidi: & ex sex pyramidibus quadratis centralibus quot, scilicet sunt bases solidi. Octahedrus autem conflatur ex vnitate centrali, ex senis semidiametris, ex 12. triangulis primis: quoniam tot sunt eius solidi latera, & ex octo pyramidibus triangulis centralibus, propter totidem bases. Sed cum per 92ª pmissam, tres pyramides quadratæ cum quatuor axibus, qui sunt æquales semidiametris singulæ singulis, sint æquales quatuor pyramidibus triangulis cum tribus axibus: Iam sex pyramides quadratæ cum octo semidiametris erunt æquales octo pyramidibus triangulis cum sex semidiametris. At vnitas & 12. trianguli eãdem vtrobique summã ingerunt. Ergo & totus solidus numerus toti solido numero, scilicet cubus Octahedro adæquabitur: quemadmodum proponitur.

Cubus { Vnitas; 8. semid. χ; 12. △li +; 6. pyr □tæ χ }

Octahedrus { Vnitas; 6. semid. χ; 12. △li +; 8. Pyr. △læ χ }

PROPOSITIO 96.

Omnis Dodecahedrus numerus æqualis est Icosahedro numero sibi collaterali. Sicut præmissa, per nonagesimã secundam

ita

ita pñs propositio per 64ᵃ demonstrabitur. Nãque, per suppositionem nostram, icosahedrus conficitur ex vnitate, quod est centrum: ex 12. semidiametris, ex 30. triangulis primis, secundum laterum numerum solidi: & ex 20. pyramidibus triangulis centralibus, iuxta numerum basium. Dodecahedrus autem numerus formabatur item ex vnitate centrali, ex viginti semidiametris, ex triginta triangulis primis, propter totidem latera, & ex 12. pyramidibus pentagonis centralibus, quot sunt solidi bases. Sed cum per 94ᵃ præmissam, tres pentagonę pyramides cum quinque axibus; siue semidiametris sunt æquales quinq; pyramidibus triangulis cum tribus axibus, siue semidiametris: iam & 12. Pentagonæ Pyramides cum 20. semidiametris simul, æquales erunt 20. pyramidibus triangulis cum 12. semidiametris. Atque vnitas & triginta trianguli tantundem vtrobique accumulant. Igitur ex totus icosahedrus toti dodecahedro æqualis erit, sicut in propositione concluditur.

Icosahedrus { Vnitas; { 12. semid.; 30. △ˡⁱ }; 20. pyr. △ˡᵃᵉ }

Dodecahedrus. { Vnitas; { 20. semid.; 30. △ˡⁱ }; 12. pyr. ⬠ⁿᵃᵉ }

PROPOSITIO 97ᵃ.

Vnitas, quatuor diametri, hoc est, par numerus, quẽ voco diametrum, quadruplicatus cum octuplo trianguli primi, vno retro intermisso accepti, componunt quadratum imparis collateralis. Disponantur quatuor numerorum series ab vnitate, scilicet trianguli primi, pares, impares & imparium quadrati per ordinem. Et in ordine parium capiatur quilibet par, vtputa 8. ex triangulis autem capiatur, vno intermisso præcedens, scilicet 6. octuplicatus, hoc est, 48. Aio igitur, quòd vnitas, quadruplum ipsius 8. scilicet 32. simul cum 48. conficiunt quadratũ collateralis imparis, scilicet 81. Nam per 54ᵃ huius, vnitas cum 48. quod est octuplum trianguli 6. facit quadratum imparis sequentis, scilicet 49. qui quadratus est ipsius 7. per 60ᵃ verò huius, ipse numerus par 8. quadruplicatus, scilicet 32. coniunctus cum quadrato imparis præcedentis, scilicet cum 49. efficit quadratum collateralis imparis, scilicet 81. Igitur vnitas cum 32. & 48. conflant quadratum collateralis imparis prædicti, similiter in cæteris horum quatuor ordinum numeris per eadem penitus argumentando procedens, sicut demonstrandum proponitur.

1, 48 } 49; 49, 32 } 81

1	3	6	10	15	21	2	36	45	55	Trianguli primi.
0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	Pares
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
1	9	25	49	81	121	169	225	289	361	Quadrati impariũ.

PROPOSITIO 98ª.

Quadruplum dicti trianguli, vno intermiſſo præcedentis imparem, cum ſexcuplo pyramidis quadratæ centralis immediate dictum imparem præcedentis coniunctum, conficit duo ſupplementa, quæ ſingula fiunt ex ductu ipſius imparis in latus ſecundi quadrati præcedentis: & coniuncta cum quadrato ipſius imparis conſtituunt gnomonem: qui coniunctus cum ſecundo quadrato prædicto, conſtruit ſecundum quadratum ſequentem, hoc eſt, ipſius imparis collateralem. Intelligo ſecundos quadratos eos, qui ex primis in ſe ductis fiunt: vt 16. eſt ſecundus quadrat⁹ binarij 81. ſecũdus quadratus ternarij; & ſic deinceps. Itaque exponam primum, dein oſtendam propoſitionem. Exponatur ab vnitate ſex numerorũ ſeries, ſcilicet, radices, Impares Trianguli primi, Pyramides quadratæ cẽtrales, quadrati primi, & gnomones ſecundorum quadratorum, per ordinem continuati. Quibus exaratis, iam in ſecundo loco, impar eſt 3. hic autem quadruplum triãguli nullum eſt. Nam retro intermiſſa vnitate, nullus eſt triangulus. pyramis hunc locum pręcedẽs, eſt vnitas eius, ſexcupluseſt ſenarius: qui ſolus facit hìc duo ſupplementa 3. & 3. quæſingula fiũt ex impare huius loci, ſcilicet ex 3. in latus ſecundi quadrati præcedentis, ſcilicet vnitatis, hoc eſt, in vnitatem. Et coniuncta cum quadrato dicti imparis, ſcilicet cum nouem, conficiunt 15. gnomonem, ſcilicet eiuſdem loci: qui applicatus ſecundo quadrato prædicto, ſcilicet vnitati, cõſtruit iam ſecundum quadratum ſequentem, ſcilicet 16. In tertio autem loco, impar eſt 5. quadruplum trianguli, vno retro intermiſſo, ſumpti, ſcilicet vnitatis, eſt quatuor. Pyramis præcedens eſt 6. cuius ſexcuplum 36. qđ cum 4. facit 40. quæ ſunt duo ſupplementa, ſcilicet 20. & 20. quæ ſingula fiunt ex impare dicto, ſcilicet 5. in 4. latus ſecundi quadrati præcedentis, qui eſt 16. & coniuncta cum quadrato dicti imparis, ſcilicet cum 25. faciunt 65. gnomonem tertium: qui cõiunctus cũ ſecundo quadrato prædicto, ſcilicet 16 conflat iam ſecũdum quadratum ſequẽtem, ſcilicet 81. In quarto deinde loco,

loco, impar est 7. quadruplum trianguli vno retro intermisso, sumpti, scilicet ternarij, est 12. Pyramis præcedens est 19. cuius sexcuplum 114. quod cum 12. facit 126. quæ sunt duo suppleměta, scilicet 63.& 63.quæ singula fiũt ex impare dicto 7. in 9. latus, scilicet secundi quadrati præcedentis, qui fuit 81. & coniuncta cum quadrato dictæ imparis, scilicet 49. faciunt 175. gnomonem quartum, qui coniunctus secundo quadrato prædicto, scilicet 81. facit 256. secundum quadratum sequentem. Adhuc in quinto loco, impar numerus est 9. quadruplum trianguli non immediate præcedentis, scilicet 6. est 24. pyramis præcedens 44. cuius sexcuplum 264. quod cum 24. efficit 288. quæ sunt duo supplementa, scilicet. 144.& 144.quæ singula fiunt ex Impare dicto, scilicet 9. in 16. latus scilicet, quadrati secundi præmissi, qui fuit 256.& coniuncta cum quadrato dicti imparis, scilicet cum 81. faciunt 369. gnomonem iungendum secundo quadrato prædicto, scilicet 265. Vt cõflet 625. quadratum secundum quinarij: qui sequitur, positus in præsenti loco. Sic pro sexto, septimo, & sequentibus locis in infinitum fit similiter seriatim procreando, secundos radicum quadratos. Sed demonstrandum, quo pacto in singulis locis quadruplum trianguli, ex tertio retrorsum loco sumpti, cum sexcuplo pyramidis quadratæ præcedentis coniunctum, facit dicta duo suplementa, siue (quod idem est) quòd duplum talis trianguli cum triplo talis pyramidis coniunctum, facit vnum tale supplementum, quòd (vt dictum est) fit ex impare ipsius loci in latus secundi quadrati præcedentis: & proinde duo talia supplementa coniuncta cum quadrato dicti imparis, componunt gnomoně, qui iunctus cũ secundo quadrato prædicto conficit 2m quadratum sequentem, impariq; collateraleř.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Radices
1	3	5	7	9	11	13	15	17	17	Impares
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	Trianguli primi
1	6	19	44	85	146	231	344	489	670	Pyr.quadr. centrales
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	Quadrati primi.
1	15	65	175	369	671	1105	1695	2465	3439	Gnomones 2i

Verùm in primo post vnitatem loco, qui secundus appellatur, in quo (vt dixi) quadratum triangulæ nullum est, liquet quòd triplum pyramidis præcedentis, scilicet 3. facit tale supplementum, quod scilicet fit ex impare huius loci, qui ternarius est, in latus secundi quadrati præcedentis, scilicet in vnitatem: & idcirco per quartam secundi Euclidis, duo huiusmodi supplementa coniuncta cum quadrato dicti imparis, scilicet 9. conficiunt 15. gnomonem, scilicet eiusdem loci: qui appositus secundo quadrato prædicto, scilicet vnitati, construit secundum quadratum sequentem, scilicet 16. collateralem ipsius imparis: cuius quidem latus est quadratus ipse primus, scilicet 4. quoniam tale latus ex aggregatione constat vnitatis & sequentis imparis, per 15ª huius libri. In tertio loco id ipsum quoque ostendemus: in quo impar est 5. quadruplum trianguli 4. & pyramidis sexcuplum 36. & ideo trianguli duplum 2. pyramidis triplum 18. Quare hic ostendendum est, quòd 2. cum 18. faciunt 20 supplementum quod fit ex impare huius loci scilicet 5. in latus secundi quadrati præcedentis, hoc est in 4. quod sic patet: Nam columna quadrata centralis præcedentis loci, scilicet 10. cum duplo quadrati primi eiusdem loci, scilicet cũ 8. per 80ª huius, efficit triplum pyramidis eiusdem loci, quę quæ fuit 6. hoc est 18. Cui numero addo 2. parte altera longiorem eiusdem loci, & fiunt 20. Cumque 10. columna dicta fiat ex radice eiusdem loci, scilicet 2. in quadratum centralem collateralem, scilicet in 5. atq; ipse 5. constet ex quadrato primo collaterali & præcedenti, hoc est, ex 4. & 1. iam ipse 10. fit ex 2. in 4. & ex 2. in 1. coniunctus cum 2. parte altera longiore, hoc est totus 4. fiet ex 2. in 2. quod est aggregatum ex 1. & 1. Sic habemus tria producta, scilicet 8. ex 2. in 4. quod fuit duplum quadrati cum columna coniunctum. Item 8. & ex 2. in 4. atque 4. ex 2. in 2. integrãtiam totum numerum 20. cumque ex toto numero 20. ipse octonarius contineat bis 4. & rursum 8. bis 4. demonstrandum est quod reliquum, scilicet 4. contineat semel ipsum 4. vt totus 20. contineat quinquies, scilicet secundum numerum imparem huius locum, ipsum quatuor. Quod iam ratione comprobatur: quoniam scilicet 4. fit ex radice secundi loci, hoc est, ex 2. in parte altera longiore eiusdem loci, scilicet in 2. Et perinde factus adequatur quadrato collaterali, scilicet 4. sicut & radix æqualis est ipsi parte altera longiori. Producitur

2 — 5 — 10

2 { 4 — 8; 1 — 2; 1 — 2 }

2 — 4 — 8

citur itaque in hoc loco 20. supplementum ex 5. in 4. & perinde duo talia supplementa, scilicet 20. & 20. coniuncta cum 25. quod est quadratum ipsius 5. imparis, faciunt gnomonem 65. qui coniunctus cum quadrato ipsius 4. scilicet cum 16. quadrato secundo præcedentis loci, scilicet secundi, constituit sequentem quadratum secundum, collateralem, scilicet huic loco tertio, qui est 81. Nam per 4ª secundi Euclidis, supplementa duo ex lateribus quadratorum duorum producta, vnà cum ipsis quadratis componunt quadratum, cuius latus constat ex lateribus quadratorum componentium. Sed vnum laterum talium fuit quadratus numerus, scilicet 4. & alterũ fuit sequens impar, scilicet 5. Ergo & compositus ex illis, per 15ª huius libri, erit quadratus sequens, scilicet 9. latus scilicet totalis quadrati: & perinde totalis quadratus erit quadratus secundus ternarij, scilicet 81. qui ex 9. in se fit. In quarto etiam loco nunc demonstrationem repetemus: in quo impar est 7. quadruplũ trianguli est 12. sexcuplum pyramidis 114. & ideò trianguli 6. triplum pyramidis 57. Quare hic ostendendum est, quòd 6. cum 57. efficit 63. supplementum, quod fit ex impare huius loci, scilicet 7. in latus secundi quadrati præcedẽtis, hoc est in 9. quod sic patet. Nam columna quadrata centralis præcedẽtis loci, scilicet 39. cum duplo quadrati primi eiusdem loci, scilicet cum 18. efficit, per 80ª huius triplum pyramidis eiusdem loci, hoc est 57. Cui numero adijcio. 6. parte altera longiorem eiusdem loci: & fiunt 63. Cumque 39. columna dicta fiet ex radice eiusdem loci, scilicet 3. in quadratum centralem collateralem, scilicet in 13. atque ipse 13. constet ex duobus quadratis primis, scilicet, collaterali, & præcedenti, hoc est, ex 9. & 4. iam ipse 39. fiet ex 3. in 4. & ex 3. in 9. At ipse 6. parte altera longior, fit ex 3. in 2. Ergo 12. qui fit ex 3. in 4. coniunctus cum 6. parte altera longiore, scilicet 18. fiet ex 3. in 6. quod est aggregatum ex 4. & 2. Sic habemus tria producta, scilicet 18. ex 2. in 9. quod fuit duplum quadrati cum columna coniunctum. Item 27. ex 3. in 9. Atque 18. ex 3. in 6. integrantia totum 63. Cumque ex toto numero 63. ipse 18. contineat bis 9. & ipse 27. contineat ter 9. demonstrandum est, quòd residuum scilicet 18. continet bis 9. vt videlicet totus 63. concludatur continere septies ipsum 9. secundũ imparem. s. huius loci, qui septenarius est. Quod & ratione confirmatur.

3 — 13 —— 39
9 —— 27
3 { 4 —— 12
2 —— 6
2 — 9 —— 18

Quoniã 18. producitur ex radice tertij loci.ſ.3.in 6.parte altera longiorẽ eiuſdem loci: & perinde productus duplus eſt ad quadratũ eiuſdem loci, ſcilicet ad 9. quotuplus eſt parte altera longior ipſius radicis. Producitur itaque in hoc loco ſupplementũ 63.ex 7.in 6. Et perinde duo talia ſupplemẽta 63.& 63.coniuncta cum 49. quadrato ipſius imparis,faciũt gnomonem 175. Qui coniunctus cum quadrato ipſius 9.ſ. cum 81.quadrato ſecundo præcedẽtis loci.ſ.tertij, cõponũt quadratum ſecundum ſequentem.ſ.256. collateralem, hoc eſt, huius quarti loci. Nam,per 4ª ſecundi Euclid.duo quadrata & duo ſupplementa ex lateribus quadratorum producta pariter accepta, cõficiunt quadratum totalem: cuius latus eſt aggregatum ex lateribus quadratorum partialium. Cumque vnum horum laterum fuerit iam quadratus numerus, ſcilicet 9. & reliquum impar numerus ſequens.ſ.7. iam aggregatum ex ipſis, totalis ſcilicet quadrati latus erit, per 15ª huius, erit quadratus ſequens,ſcilicet 16.latus,ſcilicet totalis quadrati. Vnde totalis quadratus erit quadratus ſecundus, ſcilicet 256. qui fit ex 16. in ſe. Lubet & in quinto loco demum propoſitum demonſtrare. In quo quidem impar eſt 9. quadruplum trianguli ſæpe dicti 24.ſexcuplum pyramidis 264. & ideo duplum trianguli 12.triplum pyramidis 132. Quare hic oſtendendum,quòd 12.cum 132.efficit 144.ſupplementum,qđ fit ex impare huius loci,ſcilicet 9. in latus ſecundi quadrati præcedentis, ſcilicet in 16. Quod ſic poteſt concludi: Nam per 80.huius columna quadrata centralis præcedentis loci, ſcilicet 100. cum duplo quadrati primi eiuſdem loci, ſcilicet cum 32. efficit triplũ pyramidis ſuæ eiuſdẽ loci,quæ fuit 44. hoc eſt 132. cui numero addo ipſum 12.parte altera longiorem, & conficio 144. cumque 100. columna prædicta fiat ex radice eiuſdem loci, ſcilicet 4. in quadratum centralem collateralem, ſcilicet in 25.atq; ipſe 25. conſtet ex duobus quadratis primis,ſcilicet collaterali & præcedenti,hoc eſt,ex 16.& 9. iam ipſe 100. fiet ex 4. in 16.& ex 4.in 9. At ipſe 12. parte altera longior fit ex 4. in 3. Ergo 36. qui fit ex 4. in 9. coniunctus cum 12. ſcilicet totus 48.fiet ex 4. in 2. quod eſt aggregatum ex 9. & 3. Sic habemus tria producta: ſcilicet 32. ex 2. in 16. quod fuit duplum quadrati cum columna coniunctum: 64.ex 4.in 16. atque 48. ex 4. in 12. integrantia totum 144. Cumque ex toto numero 144.ipſe 32.cõtineat bis 16. & ipſe 64.quater

16.de-

4 —— 25 —— 100.
4 { 16 —— 54. / 9 —— 36. / 3 —— 12. }
2 —— 16 —— 32.

loc⁹ 2⁹: 2—bis, 1—ſemel, 0—nihil } ter — 1.
—— 3

3⁹: 8—bis, 8—bis, 4—ſemel } qnqes -- 4
—— 20

4⁹: 18—bis, 27—ter, 18—bis } ſepties-9
—— 63

16. demonstrandum restat, quòd residuum scilicet 48. contineat ter 16. vt scilicet totus 144. comprehẽdat nouies 16. iuxta imparem huius loci, scilicet 9. quod, sicut prius, facilè ostenditur. Quoniam 48. producitur ex radice quarti loci, scilicet 4. in 12. parte altera longiorem eiusdem loci. Et idcirco productus est triplus ad quadratum collateralem, scilicet ad 16. quotuplus est parte altera longior ipsius radicis. Producitur itaque in hoc loco supplementum 144. ex 9. in 16. & ideo duo talia supplementa, scilicet 144. & 144. coniuncta cum 81. quadrato ipsius imparis 9. faciunt gnomonem 369. qui coniunctus cum quadrato ipsius 16. scilicet cum 256. quadrato secundo præcedentis loci, scilicet quarti, componit sequentem quadratum secundum, scilicet 625. huius quinti loci. Nam per quartam secundi Euclidis, duo quadrata, & duo supplemẽta ex lateribus quadratorum producta pariter accepta, conficiunt quadratum totalem: cuius latus est aggregatum ex lateribus quadratorũ partialium. Cumque vnum horum laterum fuerit quadratus numerus, scilicet 16. & reliquum impar numerus sequens, scilicet 9. iam per 15ª huius aggregatus ea ipsis, totalis scilicet quadrati latus, erit numerus quadratus, scilicet 25. Vnde totale quadratum erit quadratus secundus, scilicet 625. qui fit ex 25. quadrato huius quinti loci in se multiplicato. Similiter in sexto, septimo, octauo, & cæteris deinceps locos in infinitum continuabitur hęc demonstratio. Namque in sexto loco argues tria producta integrantia supplementum, continere præcedentem quadratum vndecies. In septimo loco tredecies, in octauo quindecies, in nono septemdecies, in decimo vndeuigesies. & sic deinceps per impares sequentes: vt hic in margine notaui, quo constet propositum.

5ᵍ 32—bis, 64—q̃ter, 48—ter } nouies—16
—144

6ᵍ 50--bis, 125--qnqes, 100--quater } vndecies.-25
—275

7ᵍ 72--bis, 216--sexies, 180--qnqies } tredecies-36
—468

8ᵍ 98--bis, 343--septies, 294--sexies } qndecies-46
—735

9ᵍ 128--bis, 512--octies, 448--septies } 17ties-64
—1088

10ᵍ 162--bis, 729--nouies, 648--octies } 19ties—81
—1539

11ᵍ 200--bis, 1000--decies, 900--nouies } 21ties-100
2100

Et sic deinceps in infinitum. Et productum medium semper est Cubus pręcedentis loci.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Radices.
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	Trianguli primi
1	6	19	44	85	146	231	344	489	670	Pyramides quadrati centrales
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	Quadrati primi
1	15	65	175	369	671	1105	1695	2465	3439	Gnomones.

PROPOSITIO 99ª.

□. imp. { Vnitatem / 8. semid. / 8. △los

Gnomo 2⁹

duo suppl. { 4. △los / 6. pyr. □.

Cubus centra. { vnitatē. / { 8. sem. / 12. △los } / 6. pyr. □.

Gnomones prædicti, sicut dictum est inuenti, Cubi sunt & Octahedri centrales. Nam cum vnusquisq, talium gnomonū constet ex duobus supplemētis & ex quadrato imparis, atq; per præmissam talia supplemēta cōstent ex quadruplo tertij retrorsum sumpti trianguli primi, & ex sexcuplo pyramidis quadratæ centralis præcedētis: Itemque, cum, per ante præmissam, quadratus dicti imparis constet ex aggregatione vnitatis, quatuor diametrorum, siue octo semidiametrorum & ex octuplo dicti trianguli; idcirco sequitur, vt talis gnomo construatur ex aggregatione vnitatis, octo semidiametrorū, duodecim taliū triangulorū, & sex pyramidū dictarum. Verùm, per diffinitionē cubi centralis, ipse cubus ex taliū quatuor numerorū cumulo cōpaginatur, ex quib⁹ talis gnomo. Igitur gnomo existet cubo æqualis. Per 95ª verò præmissam, cubus octahedro ęqualis esse constitit: igitur & octahedrus gnomoni æqualis erit, sicut demonstrandum proponitur.

COROLLARIVM.

Et quoniam per 90ᵉ corollarium ostēsum fuit, quòd gnomones præfati sunt pyramides triangulæ centrales impari locorum, idcirco sequitur, vt gnomones, cubi, octahedri cētrales, & pyramides triangulę centrales imparium locorum ordinatim collati, sint ijdem numeri.

PROLOGOMENA.

REstat adhuc nobis ostendendum, quòd sicut contingit cubos primi generis fieri ex congerie vnius, duorum, trium, & deinceps imparium per ordinem ab vnitate succedentium singulos ab vnitate continuatos in infinitum; ita & cubis centralibus similem dignitatem esse à natura tributam: vt scilicet ipsi cubi centrales ab vnitate seriatim dispositi singuli constituantur ex aggregato vnius, trium, quinque, septem, & deinceps imparium successiue sumptorum ab vnitate imparium numerorum, semperq; sub multitudine imparium per ordinem accepto. Demonstrabimus autem hoc, præmissis aliquod necessarijs præambulis.

PROPOSITIO 100ª.

Si fuerint tres, quinque, septem, vel sub alterius cuiuslibet imparis multitudine sumpti numeri æquali excessu & successiuè crescentes; eorum aggregatum æquum erit ei numero, qui ex ductu medij in multitudinem multiplicati procreabitur.

Exempli

Exempli gratia, ſint tres numeri 3. 5. 7. Aio, quòd 5. qui eſt medius ductus in ternarium (quandoquidem tres ſunt numeri) efficit aggregatum ipſorum 3. 5. 7. Ad ſocientur enim ipſis 3.5.7. per binarium creſcentibus totidem 7.5.3. & ijdem, ſed ordine præpoſtero, decreſcentes: Sic fiet, vt decrementum vnius ordinis reſarciatur pari cremento alteri⁹: & duo medij, ſcilicet 5. & 5. ſint inuicem æquales; & ſimul iuncti ſint æquales aggregato reliquarum combinationum Quo fit, vt congeries amborum ordinum ſit planus numerus ſiue ſuperficialis tetragonus, qui fit ex ductu ternarij in aggregatum ipſorum 5. & 5. ſeu quorumlibet binorum: Igitur & congeries vnius ordinis (quæ dimidia eſt totalis cumuli) fiet ex ductu quinarij in ternarium: ſicut proponitur. Similiter, ſi ſummant quinq; numeri: vtpote 9. 11. 13. 15. 17. eadem acceſſione creſcentes. Aio ſimiliter, quòd medius eorum, ſcilicet 13. in quinarium (quoniam quinque ſunt numeri) multiplicatus producit talium quinque numerorum aggregatum. Nam ſi talibus numeris compares & ſub ordine præpoſtero applicentur, ſimiliter, & in quouis alio caſu, conſtabit propoſitum.

3	7
5	5
7	3

3, 5 } 15

9	17
11	15
13	13
15	11
17	9

5, 13 } 65

Propositio 101ª.

Si ex radicibus ab vnitate, & ſecundùm vnitatis acceſſum creſcentibus quotlibet ſegregentur vnitas & deinde ex ſequentibus tres, inde quinque, & deinceps per multitudinem imparium ſequentium per ordinem; iam vnitas, tertius triũ, quintus ſequẽtiũ quinque & deinceps poſtremus ſemper reliquarum multudinum quadratus numerus eſt. Quòd enim vnitas quadratus ſit, patet. Quòd autem tertius ſequentium ſit quadratus, concluditur, quoniam addit tres vnitates, hoc eſt, ſequentem imparem vnitati: & perinde, per 15ª huius, aggregatum, hoc eſt, ipſe tertius dictus, eſt ſequens ab vnitate quadratus. Item quinque ſequentes per vnitatem ſingulæ creſcentes faciunt, vt quintus eorum excedat ſupradictum tertium quinque vnitatibus, hoc eſt, ipſo 5. impari tertio: vnde per 15. huius, aggregatum, hoc eſt, ipſe quintus prædictus erit tertius quadratus. Adhuc ſeptem ſuccedentes numeri cum totidem vnitates, hoc eſt, 7. quartum imparem addant, iam ſimiliter aggregatum, hoc eſt, ſeptimus huius multitudinis, erit quadratus quartus per dictam 15ª & ſic in infinitum, ſicut demonſtrandum proponitur.

1

2, 3, 4 } 3

5, 6, 7, 8, 9 } 5

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 } 7

1 — 1
3 5 7 — 16
9 11 13 15 17 — 81
19 21 23 25 27 29 31 — 256
33 35 37 39 41 43 45 47 49 — 625

1 — 1
+ 3 5 7 — 15
9 11 13 15 17 — 65
19 21 23 25 27 29 31 — 175
33 35 37 39 41 43 45 47 49 — 369

COROLLARIVM

Manifeſtum eſt ergo, quòd in eadem diſpoſitione numerorum, primus, quartus, nonus, ſedecimus, & cæteri ſegregatarum multitudinum ſecundum impares numeros, poſtremi ſunt ipſi radicũ ab vnitate ſumptarũ ꝑ ordinẽ quadrati.

PROPOSITIO 102ª.

Si ex numeris ab vnitate continuatim diſpoſitis imparibus in infinitum, ſegregetur vnitas, & ex ſequentibus tres, & inde quinque, & deinceps aliæ multitudines ſemper ſecundum impares ſucceſſiue numeros: tunc ſi vnitas, & dictæ ſequẽtes multitudines ſingillatim coaceruentur: Vnitas & aggregata ipſa ſingula erunt quadrati quadratorum à radicibus per ordinem ab vnitate diſpoſitis in ſe multiplicetis factorum. Hos quadratos quadratorum nuper quadratos ſecundos appellauimus. Quod igitur vnitas primus imparium ſit quadratus quadrati vnitatis, conſtat per ſe: quandoquidem vnitas in ſe ducta ſemel atque iterum ſemper vnitatem producit. Quod autem tres ſequentes cum vnitate coniuncti conficiunt quadratum, conſtat per 15ª huius: & quoniam vnitas & tres ſequentes impares per quatuor aggregationes cõficiunt totidem quadratos: iam idcirco vltima eorum congeries erit quartus quadratus, hoc eſt, quadratus quartæ radicis. Sed per præcedentem, eiuſque corollarium, quarta radix numerus quadratus eſt: igitur talis congeries eſt quadratus quadrati quarti, hoc eſt, quadratus ſecundus binarij. Similiter oſtendemus, quòd quinque ſequẽtes impares ad talem quadratum ſecundum appoſiti, efficiẽt quadratum nonę radicis: ſed nona radix, per præmiſſam & ſuum corollarium, tertius quadratus erat: igitur talis cumulus erit quadratus ſecundus ſequens, hoc eſt, quadratus nouenarij, ſcilicet quadratus ſecundus ternarij. Non aliter, ſi tali quadrato ſecundo applicentur ſeptẽ impares ſequentes, conflabunt quadratum ſedecimæ radicis per 15ª. Cumq; radix ſedecima, per præmiſſam & ſuum corollarium, ſit quadratus quartus. Iam tale conflatum erit quadratus ſecundus ſequens, hoc eſt, quartæ radicis, ſiue quadratus quarti quadrati, hoc eſt, ſedenarij. Adhuc ſi huic quadrato ſecundo accumulentur nouem impares ſequentes, conſtituetur quadratus ſecundus ſequens, hoc eſt quintæ radicis, ſiue quadratus ex 25. in ſe multiplicato factus. & ſic in infinitum. Quod demonſtrandum proponitur.

PRO-

PROPOSITIO 103ª.

Iisdem suppositis demonstrandum est, quòd vnitas, aggregata trium sequentium imparium, quinque sequentium imparium: itemque septem, nouem, & cæterarum sub imparibus per ordinem sequentium multitudinum, singula sunt gnomones, ex quorum continua ad monadem adiectione constituuntur seriatim ipsi, de quibus loquimur, quadrati quadratorum. Nam, cum per præcedentem, huiusmodi aggregata monadi successiue adiecta conficiant per ordinem ipsos quadratos quadratorum: sequitur, vt ipsa singula aggregata sint gnomones, qui ad monadem continuatim adiecti constituunt tales quadratorum quadratos, sicut propositio concludit.

PROPOSITIO 104ª.

Iisdem adhuc suppositis demonstrandum est, quòd in talibus aggregatis singulis, ipsius imparium multitudinis medij sunt per ordinem ab vnitate sumpti quadrati centrales. Nam tales medij post vnitatem impares sunt 5.13.25.41.& cęteri. Dico igitur, ꝙ hi sunt quadrati centrales. Nam per propositionem 100ª præmissam, ex ternario primę multitudinis in medium imparem, scilicet 5. fit aggregatum numerorum ipsius multitudinis. sed per præcedentem, tale aggregatum est gnomon. Similiter in quinario secundæ multitudinis 5. in 13. facit aggregatum totius multitudinis, per 100ª & per præmissam, tale aggregatum est gnomon sequens. Item in septenario sequentis multitudinis 7. in 25. medium producit aggregatum ipsi⁹ multitudinis per 100ª hoc est, gnomonem sequentem per præmissam. Adhuc in nouenario sequentis multitudinis 9. in 41. medium producit congeriem ipsius multitudinis per 100ª, hoc est, gnomonem qui sequitur, per præmissam: & sic deinceps in infinitum. Verùm, per 89ª huius, tales impares per ordinē multiplicati in quadratos centrales sibi collaterales producunt gnomones eosdem, qui scilicet quadratos quadratorum cōstituunt. Necesse est ergo, vt tales medij multitudinum singularum impares sint quadrati centrales: quemadmodum proponitur.

COROLLARIVM.

Qui quidem Gnomones sunt cubi & octahedri centrales, & pyramides triangulæ centrales locorum imparium, vt in 99ª eiusque Corollario fuit conclusum.

PROPOSITIO 105ª.

Omnis cubus, siue octahedrus centralis cum impari collaterali coniunctus, æquiualet duplo tetrahedri centralis. Cum enim numerus basium octahedri ad numerum basium tetrahedri sit duplus: itemque numerus laterum illius ad numerum laterum huius duplus. iam impar appositus facit, vt vnitas centralis cum semidiametris octahedris, sint (additione facta) duplum vnitatis centralis & semidiametrorum tetrahedri. Sunt enim semidiametri octahedri sex, & semidiametri tetrahedri quatuor Et idcirco oportet adijcere ad summam octahedri duas semidiametros, hoc est, parem collateralem, & vnitatem, ad duplicandam vnitatem centralem: quæ cum pari facit imparem collateralem. Constat igitur propositum.

PROPOSITIO 106ª.

Ex aggregato duarum proximarum radicum in aggregatum quadratorum ex eis multiplicato, producitur numerus qui cum ipso radicum aggregato coniunctus facit duplum aggregati cuborum earundem. Exempli gratia 2. & 3. sunt duæ proximæ radices, quarum congeries 5. quadrati autem 4. & 9. cubi vero 8. 27. quadratorum cumulus 13. cuborum verò 35. Dico igitur, quòd id, quod fit ex 5 in 13. scilicet 65. coniunctum cum 5. facit duplum ipsius 35. Exponatur vnitas cum radicibus 2. & 3 & quadrati 4. & 9. cum medio proportionali 6. Itemque cubi octo & 27. cum duobus medijs proportionalibus 12. & 18. in quibus propter proportionem numerorum, quoniam ex 2. in 4. fit 8. & ex 3. in 4. fit 12. idcirco ex aggregato 2. & 3. in 4. fit aggregatum ipsorum 8. ex 12. Non aliter ostendam quòd ex dicto 2. & 3. aggregato in 9. fit ipsorum 18. & 27. aggregatum, sicut in 89ª demonstrauimus. Vnde ex aggregato ipsorum 2. & 3. in aggregato ipsorum 4. & 9. hoc est, ex 5. in 13. fiet aggregatum ipsorum quatuor numerorum 8. 12. 18. 27. Demonstrandum est igitur, quòd aggregatum talium quatuor numerorum. cum aggregato radicum, scilicet cum 5. facit duplum aggregati ipsorum 8. & 27. hoc est, quod 65. cũ 5. est duplũ ipsius 35. siue qđ aggregatũ ipsorum 18. & 12. cũ 5. coniunctum, est ęquale aggregato ipso℞ 8. & 27. Quod facile demõstratur: Nã 12. superat 8. in 4. At ipse 18. superatur à 27. in 9. Tanto igitur aggregatum ipso℞ 18. & 12. superatur ab aggregato ipsorum 8. & 27. quanto 9. maior est quàm 4. Sed 9.

1			
2	3		
4	6	9	
8	12	18	27

1			
3	4		
9	12	16	
27	36	48	64

1			
4	5		
16	20	25	
64	80	100	125

Et deinceps similiter pro reliquis.

maior est quàm 4. in aggregato ipsorum 2. & 3. hoc est, in 5. ergo aggregatum 18. & 12. superatur ab aggregato ipsorum 8. & 27. in 5. Quare aggregatum ipsorum 18. & 12. cum 5. coniunctum, fit æquale aggregato ipsorum 8. & 27. Quod fuit ostendendum. Similiter pro duabus quibuslibet proximis radicibus argumentando procedam. Sicut proponitur.

PROPOSITIO 107ª.

Omnis cubus centralis cum impari collaterali coniunctus, conficit duplum aggregati cuborum primi generis collateralis & præcedentis. Nam numerus, qui fit ex aggregato radicum duarum, scilicet propositi loci, & præcedentis, hoc est, ex impari collaterali in aggregatum quadratorum collateralis, & præcedentis, hoc est, in quadratum centralem collateralem, est per 89ª huius, gnomon collateralis in quadratis quadratorum. Et per 99ª huius, talis gnomon est cubus centralis. Verùm talis numerus cum aggregato radicum collateralis & præcedentis, hoc est, cum impari collaterali coniunctus, efficit per præmissam, duplum aggregati cuborum collateralis & præcedentis, hoc est, cuborum ipsarum radicum. Igitur cubus centralis cum impari collaterali coniunctus, facit ipsum tale cuborum duplum: quod est propositum.

PROPOSITIO 108ª.

Omnis cubus primi generis, cum præcedenti cubo coniunctus, conficit collateralem tetrahedrum centralem. Nam, per 105ª præmissam, cubus centralis cum impari collaterali coniunctus, conflat duplum tetrahedri centralis. Et per præcedentem, idem cubus centralis cum impari collaterali coniunctus, efficit duplum aggregatum cuborum collateralis & præcedentis. Igitur tale cuborum duplum, æquum est duplo tetrahedri. Et perinde cuborum aggregatum æquale erit ipsi tetrahedro centrali: quod est propositum.

PROPOSITIO 109ª.

Omnis tetrahedrus centralis potest esse cubus centralis tertii generis, hoc est cubus mixtus, compositus scilicet ex cubis primi generis collaterali & præcedenti. Vocamus autem huiusmodi cubum mixtum: quoniam ex mixtura duorum cuborum primi generis compaginatur: sicut & quadratus centralis conficitur ex combinatione duorum primi generis quadratorum, scilicet collateralis & præcedentis. Cum igitur, per præmissam, tetrahedrus constet ex collaterali & præcedenti primi generis, cubis: & ex eisdem cubis constet

cubus

cubus mixtus collateralis, per ſuam diffinitionem iam ſatis conſtat propoſitum.

Propositio 110ª.

Omnis icoſahedrus cum quadruplo imparis collateralis coniunctus, conficit quincuplum collateralis pyramidis centralis. Et hoc quoniam numerus baſium icoſahedri ad numerum baſium pyramidis centralis, ſcilicet 20. ad 4. quincuplus eſt. Item numerus laterum linearium illius ad numerum laterum linearium huius, ſcilicet 30. ad 6. quincuplus eſt, & ideo aggregatum pyramidum triangularium componentiū icoſahedrum ad aggregatum pyramidum triangularium cōponentium tetrahedrum centralem quincuplum eſt, quippe quæ ſequuntur numerum baſium. Et ſimiliter aggregatum triangulorum ad aggregatum triangulorum quincuplum, vt qui ſequuntur numerum laterum. Addatur igitur vnitati cētrali ipſius icoſahedri quaternarius: & ſic quinarius erit quincuplus ad vnitatem centralem pyramidis, ſeu tetrahedri centralis. Cumque ſemidiametri icoſahedri ſint 12. & ſemidiametri tetrahedri ſint 4. iuxta numerum ſcilicet angulorum ſolidorum: atque ſemidiametri 12. ſint totidem radices collaterales; oportebit 12. radicibus addere 8. radices collaterales, & perinde quadruplum paris numeri collateralis (quando ſcilicet, radix duplicata conficit parem) vt aggregatum ſemidiametrorum in icoſahedro exiſtat quincuplum aggregati ſemidiametrorum tetrahedri: Sed quadruplum paris numeri collateralis: quoniam ſcilicet par cum vnitate facit imparem collateralem. Igitur quadruplum imparis collateralis appoſitus icoſahedro, facit omnia, quæ concurrunt ad ſtructuram ipſius icoſahedri quincupla eorum, quæ componunt tetrahedrum, ſingula ſingulorum, & perinde totum numerum totius quincuplum: quod eſt propoſitum.



REPASTINATIO
QVORVNDAM LOCORVM.

Propositio 1ª.

QVOD fit ex quouis numero in quotlibet numeros, æquale est ei, quod fit ex illo in aggregatum ex his. Ostenditur in decima sexta, noni Elementorum, quo ad numeros: & in prima secundi quo ad lineas.

Propositio 2ª.

Si aliquis numerus duos singulos multiplicet: producta erunt multiplicatis proportionalia. Ostenditur in 18ª septime quo ad numeros, & in pª sexti, quo ad lineas.

Propositio 3ª.

Si numeros duos vnitate distantes aliquis multiplicet: multiplicans erit differentia productorum. Vt si ipsos b c. quorum c. vnitate maior, multiplicet ipse d. numerus & faciat, ipsos g h. hoc est, d. multiplicans b. facit g. at d. multiplicans c. faciat h. tunc dico, quòd h. excedit ipsum g. in ipso d. Patet, quoniam ex diffe. multiplicationis g. continet ipsum d. totiens, quot vnitates sunt in b. atque h. ipsum d. toties, quot vnitates sunt in c. igitur h. continebit ipsum d. semel pluries, quàm g. continet eundem. hoc est, h. excedet ipsum g. in ipso d. Quod est propositum.

b		c
2	d	3
	4	
g		h
8		12

Propositio 4ª.

Existentibus quatuor numeris proportionalibus: quod fit ex primo in vltimum, æquale erit ei, quod fit ex reliquis. Ostenditur in 20ª septimi, quo ad numeros: & in 15ª sexti quo ad lineas.

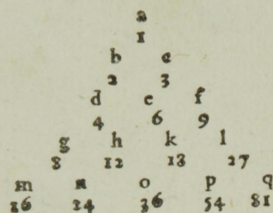
Propositio 5ª.

His prælibatis, ponatur vnitas a. quilibet autem numerus b. ipse autem c. vnitate maior quàm b. Deinde b. in se faciat d. b. in c. faciat e. & c. in se faciat f. Post hæc b. in d. faciat g. Item b. in e. faciat h. Adhuc b. in f. faciat k. Demum c. in f. faciat l. tandem b. in g. faciat m. Item b. in h. faciat n. Necnon b. in k. faciat o. Sic b. in l. faciat p. Denique c. in l. faciat q. Quibus dispositis.

Propo-

PROPOSITIO 6a.

Ipſe d. erit quadratus ipſius b. Et ipſe f. quadratis ipſius c. Item e. parte altera longior, ſiue ſupplementum in quadrato ipſius b c. Adhuc ipſe g. erit cubus ipſius b. ipſe autem l. cubus ipſius c. Ipſi quoque h k. medij proportionales, ſupplementa in cubo ipſius b c. Denique ipſe m. quadratus ſecundus ipſius b. hoc eſt quadratus ipſius d. Ipſe autem q. quadratus ſecundus ipſius c. hoc eſt quadratus ipſius f. Ipſique n o p. medij proportionales ad integrandum, vt patebit, quadratum ſecundum ipſius b c. hoc eſt, quadratū eius quadrati, quem conſtituunt quadrati d f. cum duplo ipſius e. Hæc omnia conſtant ex diffinitionibus ipſorum quadratorum, cuborum, & ſupplementorum, ſed quadrata primum & ſecundum, & cubus ipſius b c. demonſtrabuntur.



PROPOSITIO 7a.

Poſt vnitatem duo numeri b c. ſunt termini proportionis ſuperparticularis. Tamque tres numeri d e f ſequentis ordinis, quàm quatuor g h k l. penultimi: quamq; quinque m n o p q. poſtremi, ſunt continue proportionales in dicta dudum proportione. Quoniam ſcilicet b multiplicans ſingulos b c. facit ſingulos d e, Ideo per ſecundam præmiſſarū, erit ſicut b. ad c. ſic d. ad e. Item quoniam c. multiplicans ſingulos b c. facit ſingulos e f ideo p eādē, ſicut b. ad c. ſic e. ad f. Quare d e f. ſunt cōtinue proportionales in proportione ſorum b c. Similiter & per eandem, oſtendemus, quòd tam g h k l. quàm ipſi m n o p q. ſunt in eadem proportione ipſorum b c. continue proportionales. Quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO 8a.

Item ſicut ipſi a b d g m. ſunt continuè proportionales: ita & ipſi c e h n. nec non ipſi f k o. Atque ipſi l p. ſunt in eadem proportione continua proportionales. Adhuc, ſicut ipſi a c f l q. ſunt continue proportionales; ita tam ipſi b e k p. quàm ipſi d h o. quamq; g n. ſunt in eadem continua proportione proportionales. Hæc omnia patent per præcedentem, & per permutatam proportionalitatem.

PROPOSITIO 9a.

Itē a e o. ſunt in proportione continua ſicut b h. & cæteri ad æquidiſtantiam deſcendentes. Similiter m h f. ſunt in proportione continua, ſic g e. & cæteri condeſcendentes. Demum ipſi q k d. ſunt in proportione continua, in qua

fb. cæterique correlatiui. Constat ex compositione æqualium proportionum, ex quibus patet conditio & proprietas huiusce descriptionis numerorũ, non tã ad necessitatẽ demõstrationum, q̃ ad pleniorem suppositionis intelligentiam.

PROPOSITIO 10ª.

Sicut vnitas est differentia duorum sequentium b c. numerorum; ita ipsi duo b c. sunt differentiæ trium sequentium d e f. Et hi tres differentiæ quatuor sequentium g h k l. Atque hi demum quatuor differentiæ quinque m n o p q. postremum per ordinem sumptæ. Patet hoc totum per tertiam præmissarum, quoties opus est, adductam.

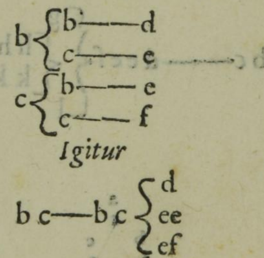
PROPOSITIO 11ª.

Omnis impar præcedenti quadrato appositus, cōstituit sequentem quadratum. Patet: nã in proposita descriptione, ipsorũ b c. semper vnus est impar, & reliquus par sibi collateralis. Quare totus b c. impar erit. Sed per præcedentem, b c sunt differentiæ ipsorum d e f. igitur b c. impar adiectus ipsi d. quadrato, cõficit ipsum f. quadratũ sequentẽ: qđ est ꝓpositũ.

a
1
b c
2 3
d e f
4 6 9
g h k l
8 12 18 27
m n o p q
16 24 36 54 81

PROPOSITIO 12ª.

Numeri quadrati d f. ex ipsis b c. siue vnitate, siue quocunq; numero differentibus, vnà cum duplo ipsius e. medij proportionalis, conflant quadratum ex toto b c. factũ. Hæc in 16ª. noni per numeros, & in 4ª secundi Elementorum per lineas demonstratur. Demonstrabitur & hìc hoc modo. Ipse b. in b c. singulos, per 5ª præmissarum, facit ipsos d e. singulos. Item ipse c. in b c. singulos facit ipsos e f. singulos: Igitur, per primam præmissarum, totus b c. in totum b c. faciet aggregatum ex d e e f. hoc est, quadratum, quod ex b c. æquabit congeriem ipsorũ d f. dupliq; ipsius e. Quod fuit demõstrãdũ.



PROPOSITIO 13ª.

Duo quadrati proximi cum media parte altera lõgiore coniuncti, conficiunt numerum hexagonum æquiangulum. Hæc est 31ª primi horum Arithmeticorum.

COROLLARIVM.

Hinc seq̃tur pulcherrimũ corollariũ, videlicet, Hexagonũ æq̃angulũ cũ parte altera longiore collaterali cõiunctũ, consumat quadratum imparis collateralis: Nã per antepræmissam, totũ d e f. (qđ per præmissam est hexagonũ ęquiangulũ) cum ipso e. (qui est parte altera longior) conflat quadratum totius b c. imparis collateralis. Quod sequitur supponendo, ipsorum b c. differentiam esse vnitatem.

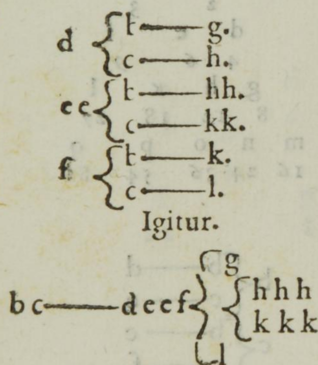
PROPO-

PROPOSITIO 14ª.

Hexagonus æquiangulus cum præcedenti cubo iunctus, conficit cubum sibi collateralem. Hoc est, aggregatum ex ipsis d e f. quod, per præcedentem, est hexagonus æquiangulus, coniunctus cũ g. Cubo cõflat ipsum l. cubũ: quod ostensum fuit in 52ª primi horum Arithmeticorum. Ostẽdetur & hìc, hoc modo. Per 10ª præcedentem, ipsi d e f. numeri sunt tres differentię ipsorũ g h k l. fit ergo, vt totum d e f. coniunctũ cũ ipso g. cubo conficiat ipsum l. cubũ: qđ fuit demonstrãdũ

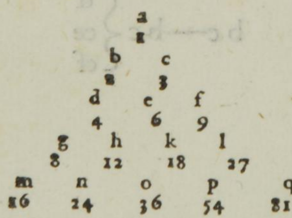
PROPOSITIO 15ª.

Duo cubi partium cum triplis mediorum proportionalium coniuncti conficiunt cubum totius. Hoc est, ipsorum b c. siue vnitate, siue quocunq; numero differentiũ cubi, qui sunt ipsi g l. cũ triplis ipsorũ g k. mediorũ proportionaliũ coniuncti, perficiũt cubũ totius b c. quod in 21ª secundi horũ arithmeticorũ fuit ostensum: hìc tñ facilius ostẽdetur, sic: Per qntã præmissarũ, ipse d. in singulos b c. facit singulos g h. Item duplum ipsius e. in singulos b c. facit h h. atque k k. hoc est, duplum ipsorum h k. Adhuc f. in singulos b c. facit ipsos k l. singulos Igitur, per primã præmissarum, ipse b c. ductus in aggegatũ ex d f. duploq; ipsius e. (qđ per 12ª præmissarũ, est quadratũ ipsius b c.) Hoc est b c. radix ducta in suũ quadratũ, producet aggregatũ ex ipsis g l. triploq; ipsius h. & triplo ipsius k. radix aũt in quadratum producit suum cubũ. Ergo tale aggregatum ex g l. triploque ipsorum h k. est cubus ipsius b c. numeri. Quod fuit demonstrandum.



PROPOSITIO 16ª.

Duplum ipsius e. cum vnitate, cõficit aggregatũ ipsorum d f. hoc est, duplum numeri parte altera longioris, cum vnitate conflat aggregatum collateralis & precedentis quadratorum. Patet, quoniam si differentiæ ipsorum d e. & ipsorum e f. essent æquales, tunc duplus ipsius e. esset æqualis aggregato ipsorum d f. Sed cùm differentia ipsorum d f. sit vnitate maior, quàm differentia ipsorum d e. illa, scilicet c. & hæc b. per 3ª huius, idcirco fit vt aggregatum ipsorum d f. vnitate superet duplum ipsius e. sicut proponitur.



PROPOSITIO 17ª.

Aggregatum ipsorum b c. est excessus, quo aggregatum ipsorum g l. maius est aggregato ipsorum h k. Patet sic. Si differentia ipsorum g h. esset æqualis differentiæ ipsorum k l. Tunc aggregatum ipsorũ g l. esset æquale aggregato ipsorũ h k. Sed

quoniam

quoniam differentia ipsorum k l. hoc est f. superat differẽtiã ipsorũ g h hoc est, ipsum d in aggregato ipsorum b c. quod per 10ᵃ præmissarum, est id, quo f. superat ipsum d: idcirco aggregatum ipsorum g l. maius est aggregato ipsorum h k. in aggregato ipsorum b c. Quod fuit demonstrandum.

a
1
b c
2 3
d e f
4 6 9
g h k l
8 12 18 27
m n o p q
16 24 36 54 81

PROPOSITIO 18ᵃ.

Ex aggregato ipsorum b c. in ipsum e. producitur aggregatum ipsorũ h k. Patet: nam per 5ᵃ præmissarum, b. in e. facit h. Itẽque b. in f. facit k. Sed per 7ᵃ sicut b. ad c. sic e. ad f. Igitur per 4ᵃ ipse c. in e. faciet k. Quare per primam, totum b c. in e. facit totum h k. Quod est propositum.

PROPOSITIO 19ᵃ.

Ex aggregato ipsorum b c. in aggregatum ipsorum a e. producitur aggregatum ipsorum g l. Nam cùm, per præcedentem, ex aggregato ipsorum b c. in ipsum e. fiat aggregatum ipsorum h k. Iam ex b c. in a e. (qui ipsum e. vnitate excedit) producetur aggregatum ex h k. & b c. Sed tale aggregatum, per ante præmissam, est æquale aggregato ipsorum g l. Igitur & ex b c. in a e. producetur totum g l. Quod est propositum.

PROPOSITIO 20ᵃ.

Ex aggregato ipsorum b c. in aggregatum ipsorũ, ipsorum d f. producitur aggregatum ipsorum g h k l. Nam cum per ante præmissam ex b c. in e. fiat h k. & per præcedentem, ex b c. in a e. fiat g l. iam, per primam præmissarum, ex b c. in aggregatum ex duplo ipsius e. & ex a. producetur totum g h k l. Sed per 16. duplum ipsius e. cum a. vnitate, conflat aggregatum ipsorum d f. igitur ex b c. in d f. producetur totum g h k l. Quod fuit ostendendum.

PROPOSITIO 21ᵃ.

Ex aggregato radicum vnitate distantiũ, in aggregatum quadratorum ipsarum radicum, producitur differentia secundorum quadratorum. Hæc est, 89ᵃ primi horum arithmeticorum: tamen hic breuius demonstratur. Nam cùm b c. sint radices vnitate distantes, quæ semper faciunt imparẽ collateralem ipsius f. quadrati, quem proxime præcedit d. quadratus constat ꝙ hic id ipsum proponitur demonstrãdũ, ꝙ in dicta 89ᵃ. Itaq; cũ per 10ᵃ præmissarũ aggregatũ ipsorum g h k l. sit differentia ipsorum m q. qui sunt secundi quadrati dictarum radicum, hoc est, quadrati ipsorum d f. quadratorum: atque per præcedentem ex toto b c. in totum d f. producatur

a
1
b c
2 3
d e f
4 6 9
g h k l
8 12 18 27
m n o p q
16 24 36 54 81

ducatur totum g h k l.

SCHOLIVM.

Talis autem secandorum Quadratorum differentia dicitur Gnomo secundorum quadratorum: & idem est Octahedrus centralis, Idem cubus centralis: Idē quoq; Pyramis triágula centralis locorum impariũ, vt satis ostẽsum est in primo horum arithmeticorũ.

Propositio 22ª.

Aggregatum ex m q. ex quadruplo ipsorum n p. & ex ipsius o. sexcuplo, est secundus quadratus totius b c. Hæc est conclusio dictarũ ꝓpositionũ, in qua possum⁹ nobis laudẽ totá vẽdicare, ꝙ necubi hacten⁹ neq; apud Græcos, neq; apud Latinos sit demõstrata. Itaq; qđ de ipsius b c. quadrato fuit ostẽsum in 12ª. de cubo aũt eiusdẽ in 15ª præmissarũ idipsum de secũdo eiusdẽ b c. quadrato demonstret hæc 22ª in qua toti⁹ huius repastinationis gloria consistit. Siue igitur ipsorũ b c dĩa sit vnitas, siue alius quicunq; numerus, hæc demõstratio locũ habet. Itaq; adductis pª 4ª & 5ª. præmissarũ, liquet ꝙ ex b c. toto in ipsum g. fit totũ m n. Itẽ ꝙ ex b c. toto in h. fit totũ n o. Itẽ ex b c. toto in k. fit totũ o p. Itẽ ex b c. toto in l. fit totũ p q. Hinc sequitur, vt, ꝙ iá dictũ est, ex b c. toto in g. fiat m n. & ex b c. in triplũ ipsius h. fiat triplũ ipsoꝶ n o. & ex b c. in triplũ ipsius k. fiat triplũ ipsoꝶ o p. & ex b c. in l. fiat totũ p q. Igitur per pª præmissaꝶ ex ipso b c. in aggregatum ex g l. triploq; ipsoꝶ h k. quòd aggregatum per 15ª præmissaꝶ est cub⁹ ipsius b c. producet᷑ aggregatũ ex m q. quadruplo ipsorũ n p. atq; sexcuplo ipsius o. Sed ex b c. in suũ cubũ producit᷑ secund⁹ quadratus ipsius b c. Ergo talis 2⁹ quadratus ipsi⁹ b c. erit cõgeries ex m q. ex quadruplo ipsorũ n p. atq; sexcuplo ipsius o. sicut demonstrandum fuit.

g ——— mn
b c { hhh — nnn.ooo.
kkk — ooo.ppp.
l. ——— p q.
Cubus ——— □⁹ 2⁹.

8 ——— 40
5 { 36 ——— 180
54 ——— 270
27 ——— 135

1
1 . 2
1 . 2 . 4
1 . 2 . 4 . 8
1 . 4 . 8 . 16.

a
1
b c
2 3
d e f
4 6 9
g h K l
8 12 18 27
m n o p q
16 24 36 54 81
r
216
s
1296

1
3 . 4
9. 12. 16
27 . 36. 48. 64
81.108.144.192.256

1
4 . 5
16. 20. 25
64. 80. 100. 125
256.320.400.500.625

1
5 . 6
25. 30. 36
125. 150. 180. 216
625.750.900.1080.1296.

Et sic deinceps in infinitũ.

Propositio 23ª.

Adhuc dico quòd o. est quadratum ipsius e. Patet: nam per nonam a e o. sunt continue proportionales. Cumque a. sit vnitas, erit per octauam noni Elementorum, o. quadratus & per diffin. eius radix e. quod est propositum. Vel sic: quoniam per septimam ipsi d e f. sunt continue proportionales: & per octauam, ipsi b e k. sunt continue proportionale. iam per vigesimam septimi b. in k. faciet quadratum ipsius e. sicut d. in f. Sed per quintam harum b. in k. facit o. igitur o. est quadratum ipsius e. Quod est propositum.

Propositio 24ª.

Item dico, quòd tam g. in l. quàm h. in k. producit cubum ipsius e. Patet sic: ex e. in o. fiat r. eritque r. cubus ipsius e. per diffin. Quoniam per præmissam o. est □. ipsius e. Sed, per octauam harum, sicut e. ad h. sic k. ad o. atque per 20ª septimi, quod fit ex e in o. idem ex h. in k. igitur ex h. in k. fiet r. Cumque per eandem, quod ex h. in k. idem fiat ex g. in l. quoniam scilicet per septimam harum g. ad h. sicut k. ad l. Iam & ex g. in l. fiet idem r. cubus ipsius e. sicut proponitur demonstrandum.

Propositio 25ª.

Item dico, quòd ex secundo quadrato in secundum quadratum producitur, secundus. Per sextam præmissarum m q. sunt secundi quadrati ipsorum b c. Ostendendum est igitur, quod ex m. in q. producitur secundus quadratus, sic per septimam harum & æquam proportionalitatem, ipsi m o q. sunt continue proportionales: quare per 20ª septimi, quod fit ex m. in q. est id, quod fit ex o. in se. Sed, per antepręmissam, o. quadratus est: ergo quod fit ex o. in se, est secundus quadratus; quare quadratus secundus est, qui fit ex m. in q & hoc erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

Manifestum est igitur, quòd sicut ex ductu ipsarum b c.

℞.	2	3	6
□.	4	9	36
cubus.	8	27	216
2° □°	16	81	1296

radicum propositarum siue vnitate siue quo vis numero distantium producitur e. ita ex ductu ipsorum d f. quadratorum fit ipse o. quadratus ipsius e. atque ex ductu g l. cuborum, fit ipse r. cubus ipsius e. Et similiter ex ductu m q. duorum quadratorum, fit secundus quadratus ipsius e. qui videlicet fit ex o. in se, qui sit s. Quod etiam constitit per corollarium vndecimæ secundi horum Arithmeticorum. Cætera relinquimus curiosioribus.

LIBRI PRIMI
ARITHMETICORVM
MAVROLYCI FINIS.

Completus Messanę in freto Siculo in ædibus ipsius Authoris iuxta Cænobium Carmelitanorum, ad horam noctis secundam diei Dominici, qui fuit Aprilis decimus octauus, & sanctissimum Paschæ festum.

Anno salutis.

M. D. LVII.



MAVROLICI ABBATIS MESSANENSIS MATHEMATICI

Arithmeticorum Liber Secundus.



PROLOGOMENA.



VONIAM Arithmetica instrumentum est omnis supputationis, & numeri sunt termini, quibus quælibet magnitudo significatur; non dubium est, quin per numeros fieri possit omnis magnitudinis calculus. Cum verò Geometria comprehendat omnium quantitatum species, videlicet lineas, superficies, solida & cętera continua, quę ad hæc redigi possunt; vt tempora, & pondera; duplicem vtique praxim habebit; vnam, quæ fit lineando, alteram, quæ supputando: quarum hæc ab illa tanquam à fonte deriuatur: & illa theorię innititur. Sicut enim tam theoremata, quàm problemata per theoriã demonstrantur, & soluuntur; ita mox siue per lineationem siue per calculum ad praxim rediguntur. Nam intellectu præmeditata lineamus: & lineata calculamus. Et quamuis lineator descriptionem oculo repræsentet, & mentali speculatione punctum geometricum consequatur; tamen calculator numeris etiam idipsum consequitur, sed & paucis characteribus minutiores partes distinguit:

 quod

quod lineator non nisi in spacio immenso, vel magno instrumento (quod nulli facile est) præstare potest. Quæ distinctio quidem necessaria est, cùm per numeros, irrationalis, aut ignotæ magnitudinis terminum seu limitem magis ac magis propinquantes vestigamus. Sicuti cum, exempli gratia, proposita circuli diametro, latus trianguli æquilateri, aut quadrati in eo descripti, metiri per easdem partes in quibus diameter supponitur, aut cum planetæ cuiuspiam diurnum motum metiri iubemur. Itaque licèt de theoria numerorum & magnitudinum plerique graues Authores affatim scribant, & numerariam praxim quàm plurimi ludorum magistri passim doceant & literis mandent; nemo tamen hactenus regulas ipsas practicas elementorum, additionis, subtractionis, multiplicationis, diuisionis, radicum extractionis, progressionum, positionum & dimensionum satis demonstrauit. Haud enim cuiuis peruium est, ante oculos ponere quemadmodum praxis quælibet talis à theoria deducatur, & nonnulli idipsum ausi, rem obscuriorem fecere, sicut is, qui algorismum demonstratum edidit. Nos itaque, quatenus sese vires nostræ extendunt, aut quantum calamo dictabit ingenium, tentabimus aliquid super hoc negocio proferre, dum otium prestatur. Itaque, vt ratio poscit, diffinitionibus præmissis, rem aggrediemur, seriatim singula demonstrantes.

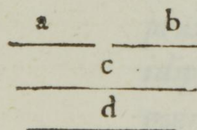
DIFFINITIONES.

Posita ergo quantitas est, quę ad libitum ponitur ad communem eiusdem generis quantitatum mensurã: & quæ ab vnitate denominatur. Sicut vnitas est communis numerorum dimensio. Quando igitur multiplex est ad positam, significabitur eo numero, secundùm quem ipsa multiplex est ipsius positæ. Quando verò quantitas cõtinet partem vel partes positæ, significabitur duobus numeris, scilicet denominatore & numeratore partis vel partium. Vnde quantitas significata ad positam habet eam rationem, quam numerus denominator, ad numeratorem. Quare, si tales numeri fuerunt æquales, quantitas significata erit tũc æqualis positæ: minor aũt, cùm maior fuerit denominator: maior verò, cùm minor. Erit vtique significata quantitas ad positam, aut æqualis, aut multiplex, aut superparticularis, aut superpartiens, aut multiplex super particularis, aut denique multiplex superpartiens, quando maior fuerit significata, quàm posita. Quòd si posita sit maior: tunc talis erit posita ad significatam. Duæ quoque quantitates, quarum denominatores eandem proportionem habebunt ad numeratores, erunt ad inuicem ęquales: quoniam scilicet eandem rationem habent ad positam. Cuius verò denominator maiorem rationem habebit ad numeratorem, maior erit. Quantitas cum quantitate coniungi dicitur, cùm sumitur earum aggregatum. Quantitas à quantitate subtrahi dicitur, cùm sumitur maioris super minorem excessus. Quantitas quantitatem multiplicare dicitur, cùm sumitur quantitas, quæ ad multiplicatam eam habet rationem, quam multiplicans ad positam: Et sumpta sic quantitas, productum vocatur. Vnde, quando multiplicans maior fuerit quàm posita, & productum maius erit multiplicante: & quando minor, minus: & quando æqualis, ęquale. Quantitas in quantitatem partiri dicitur, cum sumitur quantitas, ad quam diuisa eam habet rationem, quam diuidens ad positam. Et sumpta sic quantitas vocatur proueniens, siue quotiens. Vnde si diuidens maior fuerit, quàm posita, & diuisa maior erit quotiente: & si minor, minor; & si æqualis, æqualis. Quadratum alicuius quantitatis est productum eius in se ipsam multiplicatæ: & ipsa tunc radix vocatur. Cubus autem est is, qui fit ex multiplicatione radicis in quadratum. Et

quadratus secundus, qui fit ex quadrato primo in se ipsum, siue ex radice in cubum. Quo sit, vt posita quantitas, radix, quadratum, cubus, & quadratum secundum, sint continue proportionalia: semperque crescentia, si radix sit maior, quàm posita. Decrescentia verò, si minor. Quantitas magnitudine rationalis est, quę positæ commensurabilis est. Quantitas potentia tantùm rationalis est, cuius quadratum duntaxat positæ commensurabile est. Quantitas cubo tantùm rationalis est, cuius cubus solùm positæ commensurabilis est. de qua nihil Euclides. Quantitas quadrato secundo tantùm rationalis est, cuius quadratum secundum duntaxat positæ commensúrabile est: quæ medicalis quantitas vocatur. Binomium est bimembris quantitas ex duabus quantitatibus potentia tantùm inuicem commensurabilibus composita. Excessus autem maioris membri supra minus, Apotome, siue recisum, vel residuum vocabitur.

Propositio 1ª.

Quidquid de Numerorum, Linearum, et Solidorum ductu ratione, proportione & Symmetria, atque similitudine ratiocinamur, idem de quolibet quantitatis genere demonstrare atque concludere possumus. Hoc enim fiet assumptis ad demonstrandum diffinitionibus, ac suppositis nostris. Exempli gratia, si duorum numerorum vterque multiplicet reliquum, producti sunt æquales, quæ est 17ª septimi Elementorũ. Igitur etsi duarum quantitatum vtraque multiplicet alteram, producta erunt æqualia. Quod sic ostendam. Quátitas a. multiplicans quantitatem b. producat quantitatem c. Item quantitas b. multiplicans quantitatem a. faciat quátitatem d. Aio, quòd quantitates c d. sunt inuicem æquales. Cùm enim ex diffinitione multiplicationis c. producta ad b. multiplicatam sit sicut a. multiplicans ad positam, erit & permutatim c. ad a. sicut b. ad positam. Sed rursus ex diffinition. multiplicationis, sicut b. multiplicans ad positam, sic d. producta ad a. multiplicatam. Igitur sicut d. ad a. sic c. ad a. & perinde, per nonam quinti, c d. quãtitates sunt æquales: quod fuit demonstrandum. Exemplum aliud à sequenti propositione sumptum. Si numerus duos multiplicans duos produxerit, producti sunt multiplicatis proportionales. Igitur & si quantitas duas quantitates multiplicãs, duo ꝓducta fecerit, producta multiplicatis



erunt

erunt proportionalia: quod sic ostendam. Quantitas a. multiplicans ipsam b. producat d. multiplicans autem c. faciat e. Aio, quòd sicut est b. ad c. sic est d. ad e. cùm enim per diffinitionem multiplicationis d. producta ad b. multiplicatam, sit sicut a. multiplicans ad positam, nec non e. producta ad c. multiplicatam, sit etiam sicut a. multiplicans ad positam; Iam erit sicut e. ad c. sic d. ad b. Ergo & permutatim erit sicut e. ad d. sic c. ad b. & conuersim sicut d. ad e. sic b. ad c. quod est propositum. Similiter quicquid in septimo, octauo & nono de numeris ostendit Euclides, idem de quantitatibus in genere ostendere possumus. Alicubi tamen pro numeris quantitates rationales substituendo, assumptis diffinitionibus ac suppositis nostris. Quidquid etiam in secundo, sexto & vndecimo Elementorum de ductu & proportione linearum, arearum & solidorum traditur, potest ad quantitates in genere sumptas conuerti. Exempli gratia: prima secundi sic conuertetur: si fuerint duæ quantitates, quarum altera in quotlibet segmenta secetur; illud, quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum erit his, quæ ex ductu quantitatis indiuisæ in vnumquodq; segmentorum diuisæ pariter acceptis producentur. Quod sic ostendam: sint duæ quantitates: a indiuisa & b c d. secta in partes quotuis, vt puta tres b c d. & ex a. in totã b c d. proueniat e. nec non ex a. in singulas partes b c d. proueniant singulę f g h. quantitates. Dico tunc, quòd e. æqualis est ipsis f g h. simul sumptis. Nam ex diffin. multiplicationis erit e. ad b c d. sicut a. ad positam. Et similiter sicut a. ad positam, sic f. ad b. sic g. ad c. sic h. ad d. Igitur per vndecimam quinti, & coniunctam proportionem, totum f g h. ad totum b c d. sicut a. ad positam: fuit autem sicut a. ad positam, sic e. ad b c d. ergo sicut e. ad b c d. sic f g h. ad b c d. Quare per nonam quinti f g h. totum æquale est ipsi e. quod erat demonstrandum. Ex qua demonstrabuntur reliquæ propositiones secundi successiue, de quantitatibus in genere, quemadmodum Campanus easdem de numeris demonstrauit in decima sexta noni. Quidquid denique decimus Elementorum de linearum & arearum symmetria & ductu aut proportione ratiocinatur, potest totũ ad quodlibet genus quantitatis conuerti. Exempli gratia, illa propositio, A rationalibus longitudine cõmensurabilib⁹ rectis lineis factũ rectangulum rationale est. ad quantitates in genere sic con-

a
b c
d e

a
b c d
e
f g h

a b c d

uertetur quantitatum rationaliũ productũ rationale eſt. qđ ſic oſtenditur. Quantitas rationalis a. multiplicans quantitatẽ rationalem b. facit c. Dico tunc, quòd c. quantitas rationalis eſt. namq; ex a. in ſe fiat d. & tunc per primã ſecundi Elementorum, ad quantitates redactã erit, ſicut a. ad b. ſic d. ad c. ſed a. ipſi b. commenſurabilis eſt per hypotheſim: ergo & d. ipſi c. commenſurabilis eſt, per 10ᵃ decimi. Cumq; d. rationalis ſit (quia quadratum eſt ipſius a.) iam per diffin. & c. rationalis erit. Quod eſt propoſitũ. Similiter procedere poterimus, reliquas decimi Element. propoſitiones demonſtrando. Et quod nona eiuſdem libri de quadratis oſtendit, põt etiam ad cubos & ad ſecunda quadrata quantitatum referri. ſic; A commenſurabilibus inuicem quantitatibus producta quadrata, ſunt ad inuicem ſicut quadrati numeri: & producti cubi, ſicut cubi numeri: & producta ſecunda quadrata, ſicut ſecundi numeri quadrati. Contrà, & quantitates tam, quarũ quadrata ſunt ad inuicem, ſicut numeri quadrati, quàm, quarum cubi ſunt ad inuicem, ſicut numeri Cubi: quàmq; quarum ſecunda quadrata ſunt ad inuicem, ſicut ſecundi quadrati; ſunt & adinuicem omnino commenſurabiles. Quod haud difficilius oſtenditur, quàm nona ipſa quoad quadrata. Hoc, ſcilicet ſuppoſito & antè demonſtrato, quòd ſicut inter duos quadratos numeros ſemper interiacet vnus numerus medius proportionalis: ita inter cubos interiacent duo medij proportionales: & inter ſecundos quadratos tres medij proportionales. Ab incommenſurabilibus verò inuicem quantitatibus facta quadrata non ſunt ad inuicem, ſicut quadrati numeri; neq; cubi, ſicut cubi numeri: nec ſecunda quadrata ſicut ſecundi quadrati numeri. Contrà, & quantitates, tam quarum quadrata non ſunt ad inuicem, ſicut quadrati numeri, quàm quarum cubi nõ ſunt inuicem, ſicut cubi numeri, quàmque quarum ſecunda quadrata non ſunt inuicem, ſicut ſecũdi quadrati numeri; ſunt intus ſe incõmenſurabiles. quæ duæ proportiones ſequuntur ex præmiſſis à deſtructione contrariorum. Quo fit, vt quot linearum irrationalium ſpecies tractantur in decimo Elementorũ, totidẽ eiuſdẽ nominis, & earundẽ proprietatũ ſpeciei inueniũtur inter quantitates in genere ſumptas. Ita, inquã, vt in omni quantitate vnius generis exiſtant oẽs tales rationalium ſpecies. Per hanc igitur propoſitionem omnis geometrica ſpeculatio redigitur ad numerariam praxim.

1
2 . 3
4 . 6 . 9
8 . 12 . 18 . 27
16 . 24 . 36 . 54 . 81

PROPO-

PROPOSITIO 2ª.

Omnis quantitatum additio, subtractio, multiplicatio, seu diuisio, vel radicum extractio, fit per eos numeros, à quibus ipse quantitates significantur. Hoc est, numerorum, per quos duę vel quotlibet quantitates singulos singulæ significantur, aggregatum est numerus significans talium quantitatum aggregatum. Et numerorum, per quos duæ quantitates inæquales significantur excessus, est numerus significãs ipsarũ quantitatũ excessum. Item numerorum, per quos duę quantitates significantur, productus, est numerus, significans earũ quantitatũ productum. Ab hac diuiso numero in numerũ, prouenit seu elicitur numerus significans quantitatem prouenientem ex diuisione quantitatis illius nũi in quantitatẽ huiꝰ. Demũ oĩs radix quadrati, vel cubi numeri est numerus significans quantitatẽ, quæ radix est quantitatis quadratæ vel cubicæ per ipsum quadratũ vel cubũ significatæ.

PROPOSITIO 3ª.

Quantitates, quarum denominatores sunt æquales, sunt adinuicem, sicut numeratores. Sint duæ quantitates a b. c d. quarum denominatores b d. ponantur æquales: numeratores autem sint a c. Aio, quòd quantitas a b. ad quantitatem c d. est, sicut a. ad c. Nam ratio quantitatis a b. ad quantitatem c d. componitur ex ratione ipsius a b. ad positam, & ex ratione positæ ad ipsam c d. Numeri aũt a. ad numerũ c. ratio componitur ex ratione numeri a. ad numerum b. & ex ratione numeri b. vel d. (sunt enim æquales per hyppotesim) ad numerum c. Sed per diffi. terminorũ, quantitas a b. ad positam, est sicut numerus a. ad numerũ b. quantitas aũt posita ad quãtitatẽ c d. sicut numerus d. ad numerũ c. Igitur per æquã proportionẽ erit quantitas a b. ad quantitatẽ c d. sicut numerus a. ad numerũ c. Quod erat demonstrandum.

I

a c z
b d 5

PROPOSITIO 4ª.

Quantitates, quarum numeratores sunt æquales, sunt ad inuicem sicut denominatores, ordine commutato. Sunto, sicut in præmissa, quantitates a b. c d. in quibus ponantur æquales ipsi numeratores a c. Aio tunc, ꝙ quantitas a b. ad quãtitatẽ c d. est sicut numerus d. ad numerũ b. Fiat enim ex a. in d. numerus e. & ex b. in c. fiat f. ex b. verò in d. proueniat g. eritque, per primã sexti, sicut a. ad b. sic e. ad g. vt in prima propositione huiꝰ ostẽdimꝰ: quare, sicut in diffinitionibus patuit, quãtitas e g. ęqualis erit ipsi a b. Item erit similiter,

a z N c
b 5 7 d

liter, ſicut c. ad d. ſic f. ad g. & ideo quantitas f g. æqualis erit ſimiliter quantitati c d. Et qm̃ quantitatum e g. f g. idem eſt denominator, ideo per pręcedẽtẽ, e g. ad ipſum f g. erit ſicut numerus e. ad numerũ f. Sed e. ad f. ſicut d. ad b. qm̃ c. ipſi a. æqualis multiplicans ipſos b d. facit ipſos f e. Igitur ſicut d. ad b. ſic erit quantitas e g. ad quantitatem f g. hoc eſt, quantitas a b. ad quantitatem c. d. Quod fuit demonſtandum.

e 14/35 g   10/35 f g

PROPOSITIO 5ª.

Quantitatum duarum ratio componitur ex rationibus numeratorum & denominatorum ordine commutato ſumptis. Sunto binæ quantitates a b. c d. quarum numeratores, a c. denominatores autem b d. numeri. Aio, ꝙ ratio quantitatis a b. ad quantitatem c d. componitur ex rationibus duabus, ſcilicet ex ratione numeri a. ad numerũ c. & ex rõne numeri d. ad numerũ b. Ponatur enim his media quantitas e f. cuius numerator e. ſit æqualis numero c. & denominator f. æqualis numero b. eritque, per antepræmiſſam, quantitas a b. ad quantitatem e f. ſicut numerus a. ad numerũ e. hoc eſt, ſicut a. ad c. Et per præcedentem, quantitas e f. ad quãtitatẽ c d. ſicut numerus d. ad numerũ f. hoc eſt, ſicut d. ad b. Sed poſita media quantitate e f. ratio quãtitatis a b. ad quãtitatẽ c d. cõponitur ex ratione quantitatis a b. ad quantitatẽ e f. & ex ratione quantitatis e f. ad quãtitatẽ c d. Igitur ex æquali; eadem ratio quantitatis a b. ad quantitatem c d. componetur ex ratione numeri a. ad numerum c. & ex ratione numeri d. ad numerum b. Quod fuit demonſtrandum.

a 2/5 b   3/7 c d   3/5 e f

PROPOSITIO 6ª.

Duas propoſitas quantitates coniungere. Si propoſitæ quantitates ſingulis ſignificentur numeris. Tunc cõiungãtur numeri, per quos propoſitæ quantitates ſignificãtur: Nã aggregatũ tale erit numer⁹ ſignificãs aggregatũ ꝓpoſitarꝝ quãtitatũ quæſitũ per ſecũdã huius. Si autẽ propoſitę quãtitates ſingulæ binis ſignificẽtur numeris. ſint ipſæ tũc a b. c d. quarũ numeratores qdẽ a c. denominatores aũt (vt aſſolet) b d. Ducatur b. in c. & fiat e. Ducatur etiam a. in d. & fiat f. Sitque ipſorũ e f. aggregatũ g. deinde ex b. in d. fiat h. eritq; quãtitas g h. cui⁹ numerator g. denominator aũt h. aggregatũ ipſarꝝ a b. c d. quantitatũ quæſitũ. Cũ em̃ b. multiplicãs ſingulos c d. faciat ſingulos e h. erit per primam huius, ſicut c. ad d. ſic e ad h. Et ſimiliter, qm̃ d. multiplicãs ſingulos a b. facit ſingulos f h. eritque & ſicut a. ad b. ſic f. ad h. Quare,

a 2/3 b ✕ 4/5 c d
e 12   10 f
22/15 g h

per

per diffinita, quantitas e h. erit æqualis quantitati c d. & quãtitas f h. æqualis quantitati a b. Sed per diffinitionem, ſicut numerus e. ad numerũ h. ſic quantitas e h. ad poſitã: ac ſicut numerus f. ad numerũ h. ſic quantitas f h. ad poſitam. Igitur per 24ª quinti Elemen. ſicut g. aggregatum ipſorũ e f. ad numerũ h. ſic aggregatũ ex ipſis e h f h. quantitatibus, hoc eſt ex ipſis c d. a b. quantitatibus ad poſitam. Quare, per diffin. g h. numeri ſignificant dictũ quantitatũ a b. c d. aggregatum, ita ſcilicet, vt g. numerus ſit numerator, & h. nũs denominator. Itaq; g h. quantitas eſt propoſitarum a b. c d. quantitatũ congeries, quæ quærebatur. Quod ſi propoſitarum quantitatum altera tantùm binis notetur numeris, tunc reliquæ ſupplendus eſt numerus denominator, qui quidem in quantitatibus ad poſitam multiplicibus ſemper eſt vnitas, quæ integritatem poſitæ in integris ſignificat.

PROPOSITIO 7ª.

Duabus quantitatibus inæqualibus propoſitis, minorem à maiori ſubtrahere. Si propoſitæ quantitates ſingulis denotentur numeris: tunc numerus minor ſubtrahatur à maiori: nã relictus numerus erit is, qui ſignificat quãtitatẽ, quæ ſupereſt poſt ſubtractionem minoris quantitatis à maiori, per ſecundam huius. Si autem propoſitæ quantitates, quarũ altera ab altera ſubtrahenda eſt, ſingulæ binis exprimantur numeris. Sint ipſæ tunc a b. maior, & c d. minor: quarũ numeratores ſint a c. denominatores b d. ita vt oporteat quantitatẽ c d. ſubtrahere à quantitate a b. Ducatur a. in d. & fiat e. deinde b. in c. & fiat f. Mox ſubtrahatur ab e. numerus f. & reliquum ſit g. Ducatur demum b. in d. & fiat h. Eritque quantitas g h. cuius numerator g. denominator h. quę relinquitur poſt ſubtractionem ipſius c d. quantitatis, ab ipſa quantitate a b. Cũ enĩ d. mltcans ſingulos a b. faciat ſingulos e h. erit, p pª huius, ſicut a. ad b. ſic e. ad h. & ſimiliter, qm̃ b. mltcans ſingulos c d. facit ſingulos f h. ideo ſicut c. ad d. ſic f. ad h. Quare per corollaria diffinitionum, quantitas e h. ipſi a b. & quantitas f h. ipſi c d. æqualis erit. Et quoniam h numerus eſt cõis earum denominator, ideo per 4ª huius, ipſæ quantitates e h. f h. ſunt ad inuicẽ ſicut e f. numeratores. Quamobrẽ exceſſus numeratorum, ſcilicet g. nũs ſignificabit quantitatũ e h. f h. differentiã, hoc eſt, ipſa g h. quantitas erit talis dr̃ia: ſicut erat demonſtrandũ. Quòd ſi propoſitarũ quantitatum altera tm̃ binis noteť numeris: tũc reliquę ſupplẽdus eſt nũs denominator:

$\frac{c}{d}\ \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\ \frac{a}{b}$

e. 12
f. 10
g. 2
h. 15

denominator: qui quidem in quantitatibus ad positam multiplicibus semper est vnitas, integritatem positæ ac non diuisæ significãs. Item notandum tam in præsenti, quàm in pręcedenti propositione, quòd quantitates, quæ ad positam multiplices sunt, & insuper particulares, aut superficientes redigendæ sunt ad partes, ita vt singulæ binis significentur numeris, atque modus demonstrandi locum habeat.

COROLLARIVM.

Hinc constabit, propositis duabus quantitatibus, vtra sit maior.

PROPOSITIO 8ª.

Duabus quãtitatibus propositis, alterã in alterã multiplicare.

Si propositæ quantitates singulis signentur numeris: tunc numeri significantes ipsas quantitates multiplicentur alter in alterum: Nam productum, per secundam huius, erit numerus significans quantitatem ex propositarum quãtitatũ multiplicatione productam. Si aũt quãtitates, quæ multiplicandæ proponuntur, singulæ binis significentur numeris: tunc sint ipsæ a b. c d. quarũ quidẽ numeratores sint a c. denominatores verò b d. Et ducatur numerus a. in numerũ c. & proueniat e. Itẽ ducatur numerus b. in numerũ d. & proueniat f. Eritq́; quantitas e f. cuius numerator e. denominator f. productum ex multiplicatione quantitatis a b. in quantitatẽ c d. Nã, per quintã huius libri, ratio quantitatis e f. ad quãtitatẽ c d. cõponitur ex rationib⁹ numeri e. ad numerũ c. & numeri d. ad numerũ f. Ratio aũt quãtitatis a b. ad positã cõponit̃ ex ratione numeri a. ad vnitatẽ, & ex ratione vnitatis ad numerũ b. Sed p̃ diffi. multiplicationis numerorũ, sicut a. numerus ad vnitatẽ, sic numerus e. ad numerum c. & sicut vnitas ad numerũ b. sic numerus d. ad numerũ f. Igitur, per ęquã proportionẽ, quantitas e f. ad quantitatẽ c d. sicut quantitas a b. multiplicans ad positã. Quare, per diffi. multiplicationis, quantitas e f. est prædictum proueniens ex ductu quantitatis a b. multiplicãtis in quantitatẽ c d. multiplicatã. quod quærebatur. Quòd si altera propositarũ quantitatũ duobus signetur numeris, reliquã verò vno: tunc huic suppleñd⁹ est, vt in præmissis factũ est, numerator, hoc est, vnitas: Et si quantitatũ altera vel ambæ sint multiplices ad positam, & insuper superparticulares, vel superpartientes; tunc redigantur ad partes, ita vt singulæ binis connotatæ numeris, tã ad praxim, q̃ ad demonstrationẽ accõmodẽtur.

a.	2	—	4	c. 8	e.
b.	3	—	5	d. 15	f.

PROPO-

PROPOSITIO 9ª.

Duabus quantitatibus propositis, alteram in alteram partiri.

Si propositæ quantitates singulis significentur numeris, tũc ijdem numeri quãtitatẽ ex diuisione vnius in alteram, prouenientẽ exprimerent, ita quidem, vt numerus diuisus sit numerator & diuidẽs denominator. Nã sicut se habet diuidẽs quantitas ad diuisam, sic se habet posita ad quantitatem ex diuisione prouenientẽ. Vt si sit diuidenda quantitas a. diuidens vero b. iam dico tunc, quod quantitas a b. est quantitas, quę prouenit ex diuisione ipsius a. in ipsam b. Nam per 4ª huius, sicut est numerus b. ad vnitatem, sic est quantitas a. ad quantitatem a b. quandoquidem earum numeratores sint æquales, quia. s. vtrobique est numerus a. & denominator quantitatis a. sit vnitas : denominator vero quantitatis a b. sit ipse b. Ergo sicut quantitas b. scilicet diuidens ad positam (quæ per vnitatem significatur) sic quantitas a. scilicet diuisa ad quantitatem a b. prouenientẽ. Quamobrẽ, per diff. diuisionis; ex diuisione quantitatis a. in quantitatem b. prouenit quãtitas a b. quod fuit demonstrandum. Quòd si quãtitates, quarum altera in alteram diuidenda est, singulæ binis denotentur numeris : tunc ipsæ a b. c d. quarũ numeratores a c. denominatores b d. ita vt ipsa a b. sit diuidẽda in ipsam c d. Ducatur d. in a. & proueniat e. Item c. in b. & proueniat f. eritque quantitas e f. cuius numerator e. ac denominator f. ea, quæ prouenit ex diuisione ipsius a b. in ipsam c d. Quoniam, per quintam huius, quantitatis a b. ad quantitatem e f. ratio, componitur ex ratione numeri a. ad numerũ e. & ex ratione numeri f. ad numerum b. Ac per diffin. multiplicationis in septimo Elementorum, sicut a. numerus ad ipsum e. sic vnitas ad d. Ac sicut f. numerus ad ipsum b. sic c. ad vnitatẽ. Et ratio quãtitatis c d. ad positam 50. ponitur ex ratione numeri c. ad vnitatem, & ex ratione vnitatis ad numerũ d. Propterea, per æquã proportionẽ, ratio quãtitatis a b. diuisę, ad quantitatem e f. prouenientẽ, erit, sicut ratio c d. diuidentis ad positam. Ergo, per diffin. diuisionis, ex diuisione quantitatis a b. in quantitatem e d. prouenit quãtitas e f. quod est propositum. Quod si propositarum quantitatum altera vno tantùm significetur numero, tunc supplendus est ei denominator per vnitatem: vt in præmissis faciendum præcepimus. Etsi quantitatum altera vel vtraque sint multiplices ad positam, aut super particulares, seu

a. b. $\frac{12}{3}$ $\frac{12}{1}$ a.

c. d. $\frac{2}{3}$ × $\frac{8}{15}$ a. b. $\frac{24}{30}$ e. f. $\frac{4}{5}$

ſeu ſuperpartientes, redigantur ſingulæ ad ſuas partes. Ita quidẽ, vt ſingulæ per numeratorẽ & denominatorẽ expreſſæ ad prędictã praxim & demonſtrationẽ accommodentur.

PROPOSITIO 10ª.

Omnis additio & omnis ſubtractio in quantitatibus cognitis irrationalibus fieri poteſt per terminos plus & minus. Namq; quãtitates, quarũ ſola quadrata, vel quarũ ſoli cubi, vel quarũ ſola ſecunda quadrata ſunt cognita, vt plurimum neq; coniungi poſſunt, niſi per terminos binomiorum: neq; altera ſubtrahi ab altera, niſi per terminos reſiduorum, vt ſi iungendæ ſint duæ quantitates r. 3. & r. 2. ſtatim dicã, earũ aggregatum eſſe r. 3. p° r. 2. Si vero hæc ab illa ſubtrahenda ſit, ilicet reſpondebo, reſiduum poſt ſubtractionem eſſe r. 3. m̃. r. 2. Quandó tamen ad inuicem cõmenſurabiles fuerint, poſſunt ad vnũ nomẽ, tã in additione, q̃ in ſubtractione regi, vt poſtea docebimus. Illud tamen in binomijs, reſiduisq; ſic prolatis, nunquàm non licet comperire quadratum, cuius radix ſit ipſum binomiale aggregatum, ſiue reſiduum, qđ p additionẽ, ſiue ſubtractione querendũ proponitur. Verùm tale quadratũ non niſi p duo nomina poteſt proferri, qñ propoſitæ quantitates fuerint incõmenſurabiles: vt poſtea per exẽpla declarabimus, regulas ſingulas tradentes.

PROPOSITIO 11ª.

Duas quantitates propoſitas, quarum vel quadrata tantùm, vel cubi tantùm, vel ſecunda quadrata tantùm cognita ſupponuntur, inuicem multiplicare. Sunto duæ quantitates a b. quarum quadrata c d. tantùm cognita ſupponuntur: ſi iubear a. in b. multiplicare, id faciam per quadrata. Sit enim ipſarum a b. productum e. quod cum rationale non ſit, exiſtentibus a b. inuicem incõmenſurabilibus, & perinde non ſemper poſſit exprimi numero; quærendum eſt per eius quadratum, quod ſemper rationale eſt, ſic. Multiplico, per 8ª huius, c. in d. & proueniat f. Aio igitur, q̈ f. eſt quadratum producti quæſiti, hoc eſt ipſius e. Quod ſic oſtendo. Qm̃ a. multiplicans ſe ipſam facit c. & multiplicãs ipſum b. facit e. erit ideo, per primã 6ⁱ Euclidis, ſicut a. ad b. ſic c. ad e. Et ſimiliter, qm̃ b. multiplicans ſe ipſam, facit d. & multiplicans ipſam a. facit e. erit ſicut a. ad b. ſic e. ad d. Igitur c e d. ſunt continue proportionales. Quare per 15ª ſexti, quod fit ex c. in d. ſcilicet f. æquũ eſt quadrato, qđ ex e. qđ erat demõſtrandũ. Si cõtingat igitur ipſum f. productum eſſe quadratũ

1

a b

2 3

c e d

4 6 9

g f h

16 36 81

k

1296

numerum,

numerũ: quod tũc fit, qñ a b. sunt inuicẽ cõmẽsurabiles: tũc ipsum e. productum r,ationale est: quãdoquidẽ tunc quadrati nũi f. radix est. Ponantur nunc ipsarum a b. quantitatum quadrata secũda tm̃ rationalia, hoc est, cognita p numeros, quæ sint g. & h. vt scilicet g. sit quadratum ipsius c. atq; h. sit quadratũ ipsius a. Rursum, nunc per istec secunda quadrata vestigabo productũ ipsarũ a b. sic: Multiplico g. in h. per 8ª hui⁹, & proueniat k. Dico itaq; quod k. est quadratũ secũdũ ipsi⁹ e. producti, hoc est, quadratũ ipsi⁹ f. qđ sic ostendo. Cũ em̃ c. in se faciat g. & c. in d. faciat f. erit, per primam sexti, sicut c. ad d. sic g. ad f. Et similiter, quoniam d. in c. facit f. & d. in se facit h. ideo sicut c. ad d. sic f. ad h. Ergo g f h. sunt continue proportionales. Quare per 15ª sexti, quod fit ex g. in h. scilicet k. est æquum quadrato ipsius f. Quod erat ostendendum. Id idem quoque haud difficilius ostendemus de tertijs, quartis, & quotiescunque quantitatum quadratis in infinitum. Nam quota sunt quadrata quãtitatum multiplicantium, productum ex quadratis, totum quadratum erit à quadrato producti multiplicantiũ. Quod etiã ostẽdit Cãpanus in fine decimi Elementorum. Hoc itaq; pacto multiplicãtur ad inuicẽ quantitates potentia tm̃ rõnales, vel mediales primæ, vel cuiuscũq; ordinis. Veniã nũc ad quantitatẽ cubo tm̃ rationales, hoc est, quarum solùm cubi supponuntur cogniti: quãuis de his nihil Euclides. Sunto, vt prius propositę quãtitates a b. quarũ productũ fuit e. & quarũ quadrata c d. & eorũ productũ f. Ducat a. in c. & fiat l. Itẽ b. in d. & fiat m. Eruntq; per diffin. l m. cubi quantitatem a b. per quos cubos quærimus nunc productũ ipsarum a b. s. ipsum e. Multiplico igitur l. cubũ in m. cubũ, & proueniat n. Aio nũc, quod em̃ numer⁹ est cub⁹ ipsi⁹ e. hoc est, quod ipsum e. productũ quæsitũ est radix cubica ipsi⁹ n. Qđ sic ostendã. Cũ ex a. in b. fiat e. & ex a. in c. fiat l. erit per primam sexti, sicut b. ad c. sic e. ad l. Item cum ex d. in b. fiat m. & ex d. in c. fiat f. erit similiter. sicut b. ad c. sic iam & m. ad f. Quare fiet sicut m. ad f. sic e. ad l. Et ideo, per decimãquartam sexti, numerus n. qui fit ex l. in m. æqualis ei, quod fit ex e. in f. hoc est, cubo ipsius e. qui videlicet fit ex e. in suum quadratum f. Per diffin. igitur e. est radix cubicum ipsius n. Quod fuit demonstrandum. Hac via multiplicandæ sunt quantitates cubo tantùm cognitæ. Quando autem vna quantitatũ multiplicandarum cognita per se proponitur, alterius aũt vel quadratum, vel cubus,

vel

1
a b
2 3
c e d
4 6 9
g f h
16 36 81
k
1296

1
a b
2 3
c e d
4 6 9
l f m
8 36 27
n
216

vel ſecundum quadratum tantùm cognitum offertur, tunc capiendum eſt ſimiliter quadratum, vel cubus, vel ſecũdum quadratum quantitatis per ſe cognitæ, & deinde quadratum in quadratum, ſiue cubus, in cubum, ſiue ſecundum quadratum in ſecundum quadratũ multiplicandum eſt. & ſic deinceps pro tertijs, aut quotieſcunq; quadratis. Sic & demõſtratio dudũ memorata procedet, & propoſitũ abſoluetur.

COROLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd ex ductu quadratorum, ſiue cuborum, ſiue ſecundorum quadratorum, aut ſequentium, ſemper producitur quadratum, ſiue cubus, ſiue quadratus ſecundus producti ex multiplicatione radicum, quarum quadrata, ſeu cubi, ſeu ſecunda, vel ſequentia quadrata. Quæ omnia, ſicut iam demonſtrata ſunt, ita per Arithmeticam praxim, tam in quantitabus rationalibus, quàm potentia, ſiue cubo, tantùm rationalibus, ſiue medialibus, ſiue duorum pluriumve nominum, ſupputando comprobãtur, quemadmodum in Arithmeticis quæſtionibus per exempla tradidimus.

PROPOSITIO 12ª.

Duabus quantitatibus propoſitis, quarum quadrata tantùm vel cubi tantùm, vel ſecunda quadrata tantùm cognita ſupponuntur; alteram in alteram partiri. Quoniam, per diffinitionem, quando multiplicantur inuicem duæ quantitates, productum ad multiplicatam eſt, ſicut multiplicans ad poſitam: Iam ſi multiplicans nunc ſit diuidens, ac productum ſit diuiſum, erit multiplicata, quotiens. Quandoquidem, per diffin. diuiſa quantitas ad quotientem eſt, ſicut diuidens ad poſitum. Itaque diuiſo producto in multiplicantem, ſemper ex diuiſione prouenit multiplicans. Quod cum ita ſit, abſoluemus problema, per deſcriptionem penitus, ac ſuppoſitionem præcedentis propoſitionis. Sint igitur, ſicut in præmiſſa, propoſitę quantitates a b. quarũ quadrata c d. productum autem e. & ipſarum c d. productum f. Oſtenſum eſt ergo, quòd f. eſt quadratum ipſius e. quòd ſcilicet f. fit ex ductu c. in d. Igitur ex diuiſione ipſius f. in ipſam c. proueniet ipſa d. quod eſt quadratum ipſius b. prouenientis ex diuiſione ipſius e. in ipſam a. Sit igitur, exempli gratia, diuidenda quantitas e. diuidens autem a. & offerantur harum quadrata tantùm, ſcilicet f. quadratum diuidendæ e. atque c. quadratum diuidentis a. diuidam ipſam f. in ipſam c.

	1		
	a	b	
	2	3	
c	e	d	
4	6	9	
g	f	h	
16	36	81	
	k		
	1296		

ſam c. & prouenie t b d. quadratum, ſcilicet ipſius b. quotientis: quoniam ſcilicet ex diuiſione producti in multiplicantem, prouenit multiplicata. Item quoniam ex multiplicatione ipſarum g h. quæ ſunt ſecunda quadrata ipſarum a b. producitur k. ſecundum quadratum ipſius e. producti ex ipſis a b. iam ſimiliter ſi pro diuidenda quantitate e. offeratur ſecundum eius quadratum f. & pro diuidente a. proponatur ſecundum eius quadratum g. tunc diuidam ipſam k. in ipſam g. & prouenit h. ſecundum quadratum ipſius b. quotientis. Nam ex diuiſione producti in multiplicantem, proſilit multiplicata. Demum, quoniam ex multiplicatione cuborum l m. qui ſcilicet ſunt cubi ipſarum a b. producitur n. cubus ipſius e. producti primarij: non aliter, ſi pro quantitate e. partienda detur eius cubus n. & pro diuiſione a. ponatur eius cubus l. tunc partiar cubum ipſum n. in ipſum l. & prouenie t m. cubus ipſius b. quotientis. Namque productum in multiplicantem diuiſum, exhibet multiplicatam. Nec ſecus faciendum pro tertijs, ac ſequentibus quadratis, quouſque proceſſerit curioſitas. Quod ſi diuiſor, aut diuidendus numerus ita offerantur, vt alter per ſe notus ſit, alterius verò tantum potentia vel cubus vel ſecundum quadratum cognitum proponatur: tunc par dignitas capienda eſt numeri per ſe cogniti, vt ſcilicet, vel quadratum in quadratum, vel cubum in cubum, vel ſecundum quadratum, in ſecundum quadratum, vel dignitatem quamuis in parem dignitatem partiaris: ſicut in multiplicatione factum eſt. Sic enim & demonſtratio dudum explicata locum habet, & quæſtio finem.

a	b	
2	3	
c	e	d
4	6	9
l	f	m
8	36	27
	n	
		216

Exempla.

1—1	—1		Vnitas
2—3	—6		Rad.
4—9	—36		□
8—27	—216		☐
16—81	—1296		□ □

COROLLARIVM.

Ex quibus manifeſtum eſt, quòd ex diuiſione quadrati, in quadratum, ſiue cubi in cubum, ſiue ſecundi quadrati in ſecundum quadratum, ſemper prouenit quadratus, ſeu cubus, ſeu ſecundus quadratus illius quotientis, quod ex diuiſione radicis in radicem, quarum ſunt quadrata, vel cubi, vel ſecunda quadrata, proueniebat. Quod corollarium ſequitur ſimiliter ex præcedentis corollario, ſicut propoſitio ex propoſitione naſcebatur, per ipſas multiplicationis & diuiſionis diffinitiones.

PROPOSITIO 13ª.

Propoſitarum duarum quantitatum per potentias cognitas, aut per cubos tantùm datos, congeriem, aut exceſſum veſtigare. Sunto duæ quantitates a b. quarum quadrata c d. cognita ſint. Volo earum congeriem pronunciare. Per vndecimam huius, multiplico a in b. per nota ipſarum quadrata c d. & proueniat e. Huius

r. 3. a — b — r. 12

c		d
3	e	12
	6	
	f	
		12

duplum sit f. Sumo igitur aggregatum ipsarum c d f. dico enim quòd tale aggregatum est quadratum congeriei quæsitæ. Nam per 4ª secundi Elementorum, aggregatum ex duobus quadratis, duploq; producti radicũ, quarum sunt quadrata, conficiunt quadratum congeriei radicum. Item sunto duæ quantitates a b. quarum maior b. & earum quadrata sint c d. Volo subtrahere ipsam a. ab ipsa b. Per 11ª huius, multiplico a. in b. per earũ potentias c d. & proueniat e. Huius duplum sit f. quod subtraho ad aggregato ipsarum c d. & residuum sit g. Dico igitur, quòd g. est quadratum eius quantitatis, quæ relinquitur post subtractionem ipsius a. ab ipsa b. Nam per 7ª secundi Elementorum, quadratum quãtitatis, à qua fit subtractio, vnà cum quadrato subtractæ, sumptum æquale est quadrato residui vnà cum duplo eius, quod fit à tota in subtractam. Quam ob rem, si tale duplum subtrahatur ab aggregato quadratorum totius & subtractæ, superest quadratum residui. Vbi notandum est, quòd quando duæ quantitates propositæ sunt inuicem commensurabiles, tunc, quoniam ipsę sunt eiusdem speciei: & earum tam congeries, quàm concessus est & eiusdem speciei quantitas. Exempli gratia: siue propositæ quantitates sint potentia tantùm rationales inuicem commensurabiles: tunc earum tam congeries, quàm differentia erit quantitas vnius nominis potentia tantùm rationalis. Si autem propositæ quantitates singulæ sint vnius speciei binomia: & perinde commensurabiles: tunc earum tam congeries, quàm differentia erit eiusdem speciei binomium: Et similiter de reliquis irrationalium speciebus dicendum: Quæ omnia & in decimo Elementorum demonstrantur, & calculo practico comprobantur. Sed regulę in hac propositione assignatæ quantitatibus potentia rationalibus tantùm vsu veniunt: non & ijs, quarum cubi tantùm, aut quarum secunda quadrata tantùm cognita offeruntur. Sed pro vniuersis quantitatibus, tam potentia tantùm, quàm cubo tantùm, quamque secundo quadrato vel quotacunque potentia tantùm cognitis, dabimus hìc vnicam & auream regulam, quam hìc simul trademus & demonstrabimus. Sit a. magnitudo posita, quæ denominatur ab vnitate. b c. duæ magnitunes datæ. Sit d. quadratum ipsius b. & e. quadratum ipsius c. Itẽ f. cubus ex b. & g. cubus ex c. Et tunc si secetur c in b. & proueniat h. Item e. in d. & proueniat k. Item g. in f. & proueniat l. erũt iam sicut a b d. & sicut ipso a c e g. ita & ipse a h k l. per diffinitionem quadratorum, & cuborum, & per diffinitionem diuisionis continuè proportionales. Quare per diffinitionem h. radix k.

Aurea regula.

a	b
1.3.	1.27.
c	d
3	27
e	
	9
f	
	18
g	
12	

quadratum

quadratum & l. cubus talis radix erunt. Quibus cõsideratis, si velim aggregare quantitates b c. per earum quadrata d e. vel per earum cubos f g, ponam m. æqualem aggregatum ipsarum a h. & faciam n. quadratũ ipsius m. & eiusdem m. cubum o. Mox ducam d. in n. & proueniat p. Item ducã f. in o. & proueniat q. Aio tũc, quod p. erit quadratum totius b c. quodq; q. erit cubus eiusdem b c. totius. Et sic habeo tã per quadratos, q̃ per cubos aggregatũ ipsarũ b c. Hoc est, habeo tã quadratũ, q̃ cubũ talis aggregati, qñ aliter in notitiã non venit. Atq; ita deinceps fiet per secunda & quotacunq; quadrata: Quod sic ostẽditur. Cũ, per diffi. diuisionis. sit sicut e. ad b. sic h. ad a. erit coniunctum totum c b. ad ipsum b. sicut totũ h a. ad ipsum a. hoc est, c b. ad ipsum b. sicut m. ad a. Quare per 15ª sexti Euclid. qđ fit ex a. in b c. hoc est, ipsum aggregatũ b c. æquale erit ei, quod fit ex b. in m. Itaq; cũ ex b. in m. hoc est, ex radice in radicem producatur totũ b c. iã, per corollariũ vndecimæ huius, ex d. in n hoc est, ex quadrato in quadratũ producetur quadratũ totius b c. qđ fuit p. & ex f. in o. hoc est, ex cubo in cubum, producetur cubus totius b c. qui fuit q. quod erat demonstrandum. Et similiter per eadẽ omnino, idipsum ostẽdetur de secundis quadratis, cæterisq; dignitatibus magnitudinum. Quod si velim subtrahere quantitatem b. de tota b c. per quadrata earum d. & p. tunc diuidã quadratũ ipsius b c. scilicet ipsam p. per quadratũ ipsius b. scilicet per ipsam d. Et proueniet ex iã demonstratis, ipsa n. cuius radix quadrata est m. A qua subtraho a. vnitatem & supererit h. cuius quadratũ, scilicet ipsam k. duco in d. quadratũ, scilicet ipsius b. subtrahendæ: & proueniet e. quod ex quadratũ ipsius c. quæ superest post subtractionẽ ipsius b. à tota b c. sic per quadrata subtractæ & eius, à qua fit subtractio, habeo quadratum relictæ. Eadem quoq; subtractio fiet per cubos quantitatum scilicet per f. & q. sic. Diuidã cubũ ipsius b c. scilicet q. in cubum ipsius b. scilicet f. & proueniet ex demonstratis ipsa o. cuius radix cubica est m. De qua minuo a. vnitatẽ, & relinquetur h. cuius cubum l. duco in f. cubũ ipsius b. subtrahendæ: & proueniet g cubus ipsius c. relictæ post dictam ac propositam subtractionem. Et per eandem idipsum in secundis quadratis cæterisque deinceps eueniet. Quæ quidem regula, quoniam communis est vniuersis in infinitum quantitatum dignitatibus, à nemine hactenus animaduersa, & demonstrata, merito aurea fuit appellanda.

a
b c h m
2 3 $1\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$
d e k n
4 9 $2\frac{1}{4}$ $6\frac{1}{4}$
f g l o
8 27 $3\frac{3}{8}$ $15\frac{5}{8}$
p
Q 25
125

a
1
b c h m
2 6 3 4
d e k n
4 36 9 16
f g k o
8 216 27 64
p q
64 512

Propositio 14ª.

c.	8.
d.	2.

a.	3.	5.	b
e.	9.	25.	f
g.	27.	125.	k
k.	81.	625.	l.

t——		x——	
m.	18	50.	n
p.	54.	250.	q
r.	162	1250.	ſ

1.	1.	
8.	2.	d. ℞.
64.	4.	□.
512.	8.	Cub.
4096.	16.	□. 2ⁱ

y.	118.	1024.	8192.
z.	8.	16.	32

Duas propoſitas quantitates potentia tantùm, vel cubo tantùm, vel ſecundo quadrato tantùm rationales, inuicem commenſurabiles inuicem coniungere: vel alteram ab altera ſubtrahere. Quoniam duæ quantitates commenſurabiles inuicem ſupponuntur, erant ſicut numerus ad numerum: ſint ergo ſicut numerus a. ad numerum b. quarum maior b. & horum numerorum aggregatum ſit c. differentia verò d. Itē ipſorum a b. quadrati ſint e f. cubi g h. quadrati ſecundi k l. Quantitates autem propoſitæ, ſi potentia tantū ſint rationales, ſint earum potentiæ ſeu quadrata m n. Si autem cubo tantùm rationales, earum cubi ſint p q. ſi tandem quadrato ſecundo rationales, earum quadrata ſecunda ſint r ſ. Ipſæ autem quantitates ſint t x. & quoniam t x. ſunt ad inuicem ſicut numeri a b. ad inuicem, neceſſe eſt, vt & m n. ipſis e f. & ipſi p q. ipſis g h. nec non ipſi r ſ. ipſis k l. ſint proportionales. Quoniam, ſcilicet quantitatum proportionalium, tam quadrata ad nuicem, quàm cubi ad inuicem, & quàm ſecūda quadrata ad inuicem & deinde pares dignitates ſemper proportionales ſunt; propterea videlicet, quòd quadrata duplicant, cubi triplicant, quadrata ſecunda quadruplicant, & ſic deinceps proportionem radicum. Hinc ſequitur, quoniam per coniunctam, & euerſam proportionem, ſicut eſt c. numerus ad d. numerum, aggregatum ſcilicet a b. ad eorum differentiam, ſic eſt aggregatum quantitatum t x. ad earum differentiam: Idcirco & talium aggregatorum quadrata, talium differentium quadratis, & cubi cubis, & ſecūda quadrata ſecundis quadratis proportionalia erunt & deinceps ſequentia. Vnde ſicut eſt m. numerus ad e. numerum: ſiue ſicut n. numerus ad f. numerum, hoc eſt, ſicut quadrata ſingularum quantitatum t x. ad quadratos ſingulos numerorum a b. ſic erit quadratum aggregati quātitatum t x. ad quadratum ipſius c. nec non ſic erit quadratum differentiæ quantitatum t x. ad quadratum ipſius d. idemque de cubis, & de ſecundis quadratis dicendū. Quoniam igitur quantitates t x. notæ ſunt per quadrata m n. tantum tunc ſicut eſt m. ad e. ſic ſit y. numerus ad quadratum ipſius c. Item ſic ſit z. numerus ad quadratum ipſius d. Nam ex iam demonſtratis y. numerus erit quadratum aggregati ipſarum t x. & z. numerus erit quadratum differentiæ ipſarum t x. Sic noteſcit per quadrata tam congeries, quàm exceſſus propoſitarum quantitatum. Quoniam autem quantitates t x. cubo tantum ſunt rationales: tunc ſimiliter quæretur earum tam congeries, quàm exceſſus per cubos; Si demum quadrato ſecundo tantùm rationales; tunc talis congeries & exceſſus per ſecunda quadrata notificabitur.

Corol-

COROLLARIVM.

Ex quibus manifestum est, huiusmodi duarum quantitatum tam aggregatum, quàm differentia, semper est quantitas vnius nominis & vtrique ipsarum commensurabilis.

PROPOSITIO 15ª.

Duarum quantitatum plurium nominum, aggregatum, aut differentiam vestigare. Quando nomina quantitatum sunt ad inuicem incõmensurabilia: tunc congregatio haud aliter fieri potest, quàm aggregatis membris per aduerbium Plus: nec etiam dfa aliter proferri, quàm per aduerbiũ Minus: sicut ostendit Euclides in decimo, tam de binomijs, quàm de residuis. Vbi verò fuerint duo nomina inuicem cõmensurabilia: tunc ea, per præcedentem, coniuncta conflant vnam quantitatem, & ideo redigenda sunt ad vnũ nomen in additione. Quod si minor à maiori subtrahatur, superest quantitas vnius nominis, in subtractione. Semper igitur duo nomina, quæ in additione, vel subtractione ad vnum redigi possunt, redigenda sunt, vt quàm paucissimis nominibus siue aggregatum, siue differentiam proferamus. Et in additione hoc semper attẽdendũ, quòd nomina per Plus geminata, Plus conficiunt: Per Minus verò notata, Minus. tantum, inquam, Plus, seu tantum Minus, quantũ coniuncta conflant. Quòd si nominum alterũ per plus, alterũ per min⁹ notetur, tunc eorũ excessus adijciendus, aut subtrahendus erit summæ: adijciendus quidẽ, qñ nomen per plus notatũ, maius est; subtrahendus verò, cum maius est reliquum nomen. Vnde si nomina contrarijs titulis insignita, fuerint æqualia, tunc nihil conflant: nam quod inde adijcitur, hinc subtrahitur, & ita summa intacta permittetur. In subtractione verò, si nominum vtrunque per plus notetur, supererit differentia nominũ per plus qdẽ notanda, cum illud nomen à quo fit subtractio mai⁹ est: per Minus vero inscribenda, cum subtrahendũ nomen maius est. Quando aũt nomina æqualia, nil restat. Quòd si ambo nomina per minus notata sint, similiter supererit excessus nominum; verùm per Plus notandus, cum maius nominum erat subtrahendum: per minus autẽ inscribendus, quando reliquum nomen maius fuerit Nam æqualitas eorum rursum nihil residuat. Demum, si nominum alterum per Plus, alterum per Minus inscribatur: tũc eorum aggregatum pro relicto subtractionis subscribendũ est cum aduerbio Plus, vel Minus, cum quo scilicet notabatur nomẽ, à quo fit subtractio. Quæ præcepta ita sunt in triuialibus scholis trita, & per conceptum animi cognita, vt demonstratione non egeant. Igitur ad reliqua transeundum.

PROPOSITIO 16ª.

Quantitatem vnius nominis in quantitatem duorum aut plurium nominum multiplicare. Quantitas vnius nominis sit a. binominis autem quantitas b c. sub duobus nominibus b. & c. prolata. Oportet multiplicare a. in b c. Multiplico per vndecimam huius, quantitatem a. in nomen b. & fiat d. Item multiplico, per eandem, a. in nomen c. & fiat e. Dico igitur, quòd quantitas conflata ex nominibus d e. est productum quod fit ex multiplicatione ipsius a. in ipsam b c. Nam, per secundi Elementorum primam, quæ fiūt ex ductu vnius quantitatis in parte propositæ quantitatis pariter accepta conficiunt illud, quod fit ex dicta quantitate in totam propositam. Itaque d e. productum est ex multiplicatione ipsius a. in ipsam b c. factum: quod quærebatur.

a
b c
d e

PRÆAMBVLVM.

Verùm in multiplicationibus binomiorum ac residuorum, hoc est prænotandum, quòd si nomina multiplicanda inscribantur per Plus aut per Minus vtraque, tunc productum ex eorum multiplicatione factum inscribendum erit per plus: si vero alterum nominum per Plus, alterum per Minus notetur, productum per minus notandum erit. Quod ita esse, breui demonstratione arguemus. Sunto dua residua, vnum, a b. b c. Alterum d e. e f. cùm enim residua ipsa sint quantitates a c. d f. quę restant per abscisionem minorum nominum à maioribus, illud sic pronunciatur a b. minus b c. hoc est, quod superest, subtracta quantitate b c. à quantitate a b. aliter enim exprimi non potest, cum sit quantitas irrationalis, per abscisionem quantitatis à quantitate sibi incommensurabili factam relicta: & similiter alterum sic profertur d e. minus d f. hoc est, quod relinquitur, dempta quantitate e f. à quantitate d e. illud inquam, residuum est quantitas a c. sicut dictum est, relictæ. Hoc autem residuum quantitas d f. per similem abscisionem remanens. Quæ cum aliter, quàm per nominum, ex quorum abscisione generantur, hoc est, quorum excessus sunt, proferri nequeant: iam si alterum in alterum multiplicandum erit; talis multiplicatio non nisi per nominum multiplicationem fieri poterit. Si igitur residuum a b. b c. multiplicandum est in residuum d e. e f. non aliter multiplicatio fieri potest, quàm multiplicando hæc nomina singula in illa singula: vnde fiet quadruplex multiplicatio, prima scilicet a b. in d e. Se-

a c b
d f e

a b / d e: a c. d f. +; a c. e f. plus +; b c. d f. plus +; b c. d f. plus —

a b / e f: a c. e f. Minus +; b c. e f. Min.º —

d e / b c: b c. d e. Min.º +; b c. e f. Min.º —

d e. Secunda a b. in e f. Tertia d e. in b c. Quarta b c. in e f. Harum prima, per primam secundi Elementorum Euclidis, continet quatuor multiplicationes se ipsam integrantes, scilicet a c. in d f. a c. in e f. b c. in d f. b c. in e f. Secunda continet duas multiplicationes se ipsam perficientes, scilicet a c. in e f. & b c. in e f. Tertia item duas, ex quibus componitur, scilicet b c. in d f. b c. in e f. Quoniam, scilicet producta partium integrant productum integrorum. Quarta verò vnica est, scilicet b c. in e f. quoniam fit ex nominibus indiuisis: & cum prædictis octo posita facit nouem multiplicationes. Productum autem quæsitum est, quod fit ex multiplicatione a c. in d f. Quod haberi non potest, nisi paractis dictis quatuor multiplicationibus, quæ continent nouem ductus. Ex quibus consuendum sit solum illud quod fit ex a c. in d f. necesse est cætera octo producta esse abijcienda: quod fieri non potest nisi dimidium eorum notetur per plus, ac reliquum dimidium per minus; atque ita alterum altero repensante, summa quæsita, quæ fit ex a c. in d f seruentur intacta. Sed ex dictis cæteris octo productis, tria prima multiplicationis, scilicet quæ fiunt ex a c. in e f. ex b c. in d f & ex b c. in e f inscribi debent per aduerbium Plus, quoniam sunt membra primæ multiplicationis, quæ fit ex nominibus a b. d e. per idem aduerbium notatis. Duo autem producta secūdæ multiplicationis, ex a c. in e f. & b c. in e f. notanda per aduerbium Minus: quoniam sunt membra secundæ multiplicationibus, quæ fit ex nominibus a b. e f. quorum alterum per aduerbium Minus inscribitur. Duo quoque producta tertiæ multiplicationis, ex b c. in d f. & ex b c. in e f. similiter per aduerbium Minus notata intelliguntur, quoniam tertia multiplicatio quorum membra sunt constat ex nominibus, d e. b c. quorum alterum per minus notatur. Octauum igitur productum, quod fit ex b c. in e f. nominibus inscriptis per minus; necesse est, vt inscribatur per Plus: atque ita fiant quatuor producta inscripta per Plus, & totidem producta paria inscripta per Minus: & perinde tantum his minuentibus, quantum illa superaddunt, Summa quæsita, quæ fit ex a c. in d f. intacta permaneat. Constat igitur, quòd ex ductu nominum per aduerbium, Minus, notatorum producitur quantitas per aduerbium, plus, notanda. Sed illud exemplum satis esse debet, quòd plus in plus multiplicatum, siue minus in minus, omnino producit plus: quemadmodum affirmatio affirmationis affirmat, & negatio negationis affirmat similiter. Item sicut affirmatio negationis, siue negatio affirmationis negat: Ita

b c. / e f. } b c. e f. Pl'—

ſiue Plus in Minus, ſiue Minus in Plus multiplicatum producit Minus. Potes exemplificare regulam & comprobare demonſtrationem per numeros rationales, vt ſic ſingulæ nouem multiplicationes diſtinctæ appareant: & facilius omnia intelligantur.

PROPOSITIO 17ª.

Duas propoſitas quantitates, ſingulas duorum, aut plurium nominum, inuicem multiplicare. Proponatur binomium a b. ex duobus nominibus a. & b. multiplicandum in binomium c d. ex duobus nominibus c.& d. compoſitum: ſiue illa ſint reſidua ſingula binis nominibus expreſſa, ſiue alterum Binomium, & alterum reſiduum. Multiplicētur, per vndecimam, & per præcedentem, ſingula vnius quantitatis nomina in ſingula alterius nomina, hoc eſt, c. in a. & fiat e. Item c. in b.& fiat f. Item d. in a.& fiat g. Item d. in b. & fiat h. ſeruatis tamen regulis circa inſcriptiones aduerbiorum, Plus, aut Minus, in præcedenti propoſitione traditis. Nam quantitas compacta ex quatuor nominibus e f g h. ſeruatis aduerbiorum terminis, erit, per primam ſecundi Elementorum, productum ex multiplicatione totius a b. in totam c d. quantitatem, proueniens. Illud quoque notando: ſi nomina huiuſmodi poſſunt ad minorem multitudinem redigi, redigantur, per 14ª huius: quod fieri poteſt inter quælibet bina inuicem cōmenſurabilia: Nam per corollarium dictę 14ª talium binorum nominum tam aggregatum, quàm differentia facit quantitatem vnius nominis. Non aliter trinomia, aut quadrinomia multiplicabuntur, ſingula vnius quātitatis nomina in ſingula alterius, per vndecimam huius, multiplicando: & deinde bina quę ad vnum nomen redigi poſſunt, redigēdo. Quę omnia poteris practico exēplo experiri. Quod nos in quęſtionib⁹ Arithmeticis abūdè fecim⁹.

a b
c d
e f g h

PROPOSITIO 18ª.

Propoſitam quantitatem duorum aut plurium nominum, in datam vnius nominis quantitatem partiri. Eſto Binomium quoddam ſiue Reſiduum a b. ex nominibus duobus a. & b. confectum: quod diuidendum ſit per quantitatem c. Diuidatur per duodecimā huius, nomen a. in quantitatem c. & proueniat d. Item diuidatur nomen b. in eadem c.& proueniat e. Iam ex multiplicatione ipſius c. in d. fiat a.& ex multiplicatione ipſius c. in e. conſurget b. Nam diuiſor in quotiētem multiplicatus producit diuiſum. Igitur, per

c
a b
d e

primam

primam secundi Elementorum, ex ductu c. in totam d e. fit tota a b. Et quoniam productum diuisum in multiplicantem, exibet multiplicatam: idcirco tota a b. quod est productum, diuisa in ipsam a. multiplicantem, exhibebit ipsam d e. multiplicatam. Itaque d e. est quantitas quotiens ex diuisione proposita proueniens. Similiter faciendum est, si diuidenda quantitas sit trinomium, aut plurium nominum. Sed memento, sicut in antepræmissa per multiplicatione fecimus, ita & in diuisione animaduertere nominum inscriptiones: Nam nomen inscriptũ per aduerbium Plus, si diuidatur per nomen similiter inscriptum: quotiens diuisionis similiter inscribetur. Si autem diuidatur per nomen aduerbio Minus inscriptum, quotiens diuisionis, per Minus inscribetur. Quoniam scilicet, tam Plus multiplicatum in Plus, quàm Minus multiplicatum in Minus, producit Plus, vt in ante præmissa ostendimus. Nomen autem inscriptum per aduerbium, Minus, si diuidatur per nomen similiter notatum, quotiens diuisionis per Plus inscribetur. (quod non vsu venit, quia diuisor vnius nominis semper per plus notatur.) Si autem diuidatur per nomen notatum per Plus, quotiens inscribetur per Minus. Quoniam scilicet in multiplicationibus tam Plus in minus, quàm Minus in Plus multiplicatum, producit Minus. Sicut enim diuisionis demonstratio fit per multiplicationis demonstrationem: ita & diuisionis regulæ & cautiones ex præceptis multiplicationis deriuantur. Quæ sunt etiam triuialibus Magistris notissimæ, & in quęstionibus nostris Arithmeticis affatim per exempla traditæ.

c

a b

d e

PROPOSITIO 19ª

Propositam duorum aut plurium nominum quantitatem, in datam duorum nominum quantitatem diuidere. Esto quantitas a. duorum, aut plurium nominum: hanc partiri iubemur per binomium b c. cuius nomina sunt b c. Capiatur d e. Residuum eorundem nominum, ex quibus cõponitur b c. hoc est, vt d. nomen, ipsi b. nomini: & e. nomen ipsi c. nomini æquale sit. Si autem b c. diuisor fuerit Residuum duorum nominum: tunc capiatur d e. binomium eorũdem nominum: Deinde, per 17ª præcedentẽ, multiplicetur quãtitas b c. in quantitatem d e. & proueniat quãtitas f. quæ erit quãtitas vnius nominis, per 113ª vel per 117ª decimi Eucl. Nã binomium in suum residuũ multiplicatũ producit quãtitatẽ rationalẽ. Itẽ per 17ª præmissam multiplicetur a. in d e. & proueniat g h. Eritq; per primã sexti Euclid. sicut b c. ad ipsam a. sic quantitas f. ad ipsam g h. Diuidatur itaque, per præcedentẽ, quantitas g h. in ipsam f. & proueniat k l. Dico itaque, quòd

b c a

d e

f g h

k l

k l. est

k l. est quantitas, quæ prouenit ex diuisione ipsius a. in ipsam b c. Nam cùm g h. diuidatur in f. & proueniat k l. iam, per diffin. diuisionis, erit, sicut g k. ad ipsam k l. diuisa scilicet ad quotientem, sic f. diuidens ad positam. Et permutatim sicut g h. ad ipsam f. sic & k l. ad positam. Verùm fuit g h. ad ipsam f. conuersim sicut a. ad ipsam b c. Ergo & a. ad ipsam b c. sicut k l. ad positam. Et permutatim a. diuisa ad ipsam k l. sicut b c. diuidens ad positam. Quare, per diffin. diuisionis, k l. quantitas est, quæ prouenit ex diuisione ipsius a. in ipsam b c. quæ vestiganda proponebatur. Quòd si diuisor esset trium nominum: oporteret geminari multiplicationem, vt productum tandem proueniat vnius nominis: & diuidendam per eundem multiplicatorem multiplicari: & deinde productum per productum diuidendum.

Propositio 20ª.

Si quantitas quælibet in duo segmenta diuidatur; id quod fit ex vtrolibet assumpto segmento in quadratum totius, æquum erit his duobus, scilicet, quæ fiunt ex vtraque sectionum in quadratum reliquæ, & ei quod fit ex quadrato assumpti segmenti in totam. Sit quantitas quælibet, vtcunque in duo diuisa, scilicet in a. & b. Dico, quòd id, quod fit ex a. in quadratum a b. æquum erit his, scilicet ei, quod fit ex a. in quadratum b. & ei, quod fit ex b. in quadratum a. eique, quod fit ex quadrato a. in totam a b. Quod sic ostendam. Per quartam secundi Euclidis, quadratum a b. est æquale his, scilicet quadrato b. & ei quod fit ex a. in b. eique quod fit ex a. in a b. Ergo propter æquam vtrobique multiplicationem, quod fit ex a. in quadratum a b. æquale erit his, scilicet ei, quod fit ex a. in quadratum b. cum eo, quod fit ex a. in productum ex a. in b. atque cum eo, quod fit ex a. in productum ex a. in totam a b. Sed id, quod fit ex a. in productum ex a. in b. æquum est ei, quod fit ex quadrato a. in b. Illud autem, quod fit ex a. in productum ex a. in totam a b. æquum est ei, quod fit ex quadrato a. in totam a b. Sunt enim eadem solida, quandoquidem sub tribus ijsdem lateribus. Igitur & id, quòd fit ex a. in quadratum a b. æquum erit his, scilicet ei, quòd fit ex a. in quadratum b. & ei, quod fit ex quadrato a. in b. eique quod fit ex quadrato a. in totam a b. Quod fuit demonstrandum.

a b

per 4ª secundi.

□. ab { □. b. / ▭. a. b / ▭. a. ab }

Igitur mlcās singula p a

solidum. a. a b. ab æquum est sub⁹ solidis sc;

{ a.b.b / a.a. b / a.a.ab }

Quod est ꝓpositū

Propositio 21ª.

Si quantitas qualibet in duo segmenta secetur: Cubus, qui ex tota, æquum erit his, scilicet duobus cubis sectionum, & triplo eius, quod

fit

fit ex quadrato vtriusque in reliquam. Sit a b. quantitas, vtrunq; in duo diuisa, scilicet in a. & in b. Dico, quòd cubus totius a b. æqualis erit his, scilicet cubo ipsius a. & cubo ipsius b. & triplo eius, quod fit ex quadrato a. in b. necnon & triplo eius, quod fit ex quadrato b in a. Quod sic ostendam. Per quartam secundi Elementorum, quadratus totius a b. est æquum his, scilicet quadrato ipsius a. quadrato ipsius b. & duplo eius, quod fit ex a. in b. Ergo, propter æquam vtrobique multiplicationem, cubus a b. æqualis erit his, scilicet ei, quod ex a b. in quadratum ipsius a. & ei quod ex a b. in quadratum ipsius b. & duplo eius, quod ex a b. in productum ex a. in b. Sed per primam secundi Elementorum, quod fit ex quadrato ipsius a. in a b. æquum est his, scilicet eis quod fit ex quadrato ipsius a. in a. scilicet cubo ipsius a. & ei quòd fit ex quadrato ipsius a. in b. Illud autem, quod fit ex quadrato ipsius b. in totam a b. æquum est his, scilicet ei, quod fit ex quadrato ipsius b. in b. scilicet cubo ipsius b. & ei, quod fit ex quadrato ipsius b. in a. Item per primam secundi Elementorum, quod fit ex producto ipsarum a b. in totũ a b. ęquũ est his scilicet ei quod fit ex producto ipsarũ a b. in a. & ei, quod fit ex eodem producto in b. Sed quod fit ex producto ipsarum a b. in a. æquũ est ei, quod fit ex quadrato ipsius a. in b. Illud autem, quod fit ex producto ipsarum a b. in b. æquum est ei, quod fit ex quadrato ipsius b. in a. Ergo quod fit ex producto ipsarum a b. in totã a b. æquum erit his, scilicet ei, quod fit ex quadrato ipsius a. in b. & ei, quod fit ex quadrato ipsius b. in a. Quare & duplum eius, quod fit ex produto ipsarum a b. in totam a b. æquum erit his, scilicet duplo eius, quod fit ex quadrato ipsius a. in b. & duplo eius quod fit ex quadrato ipsius b. in a. Ergo commutatis ęqualibus, cubus totius a b. ęqualis erit his, scilicet cubo ipsius a. cubo ipsius b. triplo eius, quod fit ex quadrato ipsius a. in b. & triplo eius, quod fit ex quadrato ipsius b. in a. Quod fuit demonstrãdũ.

a b

per 4ª secundi

□.ab—□.a.□.b.□a.b

Ergo

Cubus a b. æquus est trib⁹ solidis: a b. a a. / a b. b.b. / duploq; / ipsi⁹ a b. a. b

sed per pª 2ⁱ

Cub⁹ a. & solidũ a. a. b. æq̃lia sũt solido a. a. a b.

Item

Cub⁹ b. & solidũ b. b. a. æq̃lia sũt solido. b. b. a b.

Item

Solidũ a. b. a b. æquũ est solidis. a. a. b. atq; b. b. a.

Et ideo

duplũ illi⁹, ęquũ duplo horũ.

Igitur

Cub⁹ a b. æquatur: Cubo a. / Cubo b. / tripl. soli di. a. a. b. / Tripl. soli...

Propositio 22ª.

Si quantitas quælibet in duo segmenta dispescatur, cubus totius æqualis erit his, scilicet duobus cubis segmentorum, & triplo solidi, sub tota & singulis segmentis contenti. Esto, vt prius, quantitas a b. vtcunque secta in a. & b. segmenta: Dico, quòd cubus totius a b. equalis est his, scilicet cubo ipsius a. Cubo ipsius b. & triplo solidi, cuius latera sunt tota a b. a. & b. Quod sic ostendam. Per præcedentem, cubus totius a b. æqualis est his, scilicet cubo ipsius a. cubo ipsius b. & triplo eius, quod ex quadrato ipsi⁹

a b

per præmissam.

Cub⁹ a b.: Cubo. a. / Cubo. b / triplo solidi. a. a b. / triplo solidi. b. b. a.

a. in

ſed per p[a] 21 □.a.cũ □. a b.ęq̃lia ſunt ſimul ſumpta □.a b.a

a.in b.ac triplo eius, quod ex quadrato ipſius b.in a. Sed per primam ſecũdi Euclidis, quadratum ipſius a.cum eo quod ex a. in b. ſimul ęqualia ſunt ei quod ex a b. in a. Et per eandem, quod fit ex quadrato ipſius a.in b. vnà cum eo, quod fit ex a b.in b æquale eſt ei, quod ex producto totius a b. & a.in b hoc eſt, ſolido trium laterũ a b. a. b. Atque, quod ex producto totius a b. in b.æquale eſt ei, quod ex quadrato ipſius b. in a. hoc eſt, ſolido trium laterum a. b. b. Igitur, quod ex quadrato ipſius a. in b. vnà cum eo, quod ex quadrato ipſius b. in a. æqualia ſunt ei, quod ex producto ipſius a b. & a. in b. hoc eſt ſolido trium laterum a b. a. & b. Quare & triplum illius, æquale triplo huius. Ergo cubus totius a b. æqualis erit his, ſcilicet cubo ipſius a. cubo ipſius b. & triplo ſolidi, cuius latera ſunt a b. a. b. Quod erat demonſtrandum.

Igitur

Solidum a.a.b.cũ ſolid. b b.a. ęqualia ſunt ſolido a b.a b.

Quare &

Tripla illorũ ęq̃lia triplo hui[9].

Ergo.

Cub[9] a b. { Cubo. a. { Cubo b / triplo ſolidi. a b. a. b. }

Quod eſt ꝓpoſitum.

PROPOSITIO 23[a].

a	b	c	d
16	24	36	54
e		f	
256		576	
g			
13824			
h			
13824			

Si fuerint duo numeri in proportione cuborum numerorum, qui fiet ex vno eorum in quadratũ reliqui, cubus erit. Sunto duo ſolidi numeri ſimiles a d. tales enim vt in octauo Elementorum oſtenſum eſt, habent adinuicem rationem, quam cubus numerus ad cubum numerum. Sitque ipſius a. quadratus numerus e. & ex e.in d. fiat g. Aio, quòd g. cubus numerus eſt. Nam per decimam octauam octaui Elementorum, ipſis a d. interſunt duo numeri medij proportionales, qui ſint b c. Sit itaque ipſius b. quadratus ipſe f. & ex b.in f. fiat h. qui cubus erit ipſius b. Oſtendam igitur, quòd g. æqualis eſt ipſi h. hoc modo. Ratio ipſius e. ad ipſum f. per vndecimam octaui, eſt ſicut ratio ipſius a. ad ipſum b. duplicata: quoniam ſcilicet e f. ſunt ipſorum a b. quadrati. Sed ratio b. ad d. eſt rationis a. ad b. duplicata. Igitur, ſicut b. ad d. ſic e. ad f. Quare, per viceſimam ſeptimi, qui fit ex d. in e. hoc eſt, ipſe g. æqualis eſt ei, qui fit ex b. in f. hoc eſt ipſi h. Cubus autem fuit h. ipſius b. ergo & g cubus idem erit. Quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO 24[a].

a	b
r.cu.3.	r.cu.24.
c	d
r.cu 9.	r.cu.576.
e	f
3	24
g	K
r.cu.1728.hoc ẽ 12.	r.cu.216.ſ.6.
h	l
36	18
m	
81.	

Propoſitis duabus quantitatibus cubo tantùm cognitis, eas coniungere: & minorem à maiori ſubtrahere. Sunto propoſitæ magnitudines a b. quarum quadrata a b. & quarum cubi e f. volo eas coniungere per cubos, hoc eſt, comperire cubum totius a b. tanquã vnius magnitudinis. Duco a.in d.& proueniat g. Cui[9] triplum ſit h. Item duco b. in c. & proueniat k. cuius triplum ſit l. Mox aggregatum ipſorũ e f h l. ſit m. Qui, per 21[a] præcedentem, erit cub[9] totius a b. qui quærebatur. Vnde radix cubica ipſius m. erit

erit aggregatum propositarum magnitudinum a b. Et nota, quòd si cubi, qui cogniti supponuntur, scilicet e f. fuerint in proportione cuborum numerorum; tunc per corollarium 14[a] huius, ipsæ magnitudines a b. erunt ad inuicem commensurabiles. Vnde tunc tam g, quàm k. erunt rationales quantitates: quoniam eorum cubi sunt cubi numeri, per præcedentem: quandoquidem producũtur ex quadratis numerorum e f. in proportione cubica existentium, multiplicatis vicissim in ipsos numeros e f. Quamobrem cùm g k. tunc sint rationales, eorum tripli scilicet h l. rationales erunt: cumque e f. per hypothesim sint rationales, quia cubi cogniti, erit aggregatum ex e f h l. hoc est, ipse m. cubus totius a b. numerus rationalis: quare tota quantitas a b. erit cubo cognita, & vnius nominis, sicut corollarium 14[a] concludit. Contrà de tota magnitudine a b. cognita per cubum eius m. volo subtrahere magnitudinem a. cuius cubus e. idque per cubos, hoc est reperire cubum relictæ, qui est f. Sit itaque n. qui fit ex a b. tota in a. Quod autem fit ex n. in b. sit o. cuius triplum sit r. eritque per antepræmissam m. æqualis aggregato ipsorum e f. & r. Itaque ex n. in totam a b. fiat p. & ex m. in a fiat q. Vnde, per primam secundi Euclid. p. æqualis erit aggregato ipsarum o q. Aufero igitur ipsum q. ab ipso p. & supererit o. cuius triplum r. iungo cum e. & aggregatum minuo ab ipso m. & supererit f. cubus scilicet ipsius b. quæsitus, quæ post ipsius a. à tota a b. subtractionem relinquitur. Hic rursum nota, quòd si cubi, qui cogniti supponuntur, scilicet m. & e. fuerint ad inuicem sicut cubi numeri: tunc per corollarium quartædecimę huius, ipsę magnitudines a b. tota & a. erunt ad inuicem commensurabiles. Vnde tũc necesse est, cubos ipsarum p q. magnitudinum, esse cubos numeros, & perinde ipsas p q. esse rationales: vnde sequitur, vt earum differentia scilicet o. sit rationalis, eiusque cubus, numerus cubus. Quod sic ostendi potest. Cùm m. & e. sint ad inuicem, sicut cubi numeri: intererunt ipsis, per decimam octauam, octaui duo medij proportionales, qui sint r s. Sit autem ipsius m. quadratus t. & ipsius e. quadratus x. fiatque ex m. in e. numerus n. qui fuit cubus magnitudinis n. Et ex m. in n. numerum fiat numerus p. qui fuit cubus magnitudinis p. Itemq; ex n. in e. fiat numerus q. qui fuit cubus magnitudinis q. Dico igitur, quòd p. numerus est cubus ipsius r. Atque quòd q. numerus est cubus ipsius s. Nam, cùm m e. numeri sint ad inuicem, sicut cubi numeri, & eorum quadrati sint t. & x. Iam per præcedentem, tam numerus, qui ex e. in t. quàm numerus qui ex m. in x. producitur, Cubus

numerus

a: r.cu.3. — b: r.cu.24.

e: 3 — f: 24

m: 81

n: r.cu.243

o: r.cu.5832. hoc est 18.

r: 54

p: r.cu.19683. hoc est 27.

q: r.cub.729. hoc est 9.

m. 81. { 3. e. / 24. f. / 54. r. }

m: 81 — r: 27 — s: 9 — e: 3

t: 6561 — u: 243 — x: 9

p: 19683 — q: 729

numerus erit: cùm autem m. multiplicās se ipsum faciat t. & multiplicans ipsum n. faciat e. erit, per primum sexti Elementorum, sicut m. ad e. sic t. ad n. Quare per vigesimam septimi, qui fit ex m. in n. scilicet ipse p. æqualis erit ei, qui ex e. in t. qui cubus fuit. Igitur p. cubus, cuius radix r. Similiter cum e. multiplicans se ipsum faciat x. & multiplicans ipsum m. faciat n. Erit sicut e ad m. sic x. ad n. Quare, qui fit ex e. in n. scilicet ipse q. æqualis erit ei, qui ex m. in x. qui cubus fuit: Igitur q. cubus erit, cuius radix s. Tam igitur p. quàm q. cubus numerus est. Quod fuerat demonstrandum.

COROLLARIVM.

Vnde manifestum est, quòd si duo numeri seruantes rationem cuborum, singuli multiplicent suum productum, qui ex inde fient, cubi numeri erunt. Quod corollarium, cum præcedenti propositione quàm decentissime locari poterat in arithmeticis Elementis: vt sicut ibi ostensum est, ex ductu similium planorum generari quadratos, ita constet etiam, qua ratione, quoque ductu ex cubis numeris, cubi quoque numeri nascãtur. Sed hæc ideo adducta sunt, vt regula additionis, & subtractionis radicum cubicarum peculiaris: & respondens regulæ in decimatertia huius de quadratis radicibus traditæ, melius notesceret. Quam quàm vlterius illa speculari, quæ ab Euclide neglecta sunt, nimis curiosum esset. Itaque ad reliqua transeamus.

PROPOSITIO 25ª.

Propositæ cuiuspiam quantitatis radicem quadratam extrahere.

Si numerus repræsentans propositam quantitatem sit numerus quadratus, tunc radix eius numeri erit numerus repræsentans radicem quantitatis propositæ, per secundam huius libelli. Si autem proposita quantitas continet partem, vel partes positæ quantitatis, tunc sit eius numerator a. & denominator b. qui supponantur vel quadrati, vel in ratione quadratorum numerorum: si quadrati, sic capiantur: si in ratione quadratorum numerorum, redigantur ad minimos eiusdem rationis per trigesima nonam septimi: qui sintipsi a b. eruntque per corollarium secundę octaui, a b. numeri quadrati. Sit ergo ipsius a. radix ipsæ c. numerus: & ipsius b. radix ipse d. numerus. Aio igit, quòd quantitas c d. cui⁹ numerator est c. & denominator d. erit radix quadrata propositæ quantitatis a b. Quod sic constat.

c 2 —— 4 a
d 3 —— 9 b

Quoniam

Quoniam numerus c.eſt radix numeri a.& numerus d.radix numeri b.palam eſt, quòd numerus c.in ſe ductus producit numerum a. & numerus d. in ſe ductus producit numerum b. Quare per regulam multiplicationis in octaua huius traditam,ex quantitate c d. in ſe ipſam multiplicata producitur quantitas a b. & ideo per diffin.quantitas c d. radix quadrata eſt ipſius a b. propoſitæ quantitatis : quod erat demonſtrandum. Quando autem numeri reputantes propoſitam quantitatem non fuerint quadrati numeri. tunc talis quantitati radix quadrata non poteſt numero notari: eſt enim ſolum potentia hoc eſt quadrato rationalis, & per numerum propoſitum, tanquam quæſitæ radicis quadratum ſolummodo præfertur. Exempli gratia : Radix 3. vel Radix 5.Poterimus tamen numero magis ac magis vicino ipſam radicem non quadrati numeri ſignificare. Exempli gratia: ſit quantitas propoſita ipſo a.numero non quadrato ſignificata: cuius volo radicem quadratum prope verum inuenire. Capio numerum quadratum b.proxime maiorem ipſo a.numero cuius radix ſit c.quæ iam erit prima radix propinqua quæſitę, ſed, vt propinquiorē inueniā,ſubtrahā a. ab ipſo b. & reſiduum ſit d. quod partior per duplū ipſius c.per nonā huius: & proueniat quātitas e.quā ſubtraho ab ipſa c.& ſuperſit f. quod multiplicatum in ſe facit g.Dico itaq; , quòd f.eſt radix ipſius a.ppior,quàm c.& ipſe g. quadratus vicinior ipſi a. quàm quadratus ipſe b. Quod ſic patet.Cum c. ſecetur in e. & f.erit, per quartam ſecundi elementorum, b. ipſius c.quadratus æqualis his,ſcilicet quadrato qui ex e. quadrato qui ex f. ſcilicet g. & duplo eius, quod fit ex e.in f. Et idem quoque b. eſt æquale ipſi a. vnà cum d. Sed d. eſt duplum eius, quod fit ex c. hoc eſt, ex toto e f. in e. igitur b.æqualis erit ipſi a. & duplo eius, quod fit ex e f. in e. Sed duplum eius, quod fit ex e f. in e. eſt æquale duobus quadratis ipſius e. & duplo eius, quod fit ex e. in f. per tertiam ſecundi Euclid. bis aſſumptam. Ergo b. æqualis erit ipſi a. & duobus quadratis ipſius e. & duplo eius, quod fit ex e. in f. fuerat autem & b. æqualis quadrato, quod ex e. & ipſi g. & duplo eius, quod ex e. in f. Igitur quadratum, quod ex e. & ipſum g. & duplum eius, quod ex e. in f. ſunt æqualis his, ſcilicet ipſi a & duobus quadratis ex e. & duplo eius, quod ex e. in f. Quare, demptis vtrinque quadrato e. & duplo eius, quod ex e. in f. relinquentur inde quidem ipſum g. hinc verò a. vnà cum quadrato ipſius e. inuicem æqualia. Itaque g. excedit ipſam a. in quadrato ipſius e. Et ſuperatur

a.	8
b.	9
c.	3
d.	1
e.	$\frac{1}{6}$
f.	$2\frac{5}{6}$
g.	$8\frac{1}{36}$

a.	8
b.	9
c.	3
d.	1
e.	$\frac{1}{6}$
f.	$2\frac{5}{6}$
g.	$8\frac{1}{36}$

ab

ab ipſo b. quandoquidem f. ſuperatur a b. radix ſcilicet à radice Atque ideo f. erit vicinior radici ipſius a. quàm fuerat c. adhuc tamen maior ea: quandoquidem g. maius ipſo a. quadratum quadrato. Similiter autem ſicut per ipſos b. & c. quadratum & radicem inuenimus f. radicem quæſitę viciniorem quàm fuerat c. Ita rurſum per g. & f. quadratum & radicem inuenıemus radicem quæſitæ propinquiorem, quàm eſt f. Et ſimiliter, iterum atque iterum viciniorem, ſemper tamen aliquanto maiorem, donec exceſſus redigatur ad fractiunculam atomo ęqualem, ac quãtouis minorem in infinitum, nunquàm tamen ipſi æqualem: quoniam quęſita irrationalis eſt, & in terminos numerarios non cadit. quæ omnia exercitio practici exempli calculando facile experieris. Poteris & alia via propinquare radici ignotæ ſic. ſit a. numerus non quadratus, cuius volo prope verum veſtigare radicem: aſſumo ingentem numerum quadratum, vt puta cẽtenariũ, qui ſit b. cuius latus c. Multiplico a. in b. & produco d. Quo fit, vt ſi a. propoſitus ſit exempli gratia 8. ipſe d. proueniat 800. cui radix quidem maior quàm 28. minor, quàm 29. quæ ſit e. Et quoniam quadrata ſunt in dupla ratione radicum, cum d. numerus ſit centuplus ad ipſum a. quadratum, ſcilicet ad quadratum: iam e. radix ipſius d. erit decupla ad radicem ipſius a. Hoc eſt, cum d. ad a. ſit ſicut b. centenarius ad vnitatem: erit e. ad f. ſicut b. ad c. vel ſicut c. ad vnitatem, hoc eſt, decuplus. Igitur f. erit decima pars ipſius e. hoc eſt, maius quàm $2\frac{8}{10}$ minus verò, quàm $2\frac{9}{10}$ & hæc eſt ipſius a. radix quæſita. Quòd ſi per centenario aſſumpſiſſẽ quadratum numerum maiorem, vt centies centum, per minutiores partes magis vero appropinquaſſem. magiſque ſi ad calculum millionem quadratum applicaſſem. Itaq; deinceps in infinitum, licèt verum numerario termino attingi nullatenus poſſit.

c —— 10 b —— 100
a —— 8 d —— 800
f -- $2\frac{8}{10}\frac{9}{10}$ e -- 28 29

PROPOSITIO 26ª.

Propoſitæ cuiuſpiam quantitatis radicem cubicam extrahere.

Si numerus repræſentans propoſitam quantitatem, ſit numerus cubus, tunc radix cubica eius numeri erit numerus repræſentãs propoſitæ quantitatis radicem, per ſecũdam huius libelli. Si autem propoſita quantitas ſignetur per duos numeros: tunc ſit eius numerator e. & denominator f. qui ſupponãtur vel cubi numeri vel in ratione cuborum numerorum. Si cubi, ſic capiantur: ſi autem in ratione cuborum, redigantur ad minimos eius rationis, per 39ª ſeptimi, qui ſint ipſi e f. eruntque per corollariũ ſecundæ

c. 2 —— a. 4 —— e. 8
d. 3 —— b. 9 —— f. 27

octaui

octaui e f. numeri cubi: sit ergo ipsius e. cubica radix e. numerus, & ipsius f. cubica radix ipse d. numerus. Aio igitur, quòd quantitas c d. cuius numerator c. denominator aũt d. erit radix cubica propositæ quantitatis e f. Quod sic constat. Ducatur c. in se, & fiat a. Item d. in se & fiat b. Eritque per diffin. quantitas a b. quadratum ipsius c d. Cumque ex radicis ductu in suum quadratum proueniat cubus ipsius radicis: iam ex ductu quantitatis c d. in quantitatem a b. proueniet cubus ipsius c d. Sed ex tali ductu quantitatum proueniet quantitas e f. per regulam multiplicationis in octaua huius traditam, quoniam scilicet ex ductu c a. numeratorum fit e. numerator, & ex ductu d b. denominatorũ fit f. denominator: igitur e f. quãtitas est cubus ipsius c d. quantitatis, & perinde c d. radix cubica ipsius e f. propositæ quantitatis quæsita. Quando autem numeri repræsentantes propositam quantitatem, non fuerint cubi numeri; tunc, sicut in prima propositione dictum est, talis quantitatis cubica radix non erit rationalis, & in numerarios terminos non cadit, nec nisi per cubum profertur, sit radix cubica 7. & ℞. cubica 9. poterimus tamen per numeros magis ac magis ipsi propinquare, sicut in præcedenti pro radice quadrata vestiganda fecimus. Sit enim, exempli gratia, a. quantitas proposita non quidem cubo numero significata, cuius cubicam radicem vestigare iubear, quam non nisi prope, propiusq; tentim accedendo, conijcere possum: sicut in numero non quadrato de quadrata radice faciebam. Sit itaque ipso numero a. proxime superior. b. cubus: cuius radix cubica sit c. Deinde subtraho a. ab ipso b. & residuum sit d. Quod partior per triplum quadrati, quod ex c. & proueniat e. Hoc subtraho ab ipso c. & residuum sit f. cuius cubus esto g. Dico itaque, quòd f. est propinquior radici cubæ ipsius a. quàm erat c. Atque quòd g. cubus est vicinior ipsi a. quàm erat b. Nam, per vigesimam primam huius, cum c. quantitas secetur in ipsas e. & f. erit cubus ipsius c. scilicet ipse b. æqualis his, scilicet cubo ipsius f. qui est g. & cubo ipsius e. & triplo eius quod ex quadrato ipsius e. in f. necnon triplo eius quod ex quadrato ipsius f. in e. Cumque idem b. sit æqualis ipsis a d. simul, atq; d. sit æqualis triplo eius, quod fit ex quadrato ipsius c. in e. & ideo triplo eius, quod fit ex quadrato ipsius e f. in e. propterea b. æqualis erit his, scilicet ipsi a. & triplo eius, quod fit ex quadrato ipsius e f. in e. Sed, per vigesimam

$\frac{2}{3}$ — $\frac{4}{9}$ — $\frac{8}{27}$

a —— 7
b —— 8
c —— 2
d —— 1
e —— $\frac{1}{12}$
f —— $1\frac{11}{12}$
g —— $7\frac{71}{1728}$

huius,quod fit ex quadrato ipsius e f.in e.æquale est his, scilicet ei,quod ex quadrato ipsius f. in e. & ei,quod ex quadrato ipsius e.in f.atq; ei,quòd ex quadrato ipsi9 e.in totam e f. Igitur triplum eius,quod ex quadrato ipsius e f. in e.æquale erit his,scilicet triplo eius,quod ex quadrato ipsius f. in e.& triplo eius quod ex quadrato ipsius e.in f. atque triplo eius, quod ex quadrato ipsius e. in e f. Quamobrem ipsa b. erit etiam æqualis his.s.ipsi a. & triplo eius,quod ex quadrato ipsius f.in e. & triplo eius,quod ex ipsius e.quadrato in f. atq; triplo eius,quod ex quadrato ipsius e.in e f. Verùm,per 21ª huius,idem b. cubus æqualis est his,scilicet ipsi g. qui cubus est ipsius f.& cubo ipsius e.& triplo eius,quod fit ex quadrato ipsius e.in f.triploque eius,quod ex quadrato ipsius f.in e. Quoniam scilicet e. & f. constituunt ipsam c.radicem ipsius b. Ergo hęc, scilicet ipsa a. triplum eius, quod ex quadrato ipsius f.in e.& triplum eius, quod ex quadrato ipsius e. in f. cũ triplo eius, quod ex quadrato ipsius e. in e f. simul erunt æqualia his simul,scilicet ipsi g. cubo ipsi9 f.& cubo ipsius e. & triplo eius,quod ex quadrato e.in f.& triplo eius,quod ex quadrato ipsius f.in e. Demptis igitur vtrinque his, scilicet triplo eius,quod ex quadrato ipsi9 e.in f. & triplo eius quod fit ex quadrato ipsius f.in e.supererunt g.& cubus ipsius e.simul æqualia ipsi a. & triplo eius,quod ex quadrato ipsius e. in e f. Itaque g. tanto maior est ipso a. quanto triplum eius quod ex quadrato ipsius e.in e f. siue in c.maius est cubo ipsius e. Maius est enim id, quod ex quadrato ipsius e. in e f. quàm cubus ipsi9 e.qui ex quadrato ipsius e.in ipsum e.producitur.Multo magis ergo & triplum eius,quod ex quadrato ipsius e.in e f.seu in c.maius erit cubo ipsius e.Cùm igitur g.sit maior ipso a.minor autem ipso b.quandoquidem f.minor fuit ipsa c. radix radice. erit f. propinquior cubicæ radici ipsius a.quàm fuerat c Adhuc tamẽ f.maior est ipsa quæ sita radice cubica ipsius a.quandoquidẽ g.cubus maior, q̃ a. Similiter autem,sicut per b.& c. inuenimus f. radicem viciniorem radici ipsius a.quàm fuerat c.ita rursus per g.& f.inueniemus radicem propiorem radici ipsius a. quàm fuit f.& similiter iterũ,atq; iterũ propinquiorẽ,nũquá tñ in infinitũ punctuale verũ,numerario termino attingẽtes. Quin etiá id ipsum,sicut in quadrata fecim9,aliter attẽtabimus sic: Sit a. numerus nõ cubus, cuius velim coniectare cubam radicem. Assumo cubum numerum magnũ,vtputa millenarium,qui

a — 7
b — 8
c — 2
d — 1
e — $\frac{1}{12}$
f — $1\frac{11}{12}$
g — $7\frac{71}{1728}$

c — 10 b — 1000
a — 7 d — 7000
f — $\frac{9}{10}$ e — 19

ſit b. cuius radix cubica ſcilicet denarius ſit c. Multiplico ipſum a. in b. & produco d. Quo fit, vt ſi a. propoſitus numerus ſit 7. iam ipſum productũ d. ſit 7000. Cuius radix cubica quidẽ paulò maior eſt, quàm 19. quæ ſit e. & quoniam cubi ſunt ad inuicẽ in tripla ratione radicum; propterea cũ d. numerus ſit millecupl⁹ ad ipſum a. cub⁹ ſcilicet ad cubũ: iã e. radix ipſius d. decupla erit ad radicem ipſius a. igitur radix ipſius a. quæ ſit f. erit pars decima ipſius e. hoc eſt, paulò maior, quàm $1\frac{9}{10}$ Quòd ſi pro millenario aſſumpſiſſem cubum maiorem, vtputa millionẽ, vicinior verò fuiſſem. Itaq; deinceps: nã maior numerus diſtinctus partes exprimit. quia numeroſior: neq; aliter geometrico pũcto accedere licet propter incommenſurabilitatem quęſitæ radicis, in nullum numerum cadentis. Hæc de radicum quadratarum, & cubicarũ extractione ſatis. Nunc ad progreſſiones veniamus. Nam quemadmodũ datæ quãtitatis quadrata vel cubica radix via giometrica extrahatur in libello Datorũ Theonis docuimus. Illius regulam Euclides in vltima ſecundi. Huius verò præceptum Philon Byzantius, Apollonius, Archytas, Pappus, Eratoſthenes, Menæchmus & alij tradidere: vt Eutotius Aſcalonita in commentarijs Archimedis ſcripſit.

c —— 10 b —— 1000

a —— 7 d —— 7000

f —— $1\frac{9}{10}$ e —— 19

PROPOSITIO 27ª.

Cùm fuerint quotcunque quantitates per idem crementum ſeriatim creſcentes, ex dimidio numeri ipſarum in congeriem ex prima & vltima multiplicato producitur aggregatum ipſarum omnium. Exempli gratia, ſint quinque magnitudines, a b c d e. ſeriatim & eodem acceſſu creſcentes: ſitq; a. minima e. verò maxima. Dico, quòd ſi dimidium quinarij ducatur in congeriem ipſarum a e producetur aggregatum ipſarum a b c d e. Ponatur enim totidem magnitudines & ſingulæ ſingulis ipſis a b c d e. æquales f g h k l. ſed ordine præpoſtero diſpoſitæ: ſic enim fiet, vt, cremento vnius ordinis decrementum alterius repenſante, binarum quarumuis vna ſit congeries: Vnde vtriuſque ordinis aggregatum planus numerus erit ſub duobus lateribus contentus: quorum vnũ erit numerus combinationum, ſcilicet quinarius, alter verò congeries ipſa binarum. Talis autem congeries conſtat ex minima & maxima. Igitur quinarius in talem congeriem ductus, producet aggregatum vtriuſq; ordinis. Quare & dimidium quinarij in eandem congeriem multiplicatum producet aggregatum vnius ordinis. Quod fuit demonſtrandũ.

3 a —— l 11

5 b —— k 9

7 c —— h 7

9 d —— g 5

11 e —— f 3

5 —— 14 —— 70

$2\frac{1}{2}$ —— 14 —— 35

PROPOSITIO 28ª.

Radicum ab vnitate per ordinem dispositarum, vltima in succedentem multiplicata, producit numerum, cuius dimidium est aggregatum ipsarum radicum omnium. Nam per septimam præcedentis libri tale productum est duplum trianguli collateralis vltimę radicis: triangulus autem est, per diffin. aggregatum omnium radicum vsque ad vltimam inclusiue. Cum ergo dimidium talis producti sit ęquale triangulo, erit & æquale aggregato radicum: Quod est propositum.

PROPOSITIO 29ª.

a	1
b	3
c	5
d	7
e	9
	25

Numerus multitudinis imparium ab vnitate dispositorum in se ductus, producit aggregatum ipsorum imparium omnium. Exempli gratia, sint quinque impares a b c d e. ab vnitate dispositi: dico, quòd quoniam quinque sunt, quinarius in se ductus producit aggregatum ipsorum quinq; imparium. Nam, per quintamdecimam præcedentis libri, quinq, dicti impares aggregati conficiunt quintum numerum quadratum, qui ex quinario in se ducto producitur. Verum est ergo propositum in omni casu.

PROPOSITIO 30ª.

a	2
b	4
c	6
d	8
e	10
f	5
g	6
h	30

Numerus multitudinis parium à binario successiue dispositorum, multiplicatus in numerum vnitate maiorem, producit aggregatum ipsorum parium omnium. Exempli gratia, sunto quinq; pares a b c d e. à binario per ordinem dispositi. f. autem sit quinarius numerus ipsorum. g autem numerus vnitate maior, scilicet senarius, & ex f. in g. fiat h. Aio, quòd h. est aggregatum ipsorum a b c d e. parium. Quod sic patet. palam est, quòd in tali exemplo f. est quinta radix, & g. sexta radix: Igitur, per septimam præcedentis libri h. talium radicum productum est numerus parte altera longior sextus: qui per octogesimam quintam dicti libri, est aggregatum ipsius e. paris sexti loci, & omnium præcedentium: quod erat demonstrãdum. Et similiter in oĩ casu constabit propositũ.

PROPOSITIO 31ª.

Si in vno ordine fuerint quotlibet quantitates continue proportionales, & in secundo ordine quantitates vna plures in eadem ratione continue proportionales, ita vt earum differentiæ sint quantitatibus primi ordinis singulæ singulis æquales: tunc differentia primæ & postremæ secundi ordinis æqualis erit aggregato quantitatum primi ordinis. Ponantur in primo ordine quantitates continue proportionales quot-

uis,

nis, vtputa quatuor a b c d. quib⁹ succedat in eadē pportione ipsa e. qnta. Deinde in secūdo ordine vnà plures quātitates. s. quinq; f g h k l. ita cōparatæ, vt dĩa ipsarū f g. sit æqualis ipsi a. Et differentia ipsa℞ g h. æqualis ipsi b. & dĩa ipsa℞ g k. æqualis ipsi c. & differentia ipsarum k l. æqualis ipsi d. Tunc aio, ꝙ differentia ipsarum f l. erit æqualis aggregato ipsarū a b c d. Patet propositū: qm̄ differentia ipsa℞ f l. extremarū conficitur ex differentijs quatuor medijs: quæ per hypotesim sunt æquales ipsis quatuor a b c d. quantitatibus. Sed suppositis magnitudinib⁹ primi ordinis: sic inuenietur magnitudines secundi ordinis. Sit ipsa℞ a b. differentia m. & sicut est m. ad ipsam a. sic sit a. ad f. & sicut est a. ad e. sic sit f. ad l. Vnde sicut ipsis a e. intersunt tres mediæ proportionales: ita & ipsis f l. totidem mediæ proportionales in eadem proportione intererunt. quæ sint g h k. Et, quoniam pp similem proportionem, sicut est a. ad f. sic est differentia ipsarum a b. scilicet m. ad differentiam ipsarū f g. fuitq; & m. ad a. sicut a. ad f. ideo m. eandem habebit rationem ad a. & ad differentiam ipsarum f g. æqualis ergo est a. differentiæ ipsa℞ f g. Sed cum differentiæ seruent continuatam magnitudinū proportionē, propterea tam b. dĩæ ipsarū g h. q̄ c. differentiæ ipsarum h k. q̄ d. differentiæ ipsarū k l. ęqualis erit. Hinc oritur regula progressionis magnitudinū continue proportionalium. Nam ex m. & a. iam notis, notescit f. deinde ex a. e. & f. nota venit l. cuius & ipsius f. excessus est aggregatum ipsarum a b c d. sicut ostensum est.

8	a	m		
12	b	4	g	16
18	c		h	24
27	d		K	36
	e		l	54
$40\frac{1}{2}$				81

PROPOSITIO 32ª.

Si secundū duos terminos summantur quotlibet quātitates cōtinue proportionales, quarū extrema multiplicēt ipsi termini: tūc productorū differentia diuisa inter minorū differētiā, exhibet aggregatū ipsarum quantitatum. Sunto duo termini, gratia exēpli, numeri 2. & 5. quorum quadrati 4. & 25. cubi autem 8. & 125. secundi quadrati 16. & 625. quadratis autem intersit medius proportionalis 10. cubis duo medij proportionales 20. & 50. secundis quadratis tres medij proportionales 40. 100. 250. qui singuli producuntur ex ductu terminorum in se, & ad inuicem, & inde in singulos secundi, & tertij ordinis numeros, vt assolet multiplicatorum. In horum tertio ordine sunt quatuor numeri continue proportionales scilicet 8. 20. 50. 125. in quorum extremos 8. & 125. multiplicati termini 2. & 5. producunt 16. & 625.

1
2 . 5
4 . 10 . 25
8 . 20 . 50 . 125
16 . 40 . 100 . 250 . 625

quorum differentia est 609. Aio, quòd huiusmodi differentia diuisa in differentiam ipsorum 2. & 5. hoc est, in 3. exhibet aggregatum dictorum quatuor numerorum continue proportionalium, scilicet 8. 20. 50. 125. quod sic ostenditur. Quoniam 2. ductus in se, facit 4. ductus in 5. facit 10. Iam idem 2 in 3. quę differentia est ipsorum 2. & 5. producet differentiam ipsorum 4. & 10. productorum: quoniam multiplicator ductus in differentiam multiplicatorum, producit differentiam productorum. Item quoniam 5. in 2. facit 10. & in se facit 25. iam & idem 5. in 3. faciet differentim ipsorum 10. & 25. Simili ratione, quoniam 2. in 4. facit 8. & 5. in 4. facit 20. (propter proportionalitatem numerorum) ideo 4. in differētiam dictam ipsorum 2. & 5. scilicet in 3. faciet differentiam ipsorum 8. & 20. Non aliter deinceps ostendam, ꝙ dicta terminorum 2. & 5. differentia multiplicata in 10. facit differētiam ipsorum 20. & 50. multiplicata quoq; in 25. facit differentiam ipsorum 50. & 125. Quamobrē eadē terminorum differentia multiplicata in aggregatū ipsorum 4. 10. 25. faciet aggregatum trium differentiarū dictarū, scilicet ipsorum 8. & 20. ipsorum 20. & 50. ipsorum 50. & 125. Sed tres tales differentiæ coniunctæ componunt extremorum 8. & 125. differentiam, igitur dicta terminorū differentia multiplicata in aggregatum ipsorum 4. 10. 25. producet differentiam ipsorum 8. & 125. extremorum. Quare & talis extremorum 8. & 125. (quæ sunt producta ex terminis in 4. & 25. multiplicatis) differentia diuisa in terminorum differentiam, exhibebit dictum ipsorum 4. 10. 25. continue proportionalium aggregatum: sicut propositio concludit. Adhuc per eadem omnino demonstrabimus, quòd ipsa terminorū differentia multiplicata in singulos 8. 20. 50. 125. tertij ordinis numeros, producet singulas quatuor sequentis ordinis numerorū differētias: & pinde eadē terminorū dr̄a mlt̄cata in aggregatū ipsorum 8. 20. 50. 125. producet aggregatū dictarum quatuor differentiarū sequentis ordinis: & ideo producet dr̄am duorū extremorū 16. & 625. quæ sunt producta ex ductu terminorum 2. & 5. in ipsos 8. & 125. extremos quatuor continue proportionaliū. Vnde & taliū productoꝝ differentia diuisa in differētiam terminorū, exhibebit aggregatū ipsorum 8. 20. 50. 125. quatuor continue proportionaliū numerorū: quod erat demonstrandū. Similiter pro cæteris terminis, aut proportionibus ostēdam qđ proponitur.

1
2 . 5
4 . 10 . 25
8 . 20 . 50 . 125
16. 40. 100. 250. 625

Regula.
625
16
3 | 609 |
203

1
3 . 7
9 . 21 . 49
27. 63. 147. 343
81. 189. 341. 1209. 240

Regula
2401
81
4 | 2320 |
580

PROPOSITIO 33ª.

Sicut eſt quadratus ad duplum ſuæ radicis, ſic eſt collateralis Triangulus numerus ad ſequentem radicem. Exempli gratia, ſit a. quinta radix b. autem quintus quadratus numerus: & ipſius a. duplus ipſe c. Item d. ſexta radix. cumque a. in ſe faciat ipſum b. Item a. in ſequentem radicem d. faciet ipſum e. per diffin. parte altera longiorem ſexti loci. Cuius dimidius ſit f. qui per octauam præcedentis libri, erit triangulus quintus. Demonſtrandum eſt ergo, quòd ſicut eſt b. ad ipſum c. ſic eſt f. ad ipſum d. Sic, quoniam a. multiplicans ipſos a d. producit ipſos b e. Iam ideo, per primam ſexti Euclidis, erit ſicut a. ad ipſum d. ſic b. ad ipſum e. & permutatim ſic b. ad a. ſicut e. ad d. Cumq; a. ſit dimidius ipſius c. atque e. dimidius ipſius f. iam, per 23ª quinti Elementorum, erit ex æquali, ſicut b ad c. hoc eſt, quadratus quintus ad ſuam radicem, f. triangulus quintus, ad d. ſextam radicem: quod fuit demonſtrandum. & ſicut pro quinto loco, ita pro quocunque conſtabit propoſitum.

PROPOSITIO 34ª.

Omnis triãgulus multiplicatus in duplum collateralis radicis, producit aggregatum ex cubo & quadrato collateralibus. Repetita deſcriptione prçmiſſæ, oſtendendum eſt, quòd f. triangulus quintus multiplicatus in c. duplum ipſius a. radicis quintæ, producit cubi & quadrati quintorum congeriem, hoc modo. Sicut eſt b. quadratus quintus ad c. duplum ſuæ radicis a. ſic eſt f. triangulus quintus ad d. ſequentem radicẽ, per præcedentem. Cùm verò a. in b. per diffin. faciat cubum quintum: Iam d. vnitate maior, quàm a. in b. faciet congeriem ex cubo tali ſuoque quadrato. Sed per 15ª ſexti, quod fit ex d. in b. çquum eſt ei, quod fit ex f. in c. ſiue per 23ª ſeptimi. Igitur f. in c. faciet dictam cubi, quadratique congeriem, quod erat demonſtrandum. Et ſicut in quinto, ita in quouis loco conſtabit propoſitum.

PROPOSITIO 35ª.

Quod fit ex aggregato quotlibet radicum ab vnitate, ordinatarum multiplicato in duplum radicis vltimæ, ſi iungatur cum ipſo radicum aggregato, cõſtabit triplum aggregati omnium quadratorum ex dictis radicibus ſingulis factorum. Nam cum aggregatum, exempli gratia, quinque radicum ab vnitate ordinatarum ſit per diffin. quintus triangulus: & aggregatum quinq; quadratorum talium radicũ, ſit quinta pyramis quadrata

quadrata per diffin. Iam demonstrandum erit, quòd illud, quod fit ex quinto triangulo in duplum radicis quintę, si iungatur cum ipso triangulo, conflabit triplum pyramidis quadratæ quintæ. Sed, per præcedentem, id, quod fit ex quinto triangulo, in duplum radicis quintæ, æquum est aggregato cubi & quadrati quintorum. igitur demonstrandum erit, quòd congeries cubi quadrati & trianguli quintorum, æquiualet triplum pyramidis quadratæ quintæ. Quod cum iam ostensum sit in 63ª pręcedentis libri: iam constat propositum. ita non solum in quinto, sed in quouis alio loco demonstrabitur, quod demonstrandum proponitur.

3 } 15 / 165 15 / 195
55 }

COROLLARIVM.

Hinc regula progressionis quadratorum ex radicibus ordinatis factorum constat. Quòd si numeri progressionis propositæ sint ad radices singulis singulas dupli, tunc quadratorum quæsitorum summa, ad quadratorum radicum congeriem erit quadrupla: si tripli, nonupla; si quadrupli, sedecupla; si quincupli vigecupla quincupla, & ita deinceps: nam quadratorum ratio duplex est ad laterum rationem.

PROPOSITIO 36ª.

Si fuerint quotlibet ab vnitate ordinatè radices: quod fit ex aggregato postremæ & sequentis radicum in productum ex eisdem, duplum semper est ad congeriem ex cubo quadrato, & triãgulo collateralibus postremæ: & perinde sexcuplum pyramidis quadratæ collateralis, hoc est aggregati quadratorum ex radicibus ordinatis productorum. Sint, exempli gratia, quatuor ab vnitate radices, quarum vltª sit a. ei⁹ quadratus b. Dimidium multitudinis radicum sit c. Radix sequens, hoc est, quinta sit d. fiatque ex b. in d. numerus e. & ex d. in c. numerus f. Palam est, quòd e. est aggregatum ex cubo ipsius a. & ex quadrato eius, hoc est, ex b. quandoquidem d. multiplicator est vnitate maior quàm a. quodq; per 28ª huius f. est triangulus quartus, aggregatumque quatuor radicum. Deinde g. sit aggregatum ipsarum a. d. radicum: & h. sit productum ex earundem a. d. multiplicatione, fiatque inde ex g. in h. numerus k. & sic demonstrandum erit, quòd numerus k. est duplum ad aggregatum ex e f. Quod sic patet. Numerus g. constat ex a. & d. & ideo constat ex duplo ipsius a. & ex vnitate. & numerus h. constat ex a. & b. per nonam præcedentis libri: quoniam h. est parte altera longior quinti loci: Et b. est quartus quadrat⁹ cuius radix a. Igitur ex a. in a b. fiet e. & ex duplo ipsius a. in h.

c. 2 } f. 10
d. 5 } e. 80
a. 4 } b. 16
a. 4 }

g. 9 } k. 180.
h. 20 }

in h. fiet duplum ipsius e. Sed ex vnitate in h. fit duplum ipsius f. igitur ex aggregato dupli ipsius a. & vnitatis, hoc est ex g. in h. fiet duplũ totius e f. quod erat demonstrandũ. Quòd enim productũ ex vnitate in h. hoc est ipse h. fit duplũ ipsius f. palã est: Nam f. fit ex c. in d. At ipse h. fit ex a. in d. qui duplus est ipsius c. quoniam scilicet a. est multitudo radicum & c. dimidium talis multitudinis. Cõstat ergo propositum. Sed e f. per præmissam, est triplum aggregati quadratorum à quatuor radicibus propositis factorum: Ergo k. qui fit ex g. in h. sexcuplus erit aggregati quadratorum, sicut propositio concludit. Quod autem pro quatuor radicibus conclusum est, pro quotcunque propositis in infinitum, demonstrabitur.

COROLLARIVM.

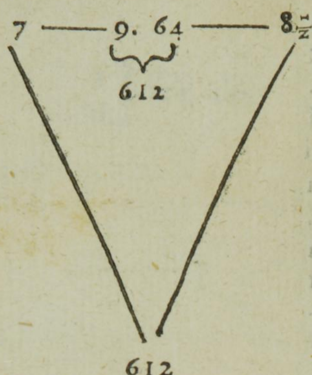
Hinc altera regula elicitur ad habendum cumulum quadratorum à quotcunque ab vnitate ordinatis radicibus factorum. Quod si pro radicibus proponãtur aliæ quantitates secundùm primæ crementum ordinatæ, tunc proportio earum singularum ad singulas radices duplicanda est. & secũdum talem proportionem adaugenda, vel diminuenda erit summa radicum, vt proueniat summa quadratorum propositarum quantitatum.

PROPOSITIO 37ª.

Propositis ab vnitate quotlibet radicibus, si radix proxime sequens multiplicet aggregatum ex quadrato postremæ & ex dimidio ipsius postremæ; producetur triplum summæ quadratorum ipsarum radicum propositarum. Exempli gratia, sunto radices octo dispositæ ab vnitate singulę cum suis quadratis. Radix proxime sequens erit 9. aggregatum ex quadraro postremæ, scilicet 64. & ex dimidio ipsius postremæ scilicet 4. erit 68. Aio igitur, quòd si 9. ducatur in 68. producetur triplum summę talium quadratorum omnium scilicet 612. Quod sic patet. Per 36ª secundi horum arithmeticorum, ex aggregato ipsorum 8. & 9. hoc est postremæ propositarum, & sequentis proxime radicis, hoc est ex 17. in productum earundem scilicet 72. fit sexcuplum summæ dictorum quadratorum. Igitur ex 8½ quod est dimidium dicti aggregati, *612. triplum ad 204. quæ*
in 72. fiet triplũ talis summæ. Sed sicut 72. ad 9. sic 68. ad 8½ *est summa quadratorum.*
quare, per vigesimam septimi Elementorũ, quòd fit ex 72. in

1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	4 / 68

8½ æquale



quod per 36ª secundi fuit triplum summæ quadratorum dictæ.

$8\frac{1}{2}$ æquale erit ei, quod ex 9. in 68. Igitur ex 9. in 68. fiet triplum dictæ summæ quadratorum: quod erat demonstrandum. Quòd autem 72. ad 9. sit sicut 68. ad $8\frac{1}{2}$ patet. nam 72. ad 9. est octuplus ex diffin. multiplicationis, atque 68. ad $8\frac{1}{2}$ similiter octuplus: constat enim 68. ex duobus, scilicet 64. quadrato, & ex dimidio suæ radicis, scilicet 4. estq́; 64. octuplus ad 8. suam radicem, & totuplus etiam quatuor dimidius eiusdem radicis ad $\frac{1}{2}$. Quare totum 68. ad totum $8\frac{1}{2}$ similiter octuplum. Constat ergo propositum. quod sicut de octo, ita de quotcunque propositis radicibus similiter ostendemus.

Propositio 38.

1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
15	225

Quod fit ex aggregato quotlibet radicum ab vnitate ordinatarum in se ipsum multiplicato, æquale est aggregato omnium Cuborum à singulis radicibus factorum. Nam per diffin. aggregatum radicum ab vnitate ordinatarum, est triangulus numerus postremę radicum. Sed triangulus talis in se ductus, producit aggregatum cuborum omnium radicum vsque ad postremam inclusiue, per 58ª præcedentis libri. Igitur & aggregatum ipsum radicum in sese multiplicatum producit eorundem cuborum aggregatum. quod erat demonstrandū.

COROLLARIVM.

Vnde manifesta fit regula progressionis cuborum. Et hìc, sicut in quadratis, notandum, quòd si pro radicibus proponantur aliæ quantitates secundum primę crementum in ordinem continuatæ: tunc proportio earum singularum, ad singulas radices triplicanda est: & secundùm talem proportionem adaugenda erit, vel minoranda summa cuborum à radicibus factorum, vt proueniat summa cuborum propositarum quantitatum.

COROLLARIVM.

Item huc spectat quidquid de pyramidibus in præcedenti libro conclusum est. Nam pyramis triangula est congeries triangulorum: quadrata, quadratorum: pentagona, pentagonorum; hexagona hexagonorum, & deinceps ab vnitate ordinatorum. Vnde totidē progressionū regulæ propagātur.

Propo

PROPOSITIO 39ª.

Duas propositas rationes coniungere. Sunto duę rationes, vna per duos numeros a b. & altera per duos numeros c d. significata, oportet eas coniungere: hoc est, rationem ex ipsis duabus composita inuenire. Hoc fiet per multiplicationem terminorum vnius in terminos alterius sic: Ducatur a. in c. & fiat e. Ducatur b. in d. fiat g. Dico igitur, quòd ratio e. ad g. est aggregatum rationum a. ad b. & c. ad d. hoc est, quòd ratio e. ad g. componitur ex rationem a. ad b. & ex ratione c. ad d. Quod sic ostenditur. Ex a. in d. fiat f. & tunc, quoniam a. multiplicans ipsas c d. facit ipsas e f. erit per primam sexti, sicut c. ad d. sic e. ad f. Item, quia d. multiplicans ipsas a b. producit ipsas f g. erit sicut a. ad b. sic f. ad g. Sed ratio e. ad g. componitur ex rationibus e. ad f. & ipsius f. ad g. igitur eadem ratio e. ad g. componetur ex nominibus æqualibus, scilicet a. ad b. & c. ad d. Quod erat demonstrandum.

a. 3 —— c. 5 —— e. 15
b. 2 —— d. 4 —— g. 8
f —— 12

e. c.
f. d. a
g. b

COROLLARIVM.

Non aliter tres, aut plures rationes in vnam colligentur.

PROPOSITIO 40ª.

Duarũ rationum propositarum alterã ab altera subtrahere. Sunto duæ rationes a. ad b. & c. ad d. oportet subtrahere hanc ab illa. Hoc fiet per multiplicationem terminorum ordine permutato, sic: Ducatur d. in a. & fiat e. Ducatur c. in b. & fiat f. Dico ergo, ratio e. ad f. est, quæ restat post subtractionem rationis c. ad d. à ratione ipsius a. ad b. Quod sic ostenditur. Ex c. in a. fiat g. & tunc, quia c. multiplicans ipsos a b. facit g f. erit, sicut a. ad b. sic g. ad f. & quoniam a. multiplicans ipsos c d. faciunt ipsos g e. erit sicut c. ad d. sic iam g. ad e. Sed ratio g. ad f. componitur ex ratione g. ad e. & ex ratione e. ad f. ergo ratio a. ad b. componitur ex ijsdem: fuit autem sicut c. ad d. sic g. ad e. Igitur ratio a. ad b. componetur ex rationibus c. ad d. & e. ad f. Quare, ablata ratione c. ad d. à ratione a. ad b. supererit ratio e. ad f. quod erat demonstrandum.

c a / d b

g. a. c
e. . . . d
f. b.

PROPOSITIO 41ª.

Datam rationẽ toties, quoties quis proponat, multiplicare. Si data ratio duplicanda sit: per antepręmissam, iungatur bis

3—3—9—27—81
2—2—4—8—16

1
3 . 2
9 . 6 . 4
27 . 18 . 12 . 8
81 54 . 36 . 24 . 16 .

bis ipſamet ſibi, ſi triplicāda, duplatæ iam iungatur iterum: ſi quadruplicanda, triplatę iungatur iterum : itaque deinceps. Ita enim intelligitur multiplicari ratio, vt bis, ter, quaterve continuetur in terminis. Vnde quadratorum ratio dupla : cuborum tripla ; ſecundorum quadratorum quadrupla ad laterum ſiue radicum rationem.

COROLLARIVM.

Igit' rationis duplatæ terminis vn' intererit medi' proportionalis: Triplatæ, duo ; Quadruplatæ, tres: itaque deinceps.

PROPOSITIO 42ª.

Datam rationem bifariã, ſiue trifariam, ſiue quadrifariã, ſiue plurifariam, vtcunque quiſpiam poſtulauerit, æqualiter partiri.

a — 1
b —— 2
c ——— 4
d ———— 8
e —————— 16

Sint datæ rationis termini a c. ſi oporteat rationem a. ad c. bifariam partiri, interponatur eis media proportionalis b. Si autem datæ rationis termini ſint a d. & oporteat ipſam trifariam diuidere; tũc interponãtur eis duæ mediæ proportionales b c. Si verò datę rationis termini ſint a e. & oporteat ipſam quadrifariam partiri: tunc interponantur eis tres mediæ proportionales quantitates b c d. Cuius problematis practica executio, quamuis à nobis in Arithmeticis quæſtionibus ſit abunde tradita, hic tamen ab exemplis non abſtinebimus. Et in primis notandum, quòd quando propoſitæ quantitates ſunt adinuicem ſicut quadrati numeri: tũc vna quantitas interiacet illis media proportionalis: quando autem, ſicut cubi numeri, tunc duæ mediæ. Quando verò ſicut quadrati quadratorum, tunc tres mediæ. Quando demum, ſicut quadrati cuborum, tũc quinque mediæ proportionales quantitates propoſitis interiacent : & in omni tali caſu tales quantitates continue proportionales ſunt adinuicẽ cõmẽſurabiles; quippe quæ inter ſe in ratione numerorũ: vnde & rationes ipſæ tunc ſunt rationales, hoc eſt, per numeros expreſſæ, atq; ideo propoſita ratio tunc ſecatur in rationes cognitas per numeros. Si verò propoſitæ quantitates ſecus, quàm dictum eſt, ad inuicem ſe habeant : interpoſitæ proportionales mediæ rationales non erunt. Exempli gratia, proponantur mihi duo numeri 8. & 18. quibus iubeor medium proportionalem inuenire, quoniam tales numeri ſe habent adinuicem, ſicut 4. & 9. quadrati numeri, quibus interiacet medius proportionalis b. Ideo & propoſitis vnus ſimiliter medius intererit proportionalis 12. duplum ad illum medium, ſicut propoſiti ad quadratos dupli ſunt.

Exempla rationalium.

8.	4	16.	8
12.	6	24.	12
18.	9	36.	18
		54.	27

3.	1	3.	1
6.	2	6.	2
12.	4	12.	4
24.	8	24.	8
48.	16	48.	16
		96.	32
		192.	64

Item

Item si iubear ipsis 16.& 54. duos proportionales interponere: quoniam tales numeri sunt ad inuicẽ, sicut 8.& 27. cubi numeri, quibus interiacent duo medij proportionales, scilicet 12.& 18. iam ideo & propositis totidẽ medij proportionales interiacebũt scilicet 24.& 36. Item, si ipsis 3. & 48. tres medios proportionales accõmodare velim, nõ minus licebit: cum sint sicut 1. & 16. quadrati secundi quibus tres 2.4.8. medij intersunt: erũtq; inter ꝑpositos medij 6.12.24. Adhuc, si his numeris 3.& 192. lubet intercludere quinque medios proportionales possibile erit: quãdoquidẽ tales sunt in proportione ipsorum 1.& 64. qui sunt quadrati cuborũ, quibus nemo nescit quinq; numeros interesse proportionales scilicet 2.4.8.16.32. Vnde & propositis intererunt totidẽ scilicet 6.12.24.48.96. Quod si propositi numeri aliter, q̃ dictũ est, adinuicem se habeant, non intererunt ipsis, quos diximus, numeri proportionales: sed quãtitates irrationales. Exempli causa, proponantur duo numeri nullã dictarũ proportionum ad inuicem seruantes, vtpote 2.& 3. Iã his nullatenus medij proportionales, quos diximus, intererunt; sed quædã irrationales quantitates. Itaque si velim ipsis 2.& 3. mediã includere proportionalẽ, agã per eorũ quadratos 4. & 9. quib⁹ interest 6. qui quadratus erit mediæ quæsitæ, quæ iam potentia tantũ notescit. Nam sicut tres quadrati 4.6.9. sunt continue proportionales, ita & eorum radices scilicet r.4. r.6. r.9. sunt continue proportionales. Si autem ijsdem numeris velim duas medias proportionales inserere, assumam eorum cubos 8. & 27. quorum medij duo sunt 12. & 18. qui cubi sunt duarum quas quærimus mediarum: Nam radices cuborum proportionalium sunt & proportionales. Si vero, ijsdem tres medias interponere iubear, exponam eorum secundos quadratos, scilicet 16. & 81. quorum tres numeri medij sunt, scilicet 24. 36. 54. qui secundi quoque quadrati erunt quantitatum trium mediarum, quas quærimus: Et quoniam horum numerorum medius quadratus numerus est, iam media trium quantitatum non solum secundo quadrato sed etiam primo notescit: eritque ipsa r. 6. Si demum, ipsis 2.& 3. quinq; medi⟨j⟩s proportionales procurem, eliciam ex ipsis quadratos cuborum, siue cubos quadratorũ, qui sunt 64.& 729. Quibus interponi pñt quinq; numeri ꝑportionaliter. s. 96.144.216. 324.486. q̃ similiter erũt quadrati cuborũ quinq; mediarũ, quas

Exempla Irrationalium.

r.4.	2
r.6.	r.6
r.9.	3
r.cu. 8	. . 2
r.cu. 12.	r.cu.12
r.cu. 18	r.cu. 18
r.cu. 27	. . 3
rr. 16.	2
rr. 24.	rr. 24
rr. 36.	r. 6
rr. 54.	rr. 54
rr. 81.	. . 3
r.□.r.cu.64	 2
r.□ r.cu.96	r.□.r.cu.96
r.□.r.cu.144	r cu.12.
r.□.r.cu.216	r.□.16.
r.□.r.cu.324	r.cu.18.
r.□.r.cu.486	r.□.r.cu.
r.□.r.cu.729	. . . 3 . .

quas quærimus, quantitatum. Et quoniam horum medius habet cubam radicem, ſcilicet b. iam media quantitas erit radix quadrata b. Item, quoniam huius medij collaterales ſunt quadrati numeri, quorum radices quadratæ ſunt 12.& 18. idcirco & mediæ quantitatis collaterales, erunt radices cubæ numerorum 12. & 18. Sed hæc omnia non ſolùm ex elementis Euclidis demõſtrãtur, verumetiam in triuialibus ludis practico cuilibet ſunt notiſſima. Quatenus tamen problematis qualitas & locus exigebat, hæc à nobis inducta ſunt.

COROLLARIA.

Ex quibus quidem manifeſtum, quòd in quantitatibus continue proportionalibus, ſi prima & ſecunda fuerint rationales, tunc ſequentes in eadem proportione continuatæ ſemper in infinitum rationales erunt. Si autem prima & tertia tantùm rationales fuerint tunc quinta, ſeptima & ſingulis ſemper intermiſſis, ſequentes rationales erunt: intermiſſæ verò omnes potentia tãtùm expreſſę. Si verò prima & quarta rationales duntaxat eſſe contigerit: tunc ſeptima, et decima, et tredecima, et binis ſemper intermiſſis cæteræ ſequentes rationales erunt, intermiſſæ autem cubo tantùm cognitæ. Adhuc, ſi prima et quinta ſolum rationales ſupponantur: tunc nona, tredecima, ſeptemdecima, et ternis ſemper intermiſſis, ſingulæ rationales erunt. trium verò vbicunque intermiſſarum media quadrato tãtùm cognita, duæ cæterę mediales, hoc eſt, per ſecundum quadratum pronunciatæ. Denique ſi prima et ſeptima tantùm ſupponantur rationales: tunc neceſſe erit tredecimam, vndeuiceſimam, vigeſimamquintam, et quinis ſemper intermiſſis ſingulas ſequentes eſſe rationales. Quinque verò in quouis loco intermiſſarum mediam potentia tantùm eſſe rationalem: duas autem huic collaterales cubo tantùm pronunciabiles. duasque extremas rationalibus proximas quadrato cubi tantùm cognitas. Quæ corollaria ex ipſa proportione, ductuque quantitatum ſatis conſtat. Conſyderata numerorum multitudine, quæ ſiue quadratis, ſiue cubis, ſiue ſecundis quadratis, ſiue quadratis cubicis proportionaliter intercidit. & ipſorum quadratorum, ſeu cuborum productis.

LIBRI SECVNDI PARS SECVNDA.

PROLOGOMENA.



IRCA irrationalium quantitatum species succurrunt quædam speculationes tam ad magnitudinum Symmetriam, quàm ad praxis, & rationum pleniorẽ notitiam spectantes, olim à nobis explicatæ: quas, quoniam huic secundo libello congruæ videbantur, hìc subiunximus. Quare, ut apertius intelligãtur, exordium capiemus à diffinitionibus ipsarum irrationalium magnitudinum. Deinde nõ per lineas, & areas, quemadmodum Euclides, sed sub terminis cõmensurabilium & incommensurabilium quantitatum, earum conditiones, proprietates & colligantias proponemus, ac per nostra supposita demonstrabimus. Nec facile quispiam fuisse putet, elementa huiusmodi à lineis & areis ad quantitatem in genere sumptam transferre, & numerariam simul praxim hinc deriuatam ostendere: quippe quæ sicut passim in triuialibus scholis trita, ita nécubi satis fuerat demõstrata. Ordior itaque nouum demonstrandi genus, tantoq; in hac parte præstantius Euclideo, quanto generalis quantitas dignior ac purior & primariæ mathematicæ, quàm linea specialis, est conuenientior. Simul per viam hanc, quam in demonstrando assumimus, multa notescent, quæ in decimo Elementorum desyderantur.

DIFFINITIONES.

Commensurabiles magnitudines dicuntur quas communis mensura metitur.

Incommensurabiles verò, quarum impossibile est inueniri communem mensuram.

Commensurabiles potentia quantitates sunt, quarum potentiæ, hoc est quadrata, sunt commensurabilia.

Incommensurabiles vero potentia, quarum quadrata incommensurabilia.

Commensurabiles in secunda potentia quantitates sunt, quarum secunda quadrata sunt commensurabilia.

Incommensurabiles similiter, quarum incõmensurabilia.

Commensurabiles cubo quantitates sunt, quarum cubi commensurabiles.

Incommensurabiles verò cubo, quarum cubi incommensurabiles.

Quibus ita se habentibus, si proponatur quantitas quãpiam; erunt infinitæ quantitates illi commensurabiles, & quantitate, & potentia, & potentia secunda, & cubo.

Vocetur itaque proposita quantitas Rationalis, vnde & quadratum ipsius, & secundum quadratũ, & cubus, & quæcunque dignitates ab ea propagatę rationales erunt.

Et quantitas propositæ, siue magnitudine, siue potentia commensurabiles, rationalis vocetur.

Incommensurabilis verò, irrationalis.

Quibus ita diffinitis subiungemus singulas irrationalium diffinitiones: nam, cum

Quantitas rationalis sit, quę positę rationali commensurabilis est.

Rationalis potentia tantùm erit, cuius quadratum duntaxat rationale est. Similiter & rationalis cubo tantùm, cuius cubus tantùm rationalis est.

Medialis autem, cuius secundum quadratum duntaxat rationale est. Ex quibus diffinitionibus sequitur, vt quantitas rationalis sit etiam & potentia, & cubo, & potentia secunda rationalis: non autem è contrario. Item vt quantitas potentia rationalis sit etiam potentia secunda rationalis, non autem è contrario. Nunc diffiniemus quantitates irrationales bimembres.

Binomium constat ex duabus quantitatibus rationalibus ac potentia tantùm commensurabilibus. Quarum excessus

Apotome

Apotome, vel Residum dicitur. Et necesse est, vt earum quadrata conficiant rationale: earum verò productum mediale.

Bimediale primum constat ex duabus quantitatibus medialibus potentia tantùm commensurabilibus, & rationale comprehendentibus: quarum quadrata conficiunt mediale. Harum excessus. Residuum mediale primum dicitur.

Bimediale secundum constat ex duabus quantitatibus medialibus potentia tantùm commensurabilibus & mediale comprehendentibus: quarum quadrata conficiunt mediale, quod est mediali prædicto incommensurabile. Harum excessus Residuum mediale secundum dicitur.

Maior constat ex duabus quantitatibus potentia incommensurabilibus: quarum quadrata conflant rationale: & quod sub ipsis mediale. Harũ verò excessus dicitur Minor.

Potens rationale ac mediale constat ex duabus quantitatibus potentia incommensurabilibus, quarum quadrata cõflant mediale, & quod sub ipsis rationale. Harum excessus dicitur cum rationali mediale totum potens.

Potens duo medialia constat ex duabus quantitatibus potentia incommensurabilibus, quarum quadrata conflant mediale, & quod sub ipsis mediale prædicto incommensurabile. Harum excessus dicitur cum mediali mediale totum potens. In quibus sex dffinitionibus mediale intelligitur quantitas potentia tantùm rationalis. Namque omnis area, siue omne productum potentia tantùm rationale, solet ab Euclide mediale vocari. Et linea potens talem aream, solet ab eodem linea medialis dici. Quod tamen non interturbabit propositum nostrum. Nos enim quantitatem in genere siue illa linea sit, siue area, potentia tantùm rationalem vocamus, cuius quadratum rationale. Medialem verò, cuius quadratum secundum tantùm rationale est. Sed in diffinitionibus dictarum sex irrationalium sequemur Euclidem.

Præterea tam binomium, quàm residuum habet sex species sic distinctas. Quando maior portio Binomij, seu residui, est potentior breuiore in quadrato quantitatis sibi commensurabilis: ipsum est primæ, secundæ, vel tertiæ speciei. Quando verò maior portio breuiorem potentialiter excedit in quadrato quantitatis sibi incommensurabilis, ipsum est quartæ, quintæ, vel sextæ speciei. Deinde si maior por-

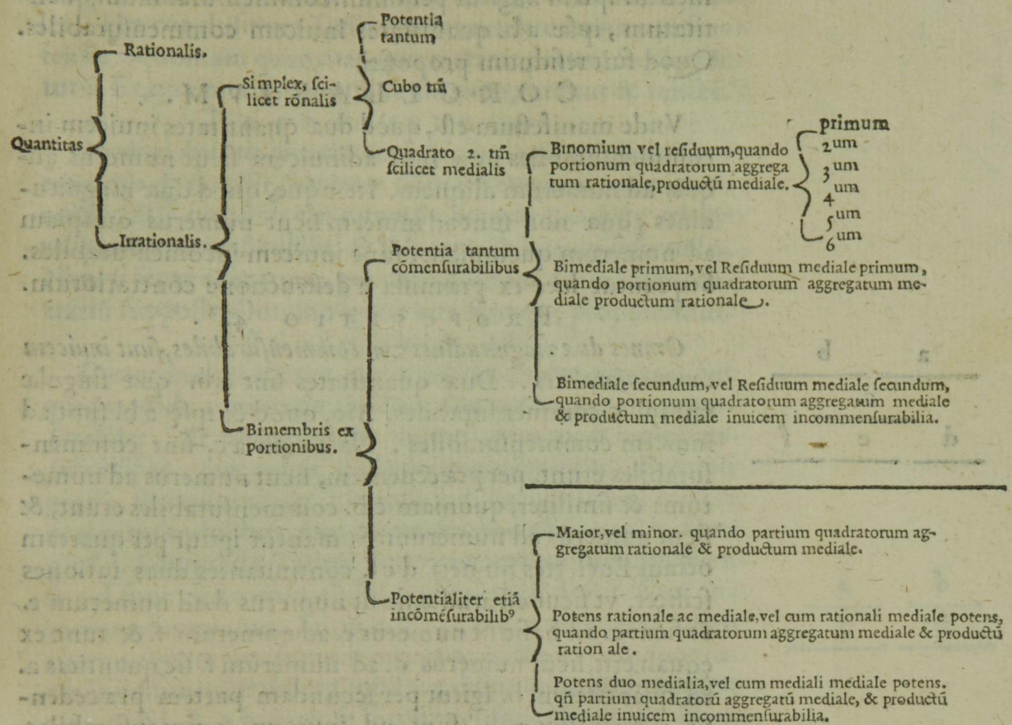
tionum fuerit rationalis quantitate binomium ſeu Reſiduum erit primæ, vel quartæ ſpeciei. Si minor portio fuerit rationalis: erit ſecundæ, vel quintæ. Si neutra portionum fuerit rationalis, erit tertiæ, vel ſextæ ſpeciei.

SCHOLIA QVÆDAM.

Notandum, quòd quantitatum alia eſt rationalis, Alia irrationalis. Et irrationalium, alia ſimplex, hoc eſt, vnius nominis, alia bimembris. Rurſum, ſimplicium alia potentialiter tantùm rationalis: alia cubo tantùm, alia quadrato ſecundo tantum rationalis: quæ Medialis vocatur. Bimembrium autem duæ ſunt precipuæ ſpecies. Prima ſpecies, cuius membra ſunt potentialiter tantùm commenſurabilia. Secunda, cuius portiones ſunt etiam potentialiter incommenſurabiles. Prima ſpecies eſt triplex; & totuplex ſecunda. Illa enim continet Binomium per compoſitionem partium, & Reſiduum per exceſſum. Item Bimediale primum, cum ſuo reſiduo mediali primo. Item Bimediale ſecundum, cum ſuo reſiduo mediali ſecundo. Hæc verò ſpecies continet Maiorem, cum Minori, item Potentem rationale, & Mediale, ſuumque Reſiduum, ſcilicet cum rationali mediale potentem: Item Potentem duo medialia: ſuumque Reſiduum cum mediali mediale potentem. Præterea tam Binomium, quàm Reſiduum eſt ſex ſpecierum. Quæ ſingula iamdudum diffinita ſunt. Sed attendendum, quòd quantitas duorum nominum ſiue bimembris eſt, quæ conſtat ex duabus portionibus ita ad inuicem affectis, vt ad Vnum nomen redigi nequeant. Secus enim non erit Binominis quantitas. Vt autem portiones tales alicuius quantitatis bimembris ſint ita affectæ, vt ad vnum nomen redigi nequeant, opus erit duabus conditionibus, ſcilicet vt portiones ſint inuicem incommenſurabiles (nam portiones commenſurabiles coniunctæ conficiunt quantitatẽ vnius nominis & eius ſpeciei, cuius ſunt partes, vt oſtendemus) & inſuper vt congeries quadratorum ipſarum portionum ſit incommenſurabilis producto earundem: ſic enim fiet, vt talis congeries cum duplo talis producti (quòd eſt quadratum propoſitæ bimembris per quartam ſecundi) minime faciat quantitatem vnius nominis. Nam ſi dicta congeries dicto producto commenſurabilis eſſet; tunc congeries cum duplo dicto, hoc eſt, dictum quadratum, eſſet quantitas vnius nominis, & perinde quantitas ipſa eſſet vnius nominis: quia videlicet, radix vni nominis quadrati: quę conditiones exprimuntur in prędictis irrationalium diffinitionibus. Quoniam igitur neceſſe eſt, portiones, ex quibus bimembris quantitas, ſiue per compoſitionem, ſiue per abſciſſionem procedit, eſſe inuicem incommenſurabiles: & inſuper congeriem quadratorum earundem portionum eſſe incommenſurabilem producto ipſarum: idcirco ſex vtrinque irrationalium quantitatum ſpecies propagari oportet. Si enim portiones fuerint incommenſurabiles in magnitudine tantùm, hoc eſt, potentia ſolùm commenſurabiles, fient tres ſpecies irrationalium, ſcilicet prima, ſecunda, & tertia. Si autem portiones fuerint incommenſurabiles etiam potentialiter, fient tres reliquę ſpecies, ſcilicet quarta, quinta, & ſexta. Deinde, ſi congeries quadratorum ipſarum portionum fuerit rationalis, & productum earum mediale, fiet prima, vel quarta ſpecies. Si autem congeries medialis, & productum rationale, fiet ſecunda, vel quinta. Si verò tam congeries, quàm productum mediale, & alterutrum incommenſurabile; fiet tertia, vel ſexta ſpecies, tam ſcilicet per coniunctionem portionum, quàm per exceſſum maioris ſupra minorem.

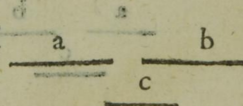
SPECIES

SPECIES QVANTITATVM.



PROPOSITIO. 43ª.

Omnes duæ quantitates inuicem commenſurabiles, ſunt ſicut numerus ad numerum. Et duæ quantitates, quæ ſunt ſicut numerus ad numerum, ſunt inuicem commenſurabiles. Sunto a.& b.quãtitates inuicẽ cõmenſurabiles: Aio, ꝙ ſunt ſicut numer⁹ ad numerũ. Cũ enim cõmenſurabiles ſint inuicẽ a b. erit ꝑ diffi. cõmenſurabiliũ quãtitatũ, cõis earũ menſura, quæ ſit c. Itaq; a. diuidetur in aliquot partes ſingulas æquales ipſi c. Itemq; b. diuidetur in aliquot partes ſingulas æquales ipſi c. Quare a.& b. erunt ad inuicẽ ſicut numeri partiũ. Et hæc eſt prima pars propoſiti. Contrà, ſit a. quantitas ad b. quãtitatẽ ſicut numerus ad numerũ. aio, ꝙ a b. cõmenſurabiles inuicẽ ſunt. Secetur enĩ a b. ſingulæ in tot partes æquas, quot vnitates hñt ſinguli numeri. ſitq; c. vna partiũ quantitatis a. eritq; c. ad a. ſicut vnitas ad numerũ partiũ a. Sed per hypoteſim a. ad b. ſicut numer⁹ partiũ a. ad numerũ partiũ b. Erit igitur ex æquali c. ad b. ſicut vnitas ad numerum partium b. Quare quoties vnitas menſurat numerum

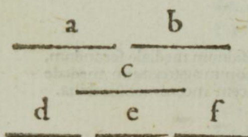


partium b.toties & c. quantitates mensurat ipsam b. Sed c. metitur ipsam a.igitur per diffin.commensurabilium quantitatum, ipsæ a b. quantitates inuicem commensurabiles. Quod fuit residuum propositi.

COROLLARIVM.

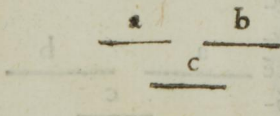
Vnde manifestum est, quòd duæ quantitates inuicem incommensurabiles non sunt adinuicem sicut numerus aliquis ad numerum aliquem. Itemque, quòd duæ magnitudines, quæ non sunt ad inuicem sicut numerus quispiam ad numerum quempiam, sunt inuicem incõmensurabiles. Sequuntur hæc ex præmissa a destructione contrariorum.

PROPOSITIO 44a.



Omnes duæ magnitudines vni commensurabiles, sunt inuicem commensurabiles. Duæ quantitates sint a b. quæ singulæ sint ipsi c.commensurabiles. Aio, quòd & ipsę a b. sunt ad inuicem commensurabiles. Nam cum a c. sint commensurabiles erunt, per præcedentem, sicut numerus ad numerum: & similiter, quoniam c b. commensurabiles erunt, & sicut numerus ad numerum. Sumantur igitur per quartam octaui Eucl. tres numeri d e f. continuantes duas rationes scilicet, vt sicut est a. ad c.sic sit numerus d.ad numerum e. & sicut c. ad b. sic sit numerus e. ad numerum f. & tunc ex ęquali erit, sicut numerus d. ad numerum f. sic quantitas a. ad quantitatem b. Igitur per secundam partem præcedentis, quantitas a b. sunt ad inuicem commensurabiles. quod est propositum.

PROPOSITIO 45a.



Omnes duæ quantitates, quarum vna commensurabilis est alicui tertiæ, reliqua verò eidem incommẽsurabilis, sunt adinuicem incommensurabiles. Exempli gratia, magnitudinum a b.vna scilicet a. sit commensurabilis ipsi c. reliqua verò b. incõmensurabilis eidem c. Aio tunc, quòd ipsæ a b. inuicem incommensurabiles sunt. Secus enim erunt a b. commensurabiles: sed ipsæ a c.per hyp.cõmensurabiles.igitur per pręmissam erunt b c. inuicem commensurabiles: quod est supposito contrarium. Nõ igitur sunt a b. inuicem commensurabiles. ergo incommensurabiles. quod est propositum.

PROPOSITIO 46a.

Omnium duarum quantitatum inuicem incommensurabilium congeries & excessus sunt inter se & ipsis inuicem incommensurabiles. Et si congeries vni earum sit incommensurabilis, erit & reliquæ

reliquæ commensurabilis. & ipsæ inter se commensurabiles. Hæ conclusiones facilè constant ex hac communi sententia: quoniam quantitas, quæ metitur partes, metitur & totũ. Et, quæ metitur totum & ablatum, metitur & relictũ.

PROPOSITIO 47ª.

Omnium duarum quantitatum inuicem incommensurabilium congeries & excessus, sunt inter se & ipsis inuicem incommensurabiles. Et si congeries vni earum sit incommensurabilis, erit & reliquæ incommensurabilis. Et ipsæ inter se incommensurabiles. Nam si secus esset, tunc, per præcedentem, sequeretur contrariũ suppositi. Omnino igitur vera sunt quę proponuntur.

PROPOSITIO 48ª.

Omnes duæ quantitates proportionales duabus quantitatibus quoquo modo commensurabilibus, sunt eodem modo commensurabiles. Et proportionales duabus aliquo modo incommensurabilibus, sunt eodem modo incommensurabiles. Exempli gratia, sint quantitates a b. ipsis c d. quantitatibus inter se commensurabilibus proportionales: hoc est sit a. ad b. sicut c. ad d. Aio, quòd a b. erunt inuicem commensurabiles. Nam si c d. sunt commensurabiles, erunt per 43ª huius, sicut numerus ad numerum. Igitur erit a. ad b. sicut numerus ad numerum: quare per secundam partem dictæ 43ᵉ a b. sunt inter se commensurabiles. Quòd si c d. sint commensurabiles, aio, quòd & a b. inter se incommensurabiles erunt. Nam tunc, per corollar. 43ᵉ huius, c d. non erunt sicut numerus ad numerum, & ideo neque a. ad b. erit sicut numerus ad numerum: & perinde per secundam partem dicti corollarij a b. tunc incõmensurabiles inter se erunt sicut proponitur. Item si c d. ponantur aut potentia tantùm, aut cubo tantũ, aut quadrato secundo tantùm commensurabiles: eodem penitus modo & ipsæ a b. commensurabiles erunt. Si autem c d. aliquo dictorum modorum ponantur incommensurabiles: eodem similiter modo & ipsę a b. incommensurabiles erunt: Quoniam scilicet quantitatum proportionalium proportionales sunt tã quadrata, quàm cubi, & quàm secunda quadrata. Et idcirco sequitur eorum commensurabilitas, vel incommensurabilitas: quippe quæ comitatur proportionem, adducta 41ª & eius corollario.

a b
c d

a b
c d

PROPOSITIO 49ª.

Omnis quantitas rationalis multiplicans aliquam quantitatem, producit quantitatem multiplicatæ cognominem & commensurabilem.

a	b	c
3	r. 5.	r. 45
d	e	f
9	5	45

menſurabilem. Exempli gratia, rationalis quantitas a. multiplicet quantitatem b. potentia tantùm rationalem, & faciat c. Aio, quòd c. potentia tantùm rationalis eſt, & ipſi b. multiplicatæ commenſurabilis. Sit enim ipſius a. quadratum d. & ipſius b. quadratum e. & ex d. in e. fiat f. Eritque per coroll. vndecimę huius, f. quadratum ipſius c. Cumque ex diffinitionibus, quantitatum a b. ipſe d. ſit numerus quadratus: ipſe autem e. numerus non quadratus: iam eorum productum f. per coroll. ſecundæ noni Eucl. non erit numerus quadratus. Igitur c. quæ radix eſt ipſius f. per diffin. erit potentia tantùm rationalis. Cumque per diffin. multiplicationis, c. productũ ad b. multiplicatam, ſit ſicut a. multiplicans ad poſitam: ſitque a. poſitæ commenſurabilis, quia rationalis: iam, per præcedentem, ipſa c. ipſi b. commenſurabilis erit: ſicut proponitur. Similiter autem, ſi b. cubo tantum rationalis ſupponatur, oſtendetur & ipſa c. cubo tantum rationalis, & ipſi b. commenſurabilis: & ſi b. quadrato ſecundo tantùm rationalis ponatur, & ipſa c. quadrato ſecundo tantum rationalis, & ipſi b. commenſurabilis demonſtrabitur. Sicut proponitur.

PROPOSITIO 50[a].

a	b	c

Si productum fuerit commenſurabile multiplicatæ quantitati, tunc multiplicans eſt rationalis. Vt ſi a. multiplicans b. faciat c. ipſi b. commenſurabilem: aio, quòd a. rationalis eſt: Nam per diffin. multiplicationis, erit, ſicut c. ad b. ſic a. ad poſitam. Cumque per hypo. c. ſit commenſurabilis ipſi b. erit per antepræmiſſam a. commenſurabilis poſitæ, quare per diffin. a. rationalis: quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO 51[a].

a	b	c

Omnis quantitas diuiſa per quantitatem ſibi commenſurabilem, exhibet in quotiente quantitatem rationalem. Sint a b. quantitates commenſurabiles inter ſe, & diuidatur b. per ipſam a. & proueniat c. Aio, quòd c. quantitas rationalis eſt. Nam, per diffin. diuiſionis, erit, ſicut a. diuidens ad poſitam, ſic b. diuiſa ad c. prouenientem. Et permutatim, ſicut a. ad b. ſic poſita ad c. Sed a. per hypot. commenſurabilis eſt ipſi b. ergo per 48[a] præmiſſam, & poſita commenſurabilis ipſi c. Ergo c. rationalis: quod eſt propoſitum. Hoc idem ex præcedenti oſtendi poteſt.

PRO-

PROPOSITIO 52ª.

Omnium duarum quantitatum inuicem commensurabilium quadrata sunt adinuicem sicut quadrati numeri: & cubi, adinuicem, sicut cubi numeri: & secunda quadrata, sicut bis quadrati numeri: Vt si sint a b. quantitates inuicem commensurabiles, quarũ quadrata sint c d. cubi aũt e f. secunda autẽ quadrata g h. Aio, quòd c d. erunt sicut quadrati numeri adinuicem: & e f. sicut cubi numeri: & g h sicut bis quadrati numeri. Nam, per 43ª huius, a b. quantitates erunt ad inuicem, sicut numerus ad numerum: sed tam in quãtitatibus, quàm in numeris quadrata sunt in dupla: cubi in tripla: secunda quadrata in quadrupla ratione radicũ. Igitur c d. sunt ꝓportionales quadratis talium numerorum. Et e f. proportionales cubis talium numerorum: & g h. proportionales bis quadratis talium numerorum. Et hoc est propositum.

a | b
c | d
e | f
g | h

PROPOSITIO 53ª.

Omnes duæ quantitates, quarum quadrata sunt adinuicem sicut quadrati numeri; vel quarum cubi sunt adinuicem sicut cubi numeri: vel quarum secunda quadrata sunt adinuicem sicut bis quadrati numeri, sunt inter se commensurabiles. Exempli gratia, sint duæ quantitates a b. quarum quadrata c d. & quarũ cubi e f. & quarum secunda quadrata g h. Aio, quòd, si c d. fuerint adinuicem, sicut quadrati numeri: vel si e f. fuerint adinuicem, sicut cubi numeri; vel f. g h. fuerint adinuicem, sicut bis quadrati numeri: Tunc in omni tali casu, ipsæ a b. quantitates erunt adinuicem commensurabiles. Nam si c d. sint inter se, sicut quadrati numeri; cùm talibus numeris intersit vnus medius numerus proportionalis, intererit ipsis c d. vna media quantitas proportionalis, quæ sit k. eruntque c k d. quantitates talibus tribus numeris proportionales: cumque quadrata sint in dupla ratione radicum: erit sicut c. ad k. sicut a. ad b. Sed c. ad k. sicut numerus ad numerum: igitur a. ad b. sicut numerus ad numerum: quare per secundam partem 43ª huius, a b. inuicem commensurabiles: quod est propositum. Si autem e f. sint inter se sicut cubi numeri: tunc, quia talibus numeris intersunt duo numeri medij proportionales, intererunt ipsis e f. duæ mediæ quantitates proportionales, quæ sint

a . b
c . k . d
e . l . m . f
g . n . o . p . h

2 . 3
4 . 6 . 9
8 . 12 . 18 . 27
16 . 24 . 36 . 54 . 81

l m. eruntque e l m f. quantitates talibus quatuor numeris proportionales.& quoniam cubi sunt in tripla proportione radicum: erit, sicut a.ad b.sic e.ad l.sed e. ad l. sicut numerus ad numerum: Igitur sicut numerus ad numerũ, sic a. ad b.& ideo per secundã partem 43ᵉ ab inuicem commensurabiles. Si demum g h.sint inter se, sicut bis quadrati numeri : tunc quoniam ta libus numeris intererunt tres numeri medij proportionales, intererunt & ipsis g h.tres mediæ proportionales quantitates: quæ sint n o p.eruntque g n o p h. quantitates talibus quinque numeris proportionales: & quoniam secũda quadrata sunt in quadrupla ratione radicum: erit iam a.ad b.sicut g. ad n.Sed g.ad n.sicut numerus ad numerum: igitur sicut numerus ad numerum, sic a. ad b. quare per secundam partem 43ᵃᵉ ab inuicem commensurabiles, sicut fuerat à principio demonstrandum.

COROLLARIVM.

Ex his manifestũ est, quòd omnium duarum quantitatum inuicem incommẽsurabilium, neq; quadrata sunt adinuicẽ, sicut quadrati numeri: neque cubi, sicut cubi numeri, neque secunda quadrata, sicut bis quadrati numeri.

COROLLARIVM.

Contrà, & omnes duę quantitates, quarum quadrata non sunt ad inuicem, sicut quadrati numeri; vel quarum cubi non sunt ad inuicem, sicut cubi numeri: vel quarum secunda quadrata non sunt ad inuicem, sicut bis quadrati numeri; sunt inter se commensurabiles. Nam hæc duo corollaria constant ex duobus præcedentibus propositionibus, à distinctione contrariorum.

COROLLARIVM.

Præterea manifestum est, quòd quantitates inter se cõmensurabiles, sunt omnino, etiam tam quadrato, quàm cubo, quàmque secundo quadrato commensurabiles; non autem è conuerso. Nam quantitates, siue quadrato, siue cubo, siue secundo quadrato commensurabiles, non sunt omnino inter se commensurabiles.

COROLLARIVM.

Vnde sequitur, vt quantitas rationalis sit etiam potentia, & cubo, & quadrato secundo, & sic in infinitum rationalis: & non è conuerso. Nam quantitas siue potentia, siue cubo, siue quadrato secundo, rationalis non omnino est magnitudine rationalis.

Corol-

COROLLARIVM.

Contrà, quantitates inter ſe incommenſurabiles non omnino ſunt & potentia, aut cubo, aut quadrato ſecundo incommenſurabiles. At quantitates potentia, vel cubo, vel quadrato ſecundo incommenſurabiles omnino ſunt & magnitudine inter ſe commenſurabiles.

COROLLARIVM.

Vnde ſequitur, vt quantitas irrationalis nõ omnino ſit & potentia, aut cubo, aut quadrato ſecundo irrationalis. Quantitas verò potentia, vel cubo, vel quadrato ſecundo irrationalis omnino ſit, & magnitudine irrationalis. Quæ corollaria gradatim ſequuntur alterum ex altero, vt etiam per exempla numeralium terminorum conſtat.

PROPOSITIO 54ª.

Omne productum duarum quantitatum potentia tantùm rationalium inuicem commenſurabilium, eſt rationale. Exempli gratia, a b. quantitates potentia tantùm rationales inuicem commenſurabiles multiplicatæ inuicem faciant ipſam c. Aio, quòd c. quantitas rationalis eſt. Sit enim ipſi a. æqualis d. & a. ducta in d. hoc eſt in ſe ipſam faciat e. quæ iam rationalis eſt, cum a. ſit potentia rationalis per hyp. Sed per primam ſexti, ſicut d. ad b. ſic e. ad c. commenſurabilis eſt autem per hypo. ipſa d. ipſi b. ergo, per 48ª huius, ipſa e. commenſurabilis erit ipſi c. Rationalis eſt autem e. rationalis ergo per diffin. & c. quod fuit demonſtrandum. Aliter & pulchre ſic. Sit ipſius a. quadratum ipſa f. & ipſius b. quadratum ipſa quantitas g. eritque per 52ª præcedentem f. ad g. ſicut numerus quadrat⁹ ad numerum quadratum. Ducatur ergo f. in g. & proueniat h. eritque h. numerus quadratus: quandoquidem f g. per vigeſimam octaui, ſunt plani ſimiles. Sed per corollariũ vndecimæ huius h. eſt quadratum ipſius c. ergo c. rationalis, quandoquidem radix eſt ipſius h. quæ per numerum quadratum repræſentatur. Et radix quadrati numeri rationalis quantitas eſt, quia cognitus, & ſcitus numerus, ſicut proponitur oſtendendum.

a { b——c. d——e.

f——3
a——r.3
c 6 h 36
b——r.12
g——12

a: r.3. b: r.12.
c
b
f: 3 g: 12
h: 36

PROPOSITIO 55ª.

Omne productum duarum quantitatum rationalium & potẽtialiter tantùm inter ſe commenſurabilium, eſt potentia tantùm rationale: quod tamen ab Euclide vocatur mediale. Sunto a b. quantitates rationales, hoc eſt ambæ potentia tantum rationales,

a { b——c d——e

nales, vel vna rationalis in magnitudine, altera verò tantum potentia, & inuicẽ potentialiter tm̃ cõmẽsurabiles, quę inter se multiplicatæ faciant ipsam c. Aio, ꝙ c. est quãtitas potẽtia tm̃ rationalis. Fiant enim ea, quæ in præcedenti, eritque per eadem, sicut d. ad b. sic e. ad c. cumq; per hyp. ipsa d. ipsi b. sit potentialiter tantum cõmensurabilis: erit per 48ª huius, ipsa e. quę rationalis est, potẽtialiter tm̃ cõmẽsurabilis ipsi c. Igitur per diffin. c. potentia tm̃ rationalis est, quod est propositum. In altera verò demonstratione, erit per coroll. 53ª præcedentis, f. ad g. non sicut quadratus numerus ad quadratum numerum & : idcirco f g. per 20ª octaui non erunt adinuicem plani numeri similes Quare, per primã noni, ipse h. ipsorum f g. productũ non erit quadratus numerus, & perinde c. ipsius h. radix potẽtia tm̃ rationalis est, sicut ꝓponitur.

a r. 3. b r. 5.
c r. 15.
f 3 g 5
H 15

SCHOLIVM.

Illud autem notandum, quòd præfatum productum quantitatum rationaliũ ab Euclide vocatur medialis quãtitas, siue Medialis area: quoniam gignitur ex ductu laterum, atq; ita intelligendæ sunt diffinitiones irrationalium magnitudinum, vbi de areis mentio fit. Lineam verò in talem aream potentem, hoc est, cuius quadratum est talis area, medialis dicitur.

PROPOSITIO 56ª

Membra binomij, siue residui, sunt radices duorum numerorũ, quorum maior ad excessum supra minorem se se habet sicut numerus quadratus ad numerum quadratum, fiunt tres primæ species. Si autem secus, fiunt tres reliquæ species Binomij, siue Residui. Item si maior ex numeris dictis sit quadratus, tunc fit prima vel quarta species. Si minor sit quadratus numerus, fiet secunda vel quinta: si neuter sit quadratus numerus, fiet tertia vel sexta species. Exempli gratia, 9. & 5. numeri sunt quadrati membrorum primi Binomij, siue Residui. Numeri 12. & 9. secundi. Numeri 8. & 6. tertij. Numeri 25. & 20. quarti. Numeri 14. & 9. quinti. Numeri 10. & 7. sexti. Vnde talium specierũ radices sic se habent: vt earũ diffinitiones exposcũt.

Binomium pᵘ	3.	p̃ r. 5.	*Vnde per abscissionem*
Binomium 2ᵘ	r. 12	p̃ 3.	*formantur totidem*
Binomium 3ᵘ	r 8	p̃ r. 6.	*species residuorum.*
Binomium 4ᵘ	5	p̃ r. 20	
Binomium 5ᵘ	r. 14	p̃ 3	
Binomium 6ᵘ	r. 10	p̃ r. 7.	

PRO-

PROPOSITIO 57ª.

Singularum Binomij specierum radices, sunt speciæ singulæ irrationales quantitates per ordinem, scilicet Binomium, Bimediale primum, Bimediale secundum, Maior, Potens rationale ac mediale. & potens duo medialia. Paucis propositum demonstrabo. Esto Binomium, cuius membra a b. b c. Sit ipsius a b. quadratum d e. & ipsius b c. quadratum e f. quorum differentia f d. cuius differentiæ quarta pars sit g. & ipsius g. radix sit h. Mox secta per æqualia quantitate a b. apud k. punctum, ponatur ipsi h. æqualis k l. Post hæc, totius a k l. radix sit m. Relicti autem l b. radix sit n. Aio iam, quòd totum m n. radix est binomij a b c. Deinde ostendam, quòd si a b c. sit binomium primum, tunc m n. erit binomium. Si a b c. binomium secundum, tunc m n. erit Bimediale primum. Si a b c. binomium tertium, tunc m n. erit bimediale secundum. Si a b c. binomium quartum, tunc m n. erit maior. Si a b c. binomium quintum; tunc m n. Potens rationale ac mediale. Si demum a b c. binomium sextum, tunc m n. Potens duo medialia. Nam cùm a b. secetur æqualiter apud k. & inæqualiter apud l. iam per quintam secundi Elementorum Rectangulum a l. l b. cum quadrato k l. hoc est cum g. æqualia sunt quadrato a k. hoc est, quadranti ipsius d e. Sed quadratum ipsius k l. hoc est g. fuit quadrans ipsius d f. igitur reliquum quadrans reliqui, hoc est, rectangulum a l. l b. erit quadrans ipsius e f. Quare per coroll. vndecimæ huius, rectangulum m n. erit radix quartæ partis ipsius e f. hoc est dimidium ipsius b c. ergo duplum ipsius rectanguli m n. æquiualet totum b c. Cumque per hyp. a l. sit quadratum ipsius m. & l b. quadratum ipsius n. erunt quadratum m. quadratum n. cum duplo rectanguli m n. simul æqualia toti a c. Sed per quartam secundi; eadem simul componunt quadratum totius m n. Igitur totum m n. radix est totius a c. quod erat primum ex demonstrandis. Reliquum patet ex conditionibus ipsarum specierum binomij: fit enim, vt exeunte a b c. binomio primo, tunc a l. l b. sint rationales. Exeunte autem a c. binomio secundo, vel tertio, fit, vt a l. l b. sint potentia tantùm rationales. Quare exeunte a c. binomio primo, erunt

m n.

m n. potentia rationales. Exeunte autem a c. binomio ſecundo, vel tertio, erunt m n. mediales: quandoquidem a l. l b. quadrata ipſarum m n. potentia tantùm rationalia. Et hoc, quoniam, per diffin. binomij primi, ſecundi, & tertij, radix ipſius d f. & ideo radix ipſius g. hoc eſt h. hoc eſt k l. commenſurabilis eſt ipſi a b. & ideo ipſi a k. vel k b. ipſiſque a l. l b. cumque, per primam ſexti, m. ad n. ſit ſicut quadratum m. ad rectangulum m n. hoc eſt ſicut a l. ad dimidium b c. Ideo tunc per quadrageſimam octauam huius, conſtat ipſas m n. eſſe potentia tantùm commenſurabiles. Exiſtente autem a c. binomio quarto, quinto vel ſexto, fit vt a l. l b. ſint inuicem incommenſurabiles: quoniam ſcilicet, per diffin. talium binomiorum, radix ipſius d f. & perinde radix ipſius g. hoc eſt ipſa h. & ipſa k l. incommenſurabilis eſt ipſi a b. & idcirco ipſi a k & ipſis a l. l b. quare, per quadrageſimam ſeptimam huius, ipſe a l. l b. inuicem incommenſurabiles. Vnde conſtat ipſas m n. tunc eſſe potentia incommenſurabiles. Item cum rectangulum m n. ſit dimidium ipſius b c. atque exeunte a c. binomio primo, tertio, quarto, vel ſexto ipſa b c. ſit potentia tantũ rationalis: ideo tunc rectangulum m n. erit mediale. Exeunte verò a c. binomio ſecundo, vel quinto b c. erit magnitudine rationalis: quare tunc rectangulum m n. erit rationale. Præterea cùm quadrata m n. conficiant totam a b. atque exeunte a c. binomio primo vel quarto a b. ſit magnitudine rationalis: Exeunte verò a c. binomio ſecundo, tertio, quinto, vel ſexto, a b. ſit potentia tantùm rationalis: Idcirco exeunte a c. binomio primo vel quarto, quadrata m n. conficiunt rationale. Exeunte verò a c. binomio ſecundo, tertio, quinto, vel ſexto, quadrata m n. conficiunt mediale. Ex quibus quidem, conſyderatis irrationalium quantitatum diffinitionibus, cõſtabit quòd exeunte a c.

d f e

a k l b c g

m n h

Binomio	p°	——————	binomium.
	2°	——————	bimediale primum.
	3°	——m n. erit——	bimediale ſecundum.
	4°	——————	Maior.
	5°	——————	Potens rõale ac mediale.
	6°	——————	Potens duo medialia.

Corol-

COROLLARIVM.

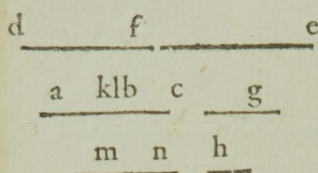
Hinc ergo comperiri poterunt singulæ quantitates irrationales: vt si velim, exempli gratia, comperire irrationalem quantitatem, quæ Maior vocatur, per præcedentem, inueniam quartum binomium: & per præsentem, ipsius binomij radicem, quæ, vt ostensum est, Maior erit. Et similiter per reliquas binomiorum species reliquas irrationales inueniemus.

PROPOSITIO 58ª.

Sex irrationalium quantitatum, scilicet Binomij, Bimedialis primi, Bimedialis secundi, Maioris, Potentis rationale ac mediale, Potentisq́; duo medialia, singularum per ordinem, singula quadrata sunt singulæ species Binomij. Hæc est conuersa præcedentis. Persistam tamen in eadem descriptione, ac suppositis. Ponaturque m n. binomium, vel aliqua ex irrationalibus prædictis. ita vt m n. sint membra ipsius irrationalis iuxta eius diffinitionem considerata: vt habeam ipsius m n. quadratum, ponam ipsius m. quadratum a l. & ipsius n. minoris membri quadratum l b. Item eius, quod fit ex m. in n. duplum ipsam b c. Eritque per quartam secundi Elementorum, tota a c. quadratum totius m n. Demonstrandum est igitur, quòd si ponatur m n. aliqua ex dictis sex quantitatibus irrationalibus: erit & a c. aliqua ex speciebus binomij: & quota m n. in ordine sex irrationalium, tota & a c. in ordine specierum binomij. Namque ex conditionibus membrorum m n. componentium ipsam irrationalem, sequitur conditio membrorũ a b. b c. constituentium speciem binomij. Sic existente m n. Binomius, vel Bimediali primo, vel Bimediali secundo, iam per diffin. a l. l b. quæ sunt ipsorum m n. quadrata, sunt inuicem cõmensurabiles. Vnde per 46ª huius, sequitur vt k l. sit ipsis a l. l b. & toti. a b. commensurabilis. Cumque h. sit radicis ipsius d f. dimidium, erit talis radix commensurabilis ipsi a b. Igitur a b. potentior quàm b c. in ipsa d f. quadrato scilicet radicis sibi commensurabilis. Existente autem m n. Maiori, Potenti rationale ac mediale, potentive duo medialia; tunc per earum diffin. a l. l b. sunt inuicem incommensurabiles: vnde per 47ª huius sequitur, vt k l. sit ipsis a l. l b. & toti a b. incommensurabilis: vtque k l. hoc est h. ipsius radicis d f. dimidium, & perinde ipsa radix sit ipsi a b. incommensurabilis. Quo fit, vt a b. potentior sit, quàm b c. in ipsa d f. cuius radix est ipsi

a b. in-

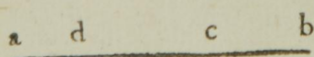
ab. incõmensurabilis. Item, qm̃ existente m n. binomio, vel Maiori, a b. est rationalis: b c. verò potentia tantùm est rationalis. Existente autem m n. Bimediali primo, vel potente rationale, & Mediale, a b. est potentia tántum rationalis, b c. verò rationalis. Existente tandem m n. Bimediali secundo, vel potente bina medialia, tam a b. quàm b c. est potẽtia tm̃ rationalis. Prę terea, quoniam existẽte m n. binomio, Bimediali primo, Maiori, vel potente rationale & mediale ipsarũ a b. b c. altera est magnitudine, altera potentialiter tantùm rationalis. atque ideo a b. b c. sunt potentialiter tantùm cõmensurabiles. Existente autem m n. Bimediali 2° cum per primam sexti, m. ad n. sit sicut quadratũ m. ad rectangulum m n. hoc est, sicut a l. ad dimidiũ ipsius b c. atque m n. sint incommensurabiles. & ideo a l. & dimidium ipsius b c. sint incommensurabiles per 48ª huius: Cumq; (quoniam a l. l b. inter se commensurabiles, ideoq; tota a b. ipsi a l. commensurabilis est, iam tota a b. dimidio ipsius b c. Et ideo toti b c. per 45ª huius, sit incommensurabilis: sintq; a b. b c. potentialiter commensurabiles: q̃a potẽtia rationalis ex diffi. dicti Bimedialis secundi. Existente tandem m n. potente duo medialia, cum a b. b c. ex diffin. ipsius, sint incommensurabiles: ac potentialiter tantùm commensurabiles, quia scilicet, potia rationales, ficut omnia ex diffinitionibus ipsarum irrationalium constat. Propterea, consyderatis sex specierum binomij conditionibus, existente



M n	Binomio	a c erit	pũ	Binomium
	Bimediali p°	a c erit	2ũ	
	Bimediali 2°	a c erit	3ũ	
	Maiori	a c erit	4ũ	
	Potẽte rationale, mediũq;	a c erit	5ũ	
	Potente duo medialia	a c erit	6ũ	

Propositio. 59ª.

Omne aggregatum quadratorum inæqualium excedit duplum producti radicum in quadrato differentiæ radicum. Secetur quantitas a b. per inæqualia apud c. & à maiori portione a c. abscindatur ipsi b c. æqualis c d. Atq; ita ostendendũ est, quòd congeries quadratorum a c. c b. supererat duplum ipsius rectanguli a c. c b. in quadrato ipsius d a. quod à Campano in decimo Elementorum ostensum est. Per quartam secundi, quadratum a c. & quadratum c b. cum duplo



rectanguli

rectanguli a c.c b. simul equalia sunt quadrato a b. Quod per octauam secundi, æquale, est quadrato d a. cum quadruplo rectanguli a c. c b. Auferatur vtrinque duplum rectanguli a c. c b. & supererunt quadratum a c. & quadratum c b. simul æqualia quadrato d a. & duplo rectanguli a c.c b.

Hæc autem est demonstratio.

p 4ª secũdi { □. a c — ; □. c b — ; ▭ ▭ } a c.c b } simul æq̃lia sunt □^to a b. Qđ p 8ª 2ⁱ æquale est { □.d a ; ▭ ▭ ▭ ▭ } ac.c b.

Auferatur vtrinque ▭ ▭ } a c. c b.
& supererunt

□.a c ; □.c b } simul æqualia ——— { □ d a ; ▭ ▭ } a c.c b.
Et hoc demõstrãdũ fuit

a d c b

PROPOSITIO 60ª.

Singularum residui specierum radices, sunt ipsę singulæ irrationales residuales quantitates per ordinem: videlicet Residuum, Residuum mediale primum, Residuum mediale secundum, Minor, cum rationali mediale totum potens, & cum Mediali mediale totum potens. Repetam descriptionem, supposita & demonstrata 57ᵉ præcedentis. Hoc solùm mutato, vt pro aggregato membrorum a b. b c. sumatur eorundem differentia, qua valet maius membrum a b. excedit minus b c. Nam si aggregatum supponitur binomium: iam per diffin. differentia erit Residuum eiusdem speciei. Item pro aggregato portionum m n. (quod aggregatum erat radix ipsius a b c. binomij) sumatur differentia earundem m n. qua scilicet maior portio m. superat minorem n. Quæ differentia erit irrationalis quantitas residualis illius quantitatis, quam cõflabant portiones m n. per diffinitionem. Ostendam igitur, quòd sicut ipsius aggregati a b c. radix fuit ipsum aggregatum m n. ita differentiæ ipsarum a b. b c. radix erit differentia ipsarum m n. Sic, cum ipsius m. quadratum sit a l. atq; ipsius n. quadatum sit l b. iam a b. erit aggregatum duorum quadratorum inæqualium, quorum radices m n. Sed b c. fuit duplum producti talium radicum: igitur, per præcedentem, ipsa a b. excedit ipsam b c. in quadrato differentiæ earundem radicum, hoc est, differentia ipsarum a b. b c. est quadratũ differentiæ ipsarum m n. Et perinde hæc differentia erit radix illius. Quamobrem per demõstrata in 57ª. præcedenti,

d f e

a klb c g

m n h

præcedentis, si illa differentia fuerit residuum primæ speciei: hæc differentia erit residuum.

Si illa, Residuum 2ᵉ speciei, hæc Residuũ mediale primũ.
Si illa, Residuũ 3ᵉ speciei, hæc Residuũ mediale secũdũ.
Si illa, Residuum 4ᵉ speciei: hæc irrationalis, quæ Minor.
Si illa, Residuum 5ᵘ, hæc cum rationali mediale potens.
Si illa, residuum 6ᵘ, hæc cum mediali mediale potens.
Et hoc est, quod demonstrandum proponebatur.

COROLLARIVM.

Vnde manifestum est, quòd compertis per 57ᵃ præcedentem, sex irrationalibus quantitatibus prædictis, quę singulæ ex binis membris constant inæqualibus: Iam eorundem mẽbrorum differentiæ singulæ erunt Residuales quantitates prædictarum bimembrium. Item si bimẽbribus sua singulis quadrata attribuantur (quæ binomia sunt) talium binomiorum Residua erunt singula singularum dictarum Residualium quadrata.

Propositio 61ᵃ.

Sex irrationalium quantitatum residualium, scilicet Residui, Residui medialis primi, Residui medialis secundi, Minoris, Cum rationali mediale potentis, Cum mediali mediale potentis, singularum per ordinem, singula quadrata sunt singulæ sex species Residui. Sicut præcedens sequitur ex demõstratis 59ᵉ & 57ᵉ Ita præsens propositio similiter ex ijs, quę in 59ᵃ & 58ᵃ ostensa sunt, constabit.

COROLLARIVM.

Hinc manifestum est, quòd Binomij, & Residui habentium æqualia nomina, radices inter se habent etiam æqualia nomina: & è contrario, Binomium & Residuum, quorũ radices habent æqualia nomina, sortiuntur etiam inter se nomina æqualia. Idemque de nominibus proportionalibus dicendum. Nam æqualitas nominum in quadratis, facit æqualitatem nominum in radicibus: & è contrario. Proportio verò proportionem, sicut per processum demonstrationis 57ᵃ & 58ᵉ constare potest. Nunc exponam hìc sex species binomiorum, & totidem earum radices, quæ sunt sex irrationales quantitates.

Binomia

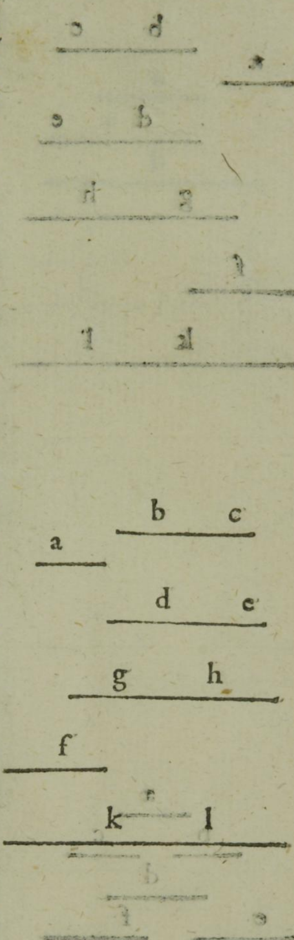
Binomia ſex ..... Quarũ radices ſunt totidẽ irrõales quantitates ſ. bimẽbres.
Primum 7 p̃.r.40...... Binomium r.5.p̃ r.2
Secundum r.18.p̃.4.... Bimediale primum.rr.8.p̃.rr.2.
Tertium r.27.p̃ r.24.. Bimediale ſecundũ rr.12 p̃ rr 3.
Quartum 6.p̃ r.8...... Maior r.v.3.p̃.r.7.p̃.r.v.3.m̃.r.7.
Quintũ r.32.p̃.4...... Potens rationale & mediale r.v.r.8.p̃ 2.p̃ r.v.r.8.m̃.2.
Sextum r.24.p̃.r.8.... Potens duo medialia r.v.r.6.p̃.2.p̃ r.v.r.6.m̃.2.

Ex quibus, per abſciſſionem minoris membri à maiore, fient tam in Binomijs, quàm in eorum radicibus, totidem Reſidua, hoc pacto.

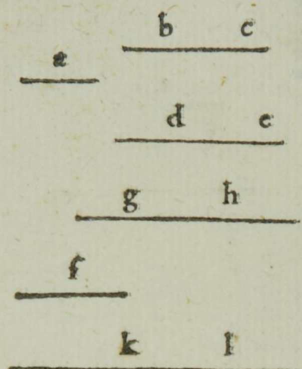
Reſidua ſex..... Quorum radices, totidem Reſiduales irrationales ſcilicet.
primum 7.m̃ r.40 ... Reſiduum r.5.m̃ r.2.
Secundum r.18 m̃.4.. Reſ. mediale primum rr 8.m̃.rr.2.
Tertium r.27 m̃.r.24. Reſi. mediale ſecundũ rr 12.m̃.rr.3.
Quartum 6.m̃ r 8 .. Minor r.5. 3.p̃ r.7 m̃ r v 3.m̃ r 7.
Quintum r.32.m̃ 4 .. Cum rationali mediale potens. r.v.r 8.p̃ 2.m̃ r.v.r.8.m̃.2.
Sextum r.24.m̃.r.8... Cum mediali mediale potens. r.v.r.6.p̃ 2.m̃.r.v.r.6.m̃.2.

Sic habes exempla practica eorum, quæ demonſtrata ſunt.

P R O P O S I T I O 62^{a}.



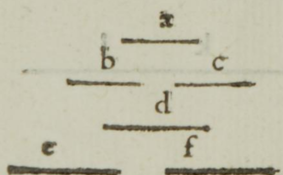
Omnis quantitas rationalis multiplicans Binomium per Reſiduum, producit etiam Binomium vel Reſiduum eiuſdem ſpeciei, ac multiplicato commenſurabile. Rationalis quantitas a. multiplicet Binomiũ b c. & producat quãtitatem d e. aio, ꝙ d. e. Binomiũ eſt ipſi b c. binomio cõmẽſurabile, & eiuſdẽ ſpeciei. Vt ſi, exẽpli gratia, b c. ſit binomiũ primũ: tũc d e. erit binomiũ p^{u}. Sint enim ipſius b c. binomij mẽbra b c. & ex a. in b. fiat d. ex a. in c. fiat e. Sic enim, per primam ſecũdi, erit d e. totũ, quod fit ex a in b c. Itaque cùm b c. ſit binomium primum, erit per diffin. b. maius membrum rationale atque c. reliquum potẽtialiter tantùm rationale. Cumq; a. rationalis in ſingulas b c. quantitates faciat ſingulas d e. iã per 49ª huius, ipſa d. erit rationalis, & ipſa e. potentia tantùm rationalis: & totum d e. toti b c. commenſurabile. Item ſit ipſius a. quadratum f. quod rationale erit: atque ipſarum b c. quadrata ſint g h. Mox f. multiplicans ipſas g h. producat ipſas k l. eruntq; per coroll. vndecimæ huius, k l. quadrata ipſarũ d e. Cumq; per primam ſexti, ſit ſicut g. ad h. ſic k. ad l. erit euerſim ſicut g. ad exceſſum, quo excedit ipſam h. ſic etiam k. ad exceſſum, quo excedit ipſam l. Verùm g. ad ſuum exceſſum eſt ſicut numerus quadratus ad numerum quadratũ, ꝑ 52ª huius: quoniã per diffinitionẽ primi binomij, b. portio excedit c. portionem potentialiter, exceſſu, cuius radix eſt commenſurabilis ipſi b. Qui exceſſus eſt differentia ipſarum g h. & perinde talis exceſſus ſe habet ad g. ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum per 52^{a}. Igitur k. ad ſuũ exceſſũ ſe habebit ſicut nũs quadratus ad numerũ quadratũ.



Quare per 53ª ipsa d. potentior erit quàm e. excessu, cuiꝰ radix est commensurabilis ipsi d. Cũ ipsarũ d e. potentiæ sint k l. Itaque per diffinitionem totum d e. binomium primum est, ipsi iã b c. cõmensurabile, quod erat demonstrandũ. Similiter pro binomio secundo, & pro tertio procedemus. Et pro quarto & quinto & sexto ostendemus, quòd maior portio potentior est minori in quadrato radicis sibi incõmensurabilis: syllogizãtes per pª sexti, & per portionẽ versam. Sed per 52ª & 53ª adducemus duo corollaria sequẽtia, quæ agũt de incõmensurabilibus: quandoquidẽ, in 4° & 5° & 6°, binomijs, maior portio potentior est minori in quadrato radicis sibi incõmensurabilis. Itẽ pro tertio & sexto binomijs, in quibus portiones sunt potentia tm̃ rationales, ad ostendendã portionũ ipsarum incõmensurabilitatem, citabimus 48ª huius. Similiter, si a. rationalis multiplicet Residuum, cuius membra sunt b c. ac producat d e. ostendemus ꝙ d e. est residuum ipsi b c. commensurabile, eiusdem speciei. Quod enim demonstratur de membris binomij, demonstratur de membris correllatiui residui: quandoquidem in diffinitionibus sortiunt easdem conditiones. Recte igitur idem de vtroque proponitur demonstrandum.

PROPOSITIO 63ª.

Omnis quantitas Rationalis multiplicans quamlibet irrationalium quantitatum, siue bimembrem, siue eius corellatiuã residualem, producit eiusdem generis irrationalem, ac multiplicatæ commensurabilem. Hæc est generalior præmissa: ibi enim de Binomio, ac residuo: hic vero de qualibet duodecim irrationalium agitur. Itaque sit exempli gratia, rationalis a. quæ multiplicet b. bimediale secundum, & producat c. Aio, ꝙ c. est Bimediale secundum & ipsi b. commensurabile. Sit enim ipsius a. quadrato d. quod rationale erit, atque ipsius b. quadratum sit e. quod, per quinquagesimamoctauam huius, erit Binomium tertiũ: Deinde d. multiplicans e. faciat ipsam f. eritq́; f. per præcedentẽ, binomiũ tertiũ. Sed per corollariũ. 11ᵉ huius f. quadratum est ipsius c. ergo per 57ª huius c. radix ipsius f. binomij tertij, erit bimediale secundum, qđ fuit propositum. Eadem penitus argumentatione vteris pro reliquis irrationalium generibus, tam bimembribus, quàm residualibus. Sed in residualibus, pro quinquagesima octaua, & 57 citabis sexagesimam primam, & sexagesimam, quę de residuis loquuntur: itaque constat veritas propositionis.



PRO-

PROPOSITIO. 64ª.

Omnis quantitas commensurabilis cupiam ex irrationalium ordine, est eiusdem generis irrationalis. Et habet eidem proportionalia & commensurabilia nomina. Esto à quantitas, quæpiam, vel potentia tantùm rationalis, vel medialis, vel bimẽbris, siue residualis: ipsiq; a. commensurabilis esto b. Aio, quòd b. est eiusdem generis irrationalis, cuius a. Diuidatur enim b. in ipsam a. & proueniat c. eritque per 51ª huius c. rationalis. Cùm verò quotiẽs in diuisorem producat diuisum, iam c. multiplicans a. facit ipsam b. Rationalis autem c: Igitur per 49ª huius, si a. sit vnimembris quantitas, si bimembris, vel residualis, per præcedentem, erit b. eiusdem generis, cuius a. & eidem commensurabilis: quod est propositum. Quòd autem b. habeat nomina proportionalia & cõmensurabilia nominibus ipsius a. constabit, si qua secatur a. eadem rõne in mẽbra secetur & b. qđ erat propositionis reliquũ.

a

c

b

PROPOSITIO. 65ª.

Omnis quantitas irrationalis diuisa per quamuis rationalem, exhibet in quotiente quantitatem sibi cognominem & commensurabilem. Exempli gratia, b. quantitas irrationalis, siue vnimembris, siue bimembris, siue residualis, diuidatur per c. rationalem, & proueniat a. Dico, quòd a. est eiusdem generis, cuius b. & ipsi commensurabilis. Nam cùm diuisor in quotiẽtem producat diuisum: iam c. in a. ducta, faciet ipsam b. Ducatur igitur c. in ipsam d. sibi æqualem, & producat ipsam e. eritque e. rationalis: & per primam sexti, sicut d. ad a. sic e. ad b. Et permutatim, sicut d. ad e. sic a. ad b. Commensurabilis autem est d. ipsi e. quoniam vtraque rationalis. Igitur per 48ª huius, & a. commensurabilis ipsi b. quare, per precedentem, erit & a. eiusdem generis, cuius ipsa b. supponebatur. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO 66ª.

Omnes duæ quantitates inuicem commensurabiles coniunctæ, conficiunt eiusdem generis quantitatem & sibi commensurabilẽ. Sunto a b. quantitates inuicem commensurabiles: Aio, quòd totum a b. erit quantitas eiusdem generis, & vtrique ipsarum a b. commensurabilis. Quòd enim a b. totum ipsis a b. singulis est commensurabile, constat, per quadragesimam sextam huius. Quòd autem eiusdem generis cum ipsis, constat per pręmissam sexagesimam quartam: constat ergo totum propositum.

COROLLARIVM.

Vnde manifestum est, quòd aggregatum ex quotcunque quantitatibus inuicem commensurabilibus, est singulis partibus commensurabile & eiusdem generis cum eisdem.

a c d

PROPOSITIO 67ª.

Omnis quantitas potentialiter commensurabilis alicui ex irrationalibus, est eiusdem generis quantitas. Sit exempli gratia, quantitas a. bimediale secũdum: sitq; ipsi a. potentialiter cõmensurabilis ipsa b. Aio, quòd b. est etiam bimediale secundum. Sunto enim quadrata ipsius a. ipsa c. atque ipsius b. ipsa d. Eritque, per 58ª huius, c. binomium tertium: commensurabilis autem est per hyp. ipsi c. ipsa d. Igitur per 64ª huius d. binomium tertium est. Sed ipsius d. radix ipsa b. est. Ergo, per 57ª b. bimediale secundum erit. quod fuit demonstrandum. Similiter in cæteris irrationalibus, tam bimembribus, quàm residualibus constabit propositum.

a b
c d

PROPOSITIO 68ª.

Omnis quantitas potentia rationalis multiplicans aliquam ex irrationalibus, producit eiusdem generis quantitatem. Exempli gratia, a. quantitas potentia rationalis multiplicet b. bimediale secundum, & producat c. Aio, quòd c. est bimediale secundum. Nam, per diffi. multiplicationis, sicut est a. multiplicans ad positam rationalem, sic c. productum ad b. multiplicatam. Sed a. potentialiter commensurabilis est positæ rationali per hyp. igitur per 48ª huius & c. ipsi b. potentialiter commensurabilis est. Cumq; b. sit bimediale secundum, erit, per præcedentem, & c. bimediale secundum. quod fuit ostendendum. Non aliter in singulis cæteris vtriusque ordinis irrationalibus constat propositum.

a b
c

PROPOSITIO 69ª.

Omnis quantitas irrationalis diuisa in quantitatem potentia rationalem, exhibet in quotiente quantitatem sibi cognominem. Exempli gratia, quantitas a. potẽtia tm̃ rationalis, diuidat b. bimediale primum, & proueniat c. aio, ꝙ c. est bimediale primum. Nam per diffin. diuisionis, sicut est diuisor ad positam rationalem, sic est b. diuisa, ad c. quotientem. Sed a. potentialiter commensurabilis est positæ rationali per hypotesim: ergo & b. potentialiter commensurabilis

a b
c

est

eſt ipſi c.per 48ª huius. Sed b.bimediale primum. Igitur vt c.bimediale primum per 66ª præmiſſam. quod fuit oſtendendum. Et eodem ſyllogiſmo per ſingula irrationalium genera repetito, conſtat propoſitum.

PROPOSITIO 70ª.

Duæ quantitates bimembres eiuſdem generis inuicem commenſurabiles, per ordinem ſex irrationalium ſumptæ, inter ſe multiplicatæ, producunt ſingulas binomij ſpecies. Quod 58ª propoſitio de quadrato, hæc de producto irrationalium concludit. Sunto, exempli gratia, a b. ſingulæ quantitates bimedialia ſecunda, inuicem commenſurabilia. Quarum punctum ſit c. aio, quòd c. eſt binomium tertium. Sit enim ipſi æqualis quantitas d. & ex a. in d. fiat e. Eritq; e. quadratum ipſius a. & perinde binomium tertiũ per 58ª huius. Et quoniam, per primam ſexti, ſicut b. ad d. ſic c. ad e. & ipſa b. ipſi d. per hyp. commenſurabilis eſt. idcirco, per 48ª huius, & c. ipſi e. commenſurabilis erit: Sed e. binomium tertium: ergo, per 64ª & c. binomium tertium eſt. quod fuit demonſtrandum. Quòd ſi a b. ponantur binomia commenſurabilia, erit e. binomiũ primũ. Si autem a b. bimedialia prima commenſurabilia: hinc e. binomium ſecundum. Si maiores, binomiũ quartum. Si potentes rationale ac mediale, binomiũ quintum: ſi potentes duo medialia, binomium ſextum eſſe demonſtrabitur: ſicut propoſitio concludit.

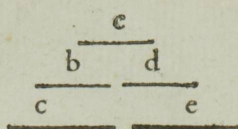
PROPOSITIO 71ª.

Duæ quantitates reſiduales eiuſdem generis inuicem commenſurabiles, per ordinem ſex generum ſumptæ, inter ſe multiplicatæ, producunt ſingulas reſidui ſpecies. Quod 61ª propoſitio de quadrato, hæc præſens de producto reſidualium concludit. Itaque ſicut præcedens oſtenſa eſt per 58ª & 48ª & 64ª. ita præſens propoſitio per 61ª 48ª & 64ª eodem proceſſu & deſcriptione demonſtrabit.

PROPOSITIO 72ª.

Duæ quantitates bimembres eiuſdem generis potentialiter inuicem commenſurabiles, inter ſe multiplicatæ, producunt binomia. Exempli gratia, ſunto a. & b. bimedialia ſecunda potentialiter inter ſe commenſurabilia, & ex a. in b. fiat c. aio, quòd c. binomium eſt. Ponatur enim d. ipſi æqualis, & ex a.

 in d.



in d. fiat c. quod per 58ª erit binomium. Verùm per primam ſexti, ſicut b. ad d. ſic c. ad e. & b. commenſurabilis potentialiter ipſi d. igitur, per 48ª & c. commenſurabilis potentialiter ipſi e. Sed e. binomium : ergo, per 67ª huius, c. binomium erit: quod fuit oſtendendum. Similiter ſiue a b. ſint binomia, ſiue bimedialia prima, ſiue ex tribus generibus reliquis eſſe ſupponantur, ſemper c. binomium demonſtrabitur.

Propositio 73ª.

Duæ quantitates reſiduales eiuſdem generis inuicem potentia commenſurabiles, inter ſe multiplicatæ, reſiduum producunt. Exempli gratia, a. & b. reſidua medialia ſecunda inuicem potentialiter commenſurabilia : & ex a. in b. fiat c. Aio, ꝙ c. reſiduum eſt. Oſtenditur hęc omnino ſicut præcedens: hoc excepto, quòd pro 58ª, citanda eſt 61ª, quippe quæ de reſidualibus agit.

Propositio 74ª.

Omne binomium in Reſiduum eorundem nominum multiplicatum, producit quantitatem rationalem. Eſto binomium, cuius maius membrum a b. minus verò b c. Mox ipſi c b. æqualis eſto b d. eritque a d reſiduum eorundem nominum, hoc eſt exceſſus eorundem membrorum. Itaque oſtendendum eſt, quòd ſi c a. binomium multiplicetur in a d. producetur quantitas rationalis. Cum enim a c. ſit aggregatum quantitatum duarum a b. b c. atque a d. ſit differentia eorundem, conſtatque per quintam ſecundi Elementorum, quòd ex ductu aggregati radicum in differentiam eorum producatur differentia quadratorum : Iam illud, quòd fuit ex a c. in ipſam a d. erit exceſſus, quo □. ipſius a b. excedit quadratum ipſius b c. Verùm, per diffin. binomij huiuſmodi quadrata rationalia ſunt; igitur talis exceſſus rationalis eſt. Quare rationale eſt, quod fit ex a c. in a d. quod fuit demonſtrandum.

a d b c

Propositio 75ª.

Omne binomium in Reſiduum proportionalium & commenſurabilium nominum multiplicatum, producit quantitatem rationalem. Sunto duo binomia & reſiduum a. & b. quorum nomina maius maiori, & minus minori proportionalia

ſint & cõmenſutabilia, & ex ductu a.in b.fiat c.Aio, quòd c. rationale eſt. Ponatur ipſi binomio æqualia nomina habens d. reſiduum: & ex a. in d. fiat e. quòd per præcedentem erit rationale. Cum autem b d. ſicut reſidua proportionalium & commenſurabilium nominum, erunt b d. inter ſe commenſurebilia: ſed per primam ſexti, ſicut b.ad d. ſic c. ad e. Igitur per quadrageſimam octauam huius, c. commenſurabilia ipſi e. Cumque e. ſit rationalis, erit & c. rationalis. Sicut demonſtrandum fuit.

a
b d
c e

Propositio 76ª.

Si Binomium multiplicans aliquam quantitatem, produxerit quantitatem rationalem: multiplicata quantitas reſiduum eſt, cuius nomina proportionalia, & commenſurabilia ſunt binomij nominibus. Binomium a. multiplicet b. quantitatem, & producat c. rationalem. Aio, quòd b. Reſiduum, eſt cuius nomina proportionalia ſunt & commenſurabilia ipſius a. binomij nominibus. Ponantur enim d. Reſiduum eorundem nominum, ſiue commenſurabilium, & proportionalium cum nominibus a. binomij. & ex a.in d. fiat e. eritque per præcedentem, vel ante præmiſſam ipſa e. Rationalis. Sed per primam ſexti, ſicut c.ad e. ſic c.ad d. commenſurabilis: eſt autem c. ipſi e. quia ſunt rationales. Ergo per quadrageſimam octauam huius, b. commenſurabilis ipſi d. Fuit autem d. reſiduum: igitur per 64ª & b. reſiduum & commenſurabilium nominum ipſi d. Sed nomina ipſius d. commenſurabilia nominibus ipſius a. binomij, & proportionalia: itaq; & ipſius b. reſidui erunt eiſdem commenſurabilia & proportionalia: quod fuit demonſtrandum.

a
b d
c e

Propositio 77ª.

Si Reſiduum multiplicans aliquam quantitatem fecerit quantitatem rationalem, multiplicata quantitas binomium eſt, cuius nomina proportionalia ſunt, & commenſurabilia reſidui nominibus. Hæc in eadem omnino deſcriptione, & eodem proceſſu demonſtratur: Hoc excepto, quòd vbi ponebatur binomium, ponatur reſiduum, & è contrario.

PROPOSITIO 78ª.

Omnis rationalis quantitas diuisa in binomium, exhibet in quotiente residuum, cuius nomina commensurabilia sunt, & proportionalia ipsius binomij nominibus. Exempli gratia, rationalis quantitas c. diuidatur per a. binomium, & proueniat b. Aio, quòd b. residuum est, cuius nomina commensurabilia sunt & proportionalia ipsius a. binomij nominibus. Nam cùm diuisor a. in quotientem b. producat diuisam c. sitque binomium, & c. rationalis: iam, per 76ª præcedentem, b. residuum erit nominum commensurabilium & proportionalium ipsius a. binomij nominibus. quod est propositum.

a

b

c

PROPOSITIO 79ª.

Omnis rationalis quantitas diuisa in residuum, exhibet in quotiente binomium, cuius nomina incommensurabilia sunt & proportionalia ipsius residui nominibus. Sicut præcedens per 76ª præmissam, ita præsens per 77ª demonstratur.

PROPOSITIO 80ª.

Binomia, quarum radices habent inuicem proportionalia & commensurabilia nomina, sortiuntur quoque proportionalia inter se & commensurabilia nomina. Sint, exempli gratia, a b c. d e f. binomia tertia, quorum maiora membra a b. d e. minora verò b c. e f. deinde sumantur horum binomiorum radices. sitq; ipsi⁹ a b c. radix g h k. & ipsius d e f. radix l m n. per 57ª huius eruntque per eandem g h k. l m n. bimedialia secunda: Sint ergo talium bimedialium membra, maiora quidem g h. l m. minora verò h k. m n. Et supponatur vt g h. ipsi l m. Atque h k. ipsi m n. comparatum, proportionalia sint & commensurabilia. Dico hinc, quòd & binomiorum a b c. d e f. ipsum membrum a b. ipsi d e. atque ipsum b c. ipsi e f. comparatum, proportionalia sunt & commensurabilia; quod sic ostenditur. Quoniam quantitas g k. l n. habent membra commensurabilia, & proportionalia, maius maiori, & minus minori, erunt coniunctim & totum toti proportionalia, & per quadragesimam octauam huius, commensurabilia. Igitur, per quinquagesimam secundam huius, ipsorum g h. l n. quadrata, scilicet, a c. d f. erunt sicut numerus quadratus ad numerum quadratum inter se, & ideo commensurabilia: & idcirco per sexagesimam

a b c d e f

g h k l m n

gesimamquartam huius, habebunt membra inuicem proportionalia & commensurabilia, scilicet a b. ipsi d e. atque b c. ipsi e f. quod est propositum. Similiter in cęteris binomiis, & eorum radicibus constabit id, quòd demonstrandum proponitur.

Propositio 81ª.

Residua, quorum radices habent inuicem proportionalia & commensurabilia nomina, sortiuntur etiam proportionalia inter se et commensurabilia nomina. Quod in præcedenti de binomijs eorumque radicibus, quæ sunt bimembres quantitates, ostensum fuit: hic similiter penitus demonstrabitur de residuis, eorumque radicibus, quæ sunt Residuales quantitates. Quandoquidem eadem sunt Residualium, quæ Bimembrium nomina; quæ coniuncta, bimembres; ablata vero minus à maiori residuales quantitates faciunt.

Propositio 82ª.

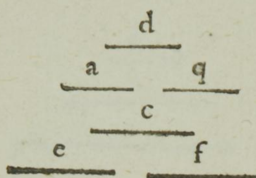
Omnis irrationalis bimembris quantitas multiplicans residualem quantitatem eorundem, siue proportionalium & commensurabilium nominum, producit quantitatem potentia rationalem, & quandoque rationalem. Sunto, gratia exempli, a. bimediale secundum: & b. residuum mediale secundum eorundem, siue proportionalium & commensurabilium inuicem membrorum: multiplicet autem ipsa a. ipsum b. & producat c. Aio, quòd c. est potentialiter rationalis, siue quandoque simpliciter rationalis. Quod sic patet. Sit ipsius a. quadratum d. & ipsius b. quadratum e. Eritque per 58ª huius, d. binomium tertium. Atque e. residuum tertium per 61ª fiat: ergo ex d. in e. quantitas f. Et quoniam a b. habent per hyp. proportionalia & commensurabilia inuicem nomina: iam eorum quadrata d e. per prędecentem & antepræmissam habebunt inter se proportionalia & commensurabilia nomina. Quamobrem, per 74ª, vel 75ª huius, d. binomium multiplicans e. binomium, producit quantitatem rationalem. Igitur f. rationalis est, & ideo c. quæ per corollarium 11ᵉ. huius, est radix ipsius f. potentialiter rationalis est. Et si f. fuerit quadratus numerus, tunc & c. magnitudine rationalis erit. quod fuit demonstrandum. Similiter idipsum

a b
c
d e
f

ſum de quauis bimembri quantitate, ſuaque reſiduali oſtendetur ſicut propoponitur.

Proposidio 83ª.

Si binomium ſecetur per Reſiduum proportionalium & commenſurabilium nominum , proueniet ex diuiſione Binomium primum. Eſto a. reſiduum. b verò binomium : quorum nomina nominibus proportionalia & commenſurabilia, maius maiori, & minus minori. Secetur autem b. in ipſum a. & proueniat c. Aio, quòd c. binomium primum erit. Ponatur enim d. binomium, cuius nomina ipſius a. reſidui nominibus, ſingula ſingulis ſint æqualia : & ex d. in a. proueniat e. eritque per ſeptuageſimamquartam harum, e. rationalis. Item ex d. in b. fiat f. eritque, per ſeptuageſimã præmiſſam f. binomium primum : quandoquidem d b. ſunt binomia inuicem commenſurabilia. Cumque per primam ſexti, ſicut a. ad b. ſic e. ad f. Iam idcirco, ſi ſecetur f. in e. proueniat c. quæ proueniebat ex diuiſione ipſius b. in a. Verùm e. rationalis fuit, atque f. binomium primum : igitur & c. per ſexageſimamquintam huius, binomium primum erit. quod erat demonſtrandum.

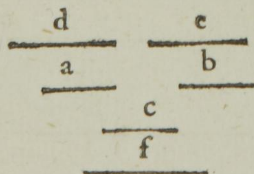


Propositio 84ª.

Si reſiduum ſecetur per binomium proportionalium & commenſurabilium nominum, proueniet ex diuiſione reſiduum primum. Hæc præſens oſtenditur ſimiliter per eadem, ſicut pręmiſſa: ſed vbi in pręmiſſa ponitur reſiduum, hìc ponatur binomium, & è contrario: & pro 70ª citetur 71ª, quæ loquitur de reſidualibus. Quibus exceptis deſcriptio eſt eadem.

Propositio 85ª.

Si quælibet bimembris quantitas ſecetur per reſidualem quantitatem proportionalium & commenſurabiliũ nominum, proueniat ex diuiſione tali Binomium. Exempli gratia, ſit a. Reſiduũ mediale ſecundum atque b. bimediale ſecundum proportionalium inuicem, & commenſurabilium membrorum. Deinde ſecetur b. in ipſum a. & proueniat c. Aio, quòd c. binomiũ erit. Sunto enim ipſorum a b. quadrata d e. eritque per 61ª d. reſiduũ tertium, & per 58ª e. binomium tertiũ: per 80ª & & 81ªᵐ pręmiſſas proportionalium & commenſurabilium nominum. Itaque ſecetur e. in d. & proueniat f. eritque per ante-



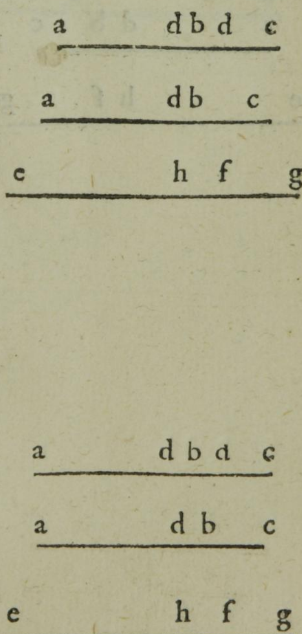
antepremissam f. binomium primum. Sed per corollar. 11ᵃ huius, ipsius f. radix est c. igitur per 57ᵃ huius c. binomium est, quod est propositum. similiter, si a. quæcunque residualis, & b. eius bimembris quantitas proportionalium & commensurabilium membrorum supponatur, semper c. binomium erit. Sicut demonstrandum proponitur.

Propositio 86ᵃ.

Si qualibet residualis quantitas secetur per bimembrem quantitatem proportionalium & commensurabilium nominum: proueniet ex diuisione tali residuum. Ostendetur hæc non aliter, quàm præcedens. Sed vbi in præmissa proponitur residualis quantitas, hìc ponatur bimembris, & è contrario: & pro 82ᵃ & 57ᵃ citandæ sint, 83ᵃ & 60ᵃ, & descriptio maneat eadem.

Propositio 87ᵃ.

Impossibile est, binomium alibi, quàm in suo puncto diuidi, seruata membrorum diffinitione. Esto binomium constans ex membris a b. maiori, b c. minori, vt diffinitio exigit. Aio, quod impossibile est ipsum a c. binomium alibi, quàm in puncto b. secari, vtpote in puncto d. ita vt a d. d c. membra sint rationalia & potentialiter tantum commensurabilia. Quod sic constat. Sit binomium a c. primum, secundum, quartum, vel quintum: in quo vna portionum a b. b c. rationalis est: & tunc, si punctum d. fuerit in portione rationali, erit iam portio a d. rationalis: sed d c. bimembris, nam constabit ex d b. rationali, & b c. potentialiter tantum rationali: non igitur erit d c. potentia rationalis, vt postulat binomij diffi. Si verò punctum d. fuerit in portione b c. potentia tantum rationali: cogetur aduersarius facere ipsam a d. rationalem: Vnde b d. rationalis erit, cùm a b. sit per hyp. rationalis. Sed b c. potentia tantùm retionalis: ergo d c. residuum, & nequaquam potentia rationalis. Hoc autem pro binomiis primo ac quarto, in quibus portio maior a b. rationalis supponitur. Pro secundo aũt ac 5° in quibus b c. portio minor rationalis supponitur transferes syllogismum. Pro tertio autem & sexto binomijs, in quibus vtraque portio potentialiter tantum rationalis est, sic procedam.



Ponantur

Ponantur membrorum a b.bc.quadrata ſimul ſumpta conficere quantitatem e f. duplum autem eius, quod fit ex a b. in b c. ſit quantitas f g. Vnde per quartam ſecundi Elementorum, totum e g. erit quadratum ipſius a c. vnde, cum a c. ſit binomium, erit, per 58ª huius, e g. binomium primũ. Itaque ſi a b c. binomium ſuſcipit in alio, quàm b. puncto, vt in d. diuiſionem: tunc aggregatum quadratorum a d. d c. ſit e h. eritque reliquum h g. duplum eius, quod ex a d. in d c. Cumque ex demonſtratione 58ª huius, e h. h g. ſint membra ipſis e g. binomij: ſequetur, vt ipſum e g. binomium primum ſecetur in alio, quàm f. puncto: quod dudum impoſſibile oſtenſum fuit. Quæ demonſtratio non ſolùm pro tertio, & ſexto, ſed etiam pro cęteris inſeruit binomijs.

PROPOSITIO 88ª.

Impoſſibile eſt, quamlibet cæterarum quinque bimembrium quantitatem alibi quàm in ſuo termino diſtingui, ſeruata diffinitione. Quod de binomio præmiſſa concludit, hoc præſens de bimediali primo, ſecundo, cæteriſque tribus irrationalibus proponit. Sit in exemplum a b c. bimediale ſecundum: cuius maius membrum a b. minus autem b c. Aio, quòd impoſſibile eſt ipſum a c. bimediale ſecundum, alibi quàm in puncto b. vt pote in puncto d. ita ſecari, vt a d. d c. portiones ſint eiuſdem diffinitionis, cuius erant ipſæ a b. b c. Quod ſic conſtat. Ponatur ipſius a b c. bimedialis ſecundi quadratum e f g. ita, vt e f. ſit cumulus ex quadratis a b. b c. & f g. duplũ producti ex a b. in b c. eritque ex demonſtratione 58ᵉ huius, e g. binomium tertium, cuius membra e f. f g. Quòd ſi a b c. bimediale ſecundum alibi quàm in b. puncto, vt in d. patitur diuiſionem: tunc per 57ª ponetur aggregatum ex quadratis a d. d c. ipſum e h. & reſiduum f g. duplum eius, quod ex a b. in b c. ita vt ipſum e g. binomium tertium alibi, quàm in f. puncto in membra ſuæ diffinitionis diſtinguatur, quod, per præcedentem, eſt impoſſibile. Et perinde impoſſibile erit ipſum a b c. bimediale ſecundum alibi quàm in b. puncto diſtingui. quod fuit propoſitum. Quod & de reliquis reſidualibus ſimiliter conſtabit.

a d b c

e h f g

PROPO-

Propositio 89ª.

Impossibile est residuum esse excessum aliorum, quàm suorum membrorum, seruata eius diffinitione. Sunto residui mẽbra, maius quidem a b. minus verò b c. ita vt eorum excessus c a. sit ipsum residuum. Aio igitur, quòd a c. non potest esse excessus aliorum membrorum quàm a b. b c, ita vt membra talia sint rationalia, & potentialiter commensurabilia. Sint enim, si possibile est, talia membra a d. d c. vt eorum excessus; sit dictum a c. residuum. Et tunc si maius membrum a d. sit rationale, sicut in primo, vel quarto residuo, cum & a d. vt supponitur, rationale sit; erit eorum differentia b d. rationalis: verùm b c. potentia tantùm rationalis per diffinitionẽ binomij primi vel quarti. Igitur d c. binomium est, non autem potentia rationalis, quod est supposito contrarium. Astruitur ergo propositum. Quòd si minus membrum b c. sit rationalis, vt in secundo, & quinto residuo, tunc rursus b d. rationalis: sed a b. potentia tantùm rationale, per diffin. secundi, vel quinti binomij: ergo a d. binomium, non potentialiter rationalis est. Quod supposito contradicit. Constat igitur proposita impossibilitas: & hoc, quando a d. ponitur maior, quàm a b. Quando verò minor, scilicet cùm punctum d. ponitur inter puncta b c. tunc arguetur similiter, vel a d. vel d c. esse residuum: quod similiter supposito aduersarij refragatur. Sic quo ad primum, secundum, quartum, & quintum residuum, constat propositum. Quo ad tertium verò, sextumque residuum, sic procedam. Ponam e f. aggregatum ex quadratis ipsarum a b. b c. Item f g. duplum eius, quod fit ex a b. in b c. Eritque per quinquagesimam nonam huius, e g. quadratum ipsius a c. siue, quod idem est, a c. radix ipsius e g. Cumque a c. sit tertium, vel sextum residuum, erit, per sexagesimamprimam e g. residuum primum. Itaque, si a c. residuum fit per alia, quàm a b. b c. membra, vtpote per a d. d c. tunc aggregatum ex quadratis ipsorum a d. d c. sit e h. duplum verò eius, quod ex a d. in d c. sit h g. Cumque ex demonstratione sexagesimæprimæ, tunc ipsius e g. residui primi membra sint e h. h g. sequitur, vt ipsum e g. residuum primum constet per excessum

aliorum

a c d b d

e g f h

aliorum, quàm e f. f g. membrorum: quod dudum impossibile fuit ostensum. Quę demonstratio non solùm tertio & sexto, sed etiam cæteris residuis vsu venit. Sic constat penitus, quod proponitur.

Propositio 90ª.

a c b d

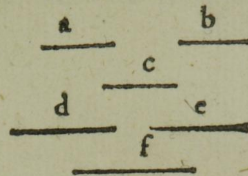
e g f h

Impossibile est quamlibet cæterarum quinq; residualium quantitatum esse excessum aliorum, quàm suorum membrorum, seruata diffinitione. Quod præmissa de Residuo conclusit, hæc præsens de residuo mediali primo, secundo, cæterisque tribus residualibus quantitatibus proponit. Vt si sit, exempli gratia, Residuum mediale secundum, cuius nomen maius a b. minus verò b c. ita vt residuum ipsum mediale secundum sit a c. Aio igitur, quòd a c. non potest esse excessus aliorum, quàm a b. b c. membrorum, vt puta ipsorum a d. d c. ita vt a d. d c. habeant cõditiones diffinitionis ipsius medialis, quas habent a b. b c. Si enim hoc possibile est: tunc aggregatum ex quadtatis ipsorum a b. b c. sit e f. duplum verò eius, quod fit ex a b. in b c. sit f g. Eritque per 59ª huius a c. radix ipsius e g. Cumque a c. sit residuum mediale secundum, erit, per sexagesimamprimam e g. Residuum tertium. Itaque si a c. residuum mediale secundum esse potest excessus aliorum, quàm a b. b c. vt pote ipsorum a d. d c. membrorum: tunc aggregatum ex quadratis ipsorum a d. d c. duplum verò eius, quod ex a d. in d c. sit g h. Eruntque ex demonstratione sexagesimæ primæ tunc ipsius e g. residui tertij membra e h. h g. Quare sequetur, vt ipsum e g. Residuum tertium fiat per excessum aliorum, quàm e f. f g. membrorum: quod per præcedentem impossibile est. Et perinde impossibile erit ipsum a c. Residuum mediale secundum esse aliorum quàm a b. b c. propriorum membrorum excessum, seruatis diffinitionis conditionibus. quod fuit demonstrandum. quæ demonstratio similiter ad reliquas residuales quantitates transfertur. Sic constat penitus propositum.

Propositio 91ª

Omnis medialis quantitas multiplicans aliquam irrationalem de numero sex generum, siue bimembrem siue residualẽ producit

ducit omnino aliquam de numero earundem. Exempli gratia: a. quantitas medialis multiplicet ipſam b. maiorem, & faciat c. Aio, quòd c. eſt vna ſex generum, quibus adnumeratur Maior, videlicet aut binomium, aut bimediale primum, aut ſecundum, & cætera. Ponatur enim ipſius a. quadratū d. quod erit potentia rationale, per diffinitionem Medialis. Sit etiam ipſius b. quadratum e. quod per quinquageſimam octauam huius erit binomium quartum. Itaque ipſā d. multiplicet ipſam e. & proueniat f. eritque f. per 68ª harum binomium. Sed per corollarium vndecimę huius f. eſt quadratum ipſius c. Igitur per quinquageſimamſeptimam huius c. radix ipſius f. binomij erit vna ex irrationalibus bimembribus ſex generum, quod fuit demonſtrandum. Similiter ſi b. ponatur binomium, aut bimediale vtrumlibet, aut altera ex duabus reliquis; ſemper f. oſtendetur eſſe binomium: & perinde c. vna ſex generum bimembrium. Non aliter pro reſidualibus argumentaberis: ſed pro 58ª citabis ſexageſima prima: & pro quinquageſima ſeptima citabis ſexageſimam, quæ de reſiduis agunt. Quam ob rem ſi poſuiſſes b. Minorem, aut qualibet cæterarum quinque reſidualium, oſtendiſſes f. eſſe reſiduum: & perinde c. vnum ex reſidualium generum numero quemadmodum demonſtrandum proponitur.



PROPOSITIO 92ª.

Omnis medialis quantitas diuidens aliquam ex irrationalibus, ſiue bimembribus, ſiue reſidualibus, præſtat in quotiente aliquā de numero eorundem. Hæc ſimiliter omnino demonſtratur ſicut præmiſſa: verùm, loco ſexageſimæ octauæ citabis ſexageſimam nonam, quæ loquitur de diuiſione. Et pro corollario vndecimæ adduces corollarium duodecimæ, & pro multiplicatione vtere diuiſione, ſicut proponitur.

PROPOSITIO 93ª.

Omnis quantitas ſecundo quadrato commenſurabilis alicui irrationali ſiue de numero bimembrium, ſiue reſidualium, eſt etiā vna de numero earundem. Exempli gratia, ſit a. Bimediale primum: & quantitas b. ipſi a. commenſurabilis in quadrato ſecundo. Aio, quòd b. eſt etiam vna ſex generum, ex quibus bimediale primum. Sit eñ ipſius a. quadratum c. & ipſius b.

quadratum

quadratum d. Eruntque c d. potentialiter commensurabiles, quandoquidem earum quadrata sunt secunda quadrata ipsarum a b. per hyp. commensurabilia. Sed c. binomium secundum est, per quinquagesimamoctauam harum: ergo & per sexagesimam septimam binomium erit. Quare ipsius d. radix ipsa b. per quinquagesimam septimam, erit aliqua sex bimembrium. quod erat demonstrandum. Similiter si a. ponatur binomium, vel bimediale secundum, vel aliqua ex tribus reliquis: semper d. binomium esse arguetur, & perinde b. vna sex generum, in quibus binomium numeratur. Eodem syllogismo vteris pro residualibus, dum loco quinquagesimæ octauæ citetur sexagesima prima, & loco quinquagesimæ septimæ vocetur sexagesima, quæ de residuis loquitur, sicut in antepræmissa.

d a c e b f

PROPOSITIO 94ª.

Omnis irrationalis quantitas siue de numero sit bimembrium siue residualium, non solùm magnitudine ac potentia irrationalis est, hoc est, quo ad primum quadratum; sed etiam quo ad secundum, quo ad tertium, & quo ad sequentia in infinitũ quadrata. Nam, quo ad binomium primum, secundum, quartum, & quintum, in quibus vna portionum rationalis, reliqua irrationalis est, patet propositum: cùm enim partes sint inter se incommensurabiles, erit per quadragesimam septimam huius, tam congeries, quàm excessus incommensurebilis toti, & perinde totum irrationale: & quoniam excessus incommensurabilis partibus, erit & excessus etiam irrationalis. Quo fit, vt tam binomium, quàm residuum primum, secundum, quartum, & quintum irrationale sit. Sed pro binomio tertio, & sexto, suoque residuo, ac præ cæteris bimembrium, aut residualium generibus sic procedam. Sit a. bimediale primum, aio, quòd a. irrationale est magnitudine. Exponatur enim eius quadratum b. quod per quinquagesimamoctauam huius, erit binomium secundum: sed binomium secundum dudum irrationale fuit. Igitur a. potentia irrationalis est: quare & magnitudine per postremum corollarium quinquagesimæ tertiç huius. Et similiter faciam de cæteris generibus tam bimemembribus, quàm residualibus: loco tamen quinquagesimæ octauæ adducta 61ª. Quod autem omnis tam bimembris quàm residualis

a b c d

quantitas.

quantitas sit potentialiter in infinitum irrationalis, constabit sic. Sit talis quantitas a. eius quadratum b. eiusdem quadratum secundum c. eius quadratum tertium d. & deinceps in infinitum. Quando igitur quantitas a. bimembris est, tunc per quinquagesimam octauam b. erit binomium, atque c. & d. cæteraque in infinitum quadrata semper binomia prima. Quę cùm irrationalia sint, constat propositum. Quando verò quantitas a. residualis supponitur, tunc per sexagesimã primã b. erit residuum. Inde autem c. & d. & sequentia semper quadrata residua prima, & perinde irrationalia, quemadmodum demonstrandum proponitur.

Propositio 95ª.

Binomium & residuum non solùm inter se magnitudine, sed etiam primo, secundo, & omni deinceps in infinitum quadrato incommensurabilia sunt. Sit a. quoduis binomium. b. autem quodlibet residuum. Aio, quòd a b. & simpliciter, & potentialiter in infinitum incommensurabilia sunt. Nam si b. ipsi a. commensurabilis esset, cùm a. sit binomium, esset & b. binomium per sexagesimam quartam huius: quod est contra hyp. Non sunt igitur a b. commensurabiles, sed incommensurabiles. Deinde sunto ipsorum a b. prima quidem quadrata c d. secunda e f. & deinceps sequentia. Erunq; per quinquagesimam octauam & sexagesimam primam huius, c. binomium, d. autem residuum primi ordinis. Et similiter e. binomium, & f. residuum eiusdem ordinis, quæ sunt inuicem, hoc est, tam c d. quàm e f. & deinceps, incommensurabiles: quoniam scilicet binomium Residuo incommensurabile dudum ostensum est. Igitur potentiæ ipsorum a b. primę, secundæ & sequentes incommensurabiles ad inuicem, sicut proponitur.

Propositio 96ª.

Bimembris quantitas & residualis non solùm inter se magnitudine, sed etiam potentialiter in infinitum incommensurabiles sunt. Sit a. quęcunque bimembris, b. verò quælibet Residualis. Aio, quòd a b. incommensurabiles ad inuicem sunt: secus enim per sexagesimam quartam huius, essent eiusdem generis: quod est contra hypothesim. Deinde sint ipsorum a b. quadrata prima c d. secunda e f. & deinceps: eruntque per quinquagesimam octauam, & sexagesimam primam c.

a	b
c	d
e	f

binomium, & d. residuum : item e. binomium primum, & f. residuum primum : igitur, per præcedentem, tã ipsa c d. inter se, quàm e f. inter se, & deinceps sequentia inter se, incommensurabilia sunt. Quare ipsorum a b. tam primæ, quàm secundæ, quàm sequentes in infinitum potentia sunt incommensurabiles, sicut demonstrandum proponitur.

COROLLARIVM.

Manifestum est igitur, quòd sicut omnis bimembris de numero sex generum quantitatis, primum quadratum est binomium : secundum verò, tertium & omne sequens in infinitum, semper est binomium primum : ita omnis residualis ex alio senario quantitatis primum quadratum residuum : secundum verò, tertium & quotcunque deinceps, semper est residuum primum. Quod non est parua admiratione dignum.

PROPOSITIO 97.

d f e
a k l b c g
m n h

Quadrata portionum irrationalis lineæ bimembris, quæ maior appellatur, sunt binomium & residuum quartæ speciei. Constat hoc apertè in descriptione & theoria quinquagesimę octauę huius, quando a b c. est binomium quartum m n. est maior. fuit autem ibi a k. potentior quàm k l. in eo, quòd fit ex a l. l b. hoc est, in quarta parte ipsius e f. hoc est, in quadrato, quod ex dimidio ipsius b c. quod dimidium incommensurabile est ipsi a k. quoniam eorum dupla, scilicet a b. b c. membra binomij sunt incommensurabilia : quo fit, vt a k. rationalis potentior sit, quàm k l. potentialiter tantùm rationalis in quadrato radicis sibi incommensurabilis: Atque ideo, per diffinitionem, a k l. sit binomium quartum ex membris a k. k l. constans : vtque l b. eorundem membrorum excessus sit residuum quartum. Erat verò a l. quadratum ipsius m. atque l b. quadratum ipsius n. quę sunt membra maioris prędictę, hoc est m. membrum maius: & n. membrum minus. Igitur quadrata talium membrorum, sunt binomium quartum, & residuum quartum. quod fuit demonstrandum.

COROLLARIVM.

Vnde manifestum est, quòd tales portiones, quę constituunt Maiorem, sunt etiam ipsę irrationales Maior, & Minor. Hoc est, magna portio est irrationalis, quæ Maior appellatur: parua verò portio, irrationalis, quę Minor dicitur. Nam, cùm quadratum magnę portionis sit binomium quartum, iam per quinquagesimam septimam ipsa magna portio erit irrationalis, quę Maior. Cumque quadratum paruę portionis sit residuum quartum: iam per sexagesimã, ipsa parua portio erit irrationalis, quę Minor. Atque hęc est causa, quòd tales irrationales, Maior, & Minor vocantur: quoniam earum membra singula cadunt sub diffinitionem compositi: vnde & membra singula rursus in portiones homogeneas, & sic deinceps in infinitum (quod mirabile est) secantur.

PROPOSITIO 98ª.

Quadrata portionum Potentis Rationale, ac mediale sunt Binomium ac residuum aliquando quintæ, aliquãdo sextæ speciei.

Nam in descriptione quinquagesimę septimę huius, quando a b c. est binomium quintum, tunc m n. est potens rationale ac mediale. Quadratum autem portionis m. est a l. quadratum autem portionis n. est l b. contigit autem a l. esse binomium quintum vel sextum. atque l b. esse residuum quintum, vel sextum: quod sit patet. Cùm a b c. sit binomium quintum, iam a b. est rationalis potentia tantùm, & idcirco a k. eius dimidium rationalis potentia tantùm. Itaque si k l. sit rationalis, quod tunc contingit, cum d f. est numerus quadratus, & perinde g. ipsius d f. quarta pars numerus quadratus: tunc a l. est binomium quintum. Sit autem k l. sit potentia tantùm rationalis, quando videlicet d f. & perinde ipsius quadrans g. non est numerus quadratus: Tunc k l. est binomium sextum. Et eodem modo variatur l b. de residuo quinto in sextum, cùm sit excessus membrorum dicti binomij. Constat ergo propositum.

d f e
a k l b c g
m n h

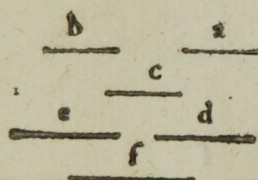
PROPOSITIO 99ª.

Quadrata potentis duo medialia portionum sunt etiam binomium, etiam Residuum, quinque quintæ & quinque sextæ speciei. Hæc constat eodem penitus modo, quo præmissa in eadem quinquagesimæ sextę descriptione.

COROLLARIVM.

Vnde manifestum est, quòd tam potentis rationale ac mediale, quàm potentis duo medialia portiones sunt quinque potens rationale ac mediale: Atque cum rationali mediale potens: & quinque sunt Potens duo medialia: Atq; cum mediali mediale potens. Quod corollarium constat ex quinquagesima septima, & 60ª. & ex duabus præmissis.

PROPOSITIO 100ª.



Omnis quantitas potentia rationalis diuisa in binomium, exhibet in quotiente Residuum. Quantitas a. potentialiter rationalis diuidatur per binomium b. & proueniat c. Aio, q c. residuum est. Sit enim quadratum ipsius a. quantitas d. quę rationalis erit. Item, quadratum ipsius b. sit e. quod per quinquagesimam octauam huius, erit binomium primum. Deinde diuidatur d. per e. & proueniat f. quæ per septuagesimam octauam huius, erit residuum nominum commensurabilium nominibus ipsius e. & proportionalium, & perinde Residuum primum. Sed per corollarium duodecimæ huius f. est quadratum ipsius c. hoc est c. radix est ipsius f. Residui primi: igitur, per sexagesimam huius c. residuum est. Quod fuit demonstrandum.

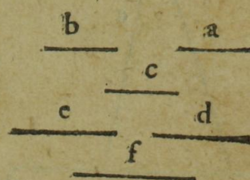
PROPOSITIO 101ª.

Omnis quantitas potentia rationalis diuisa in residuum, exhibet in quotiente binomium. Hæc propositio constat eo modo, quo præcedens. Ita vt loco binomij, Residuum; & pro Residuo, binomium ponatur; & pro septuagesima octaua citetur septuagesima nona: quandoquidem d. rationalis diuidenda est per e. Residuum primum. & pro quinquagesima octaua sumatur sexagesima prima, quæ loquitur de quadratis residualium.

PRO-

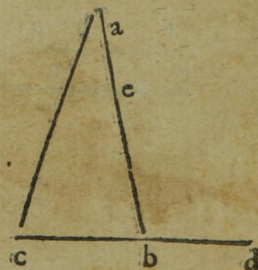
PROPOSITIO 102ᵃ.

Omnis quantitas potentialiter rationalis, diuisa in binominalẽ, reddit in quotiente residualem correlatiuam: Diuisa verò in residualem, reddit in quotiente binominalem correlatiuam. Idemq; dicendum de quantitate simpliciter rationali. Exempli gratia, Quantitas a. rationalis simpliciter, siue tantum potentialiter, diuidatur per b. bimediale secundum, & proueniat c. aio, quòd c. erit residuum mediale secundum. Sit enim ipsius a. quadratum d. quæ rationalis erit: item ipsius b. quadratum e. quod per sexagesimam primam huius, erit binomium tertium. Deinde secetur d. per e. & proueniat f. Eritq; per septuagesimam octauam huius f. Residuum tertium. Sed per corollar. duodecimæ huius, c. radix est ipsius f. igitur per sexagesimam huius, c. erit Residuum mediale secũdum: quod est propositum. Similiter pro cæteris binominalibus procedemus. Quòd si ponatur quantitas a. rationalis diuidi, exempli causa, per b. residuum mediale secundum, atque ex diuisione prouenire c. eodem modo ostendetur c. esse bimediale secundum: sed tunc, pro sexagesima prima citabitur quinquagesima octaua, & pro septuagesima octaua citabitur septuagesima nona, & pro sexagesima citabitur quinquagesima septima, vt suppositis congruit.

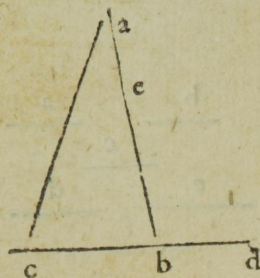


PROPOSITIO 103ᵃ.

Omnis quantitatis secundum extremam, mediamq; rationem diuisæ, vtraque portio Residuum est, maior scilicet quintum, minor autem primum. Agam per lineas, à quibus argumentum transferri potest ad quoduis quantitatis genus. Ponatur linea rationalis a b. quæ perpendicularis sit ad ipsam c b d. sitque b c. dimidium ipsius a b. coniunctaque a c. ponatur ipsi a c. æqualis c d. & abscindatur de ipsa a b. ipsi b d. æqualis b e. Quod fieri potest: nam a b. b c. simul maius sint, quàm a c. hoc est quàm c d. Sit ergo per vndecimam secundi Elementorum, linea a b. secetur in puncto e. Ita vt rectangulum b a. a e. æquale sit quadrato b e. & perinde a b. b e. e a. sint continuè proportionales: hoc est, vt tota a b. ad maiorem portionem b e. talem habeat rationem, qualem ipsa b e. ad minorem portionem e a. Ostendendum itaque est, quòd existente a b. rationali b e.

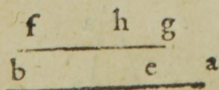


erit Residuum quintum: & e a. Residuum primum, sic. Quoniam a b. dupla est ad b c. ideo quadratum ipsius a b. quadruplum erit ad quadratum ipsius b c. Sed per penultimam primi Elementorum, quadratum ipsius a c. æquale est quadratis a b. b c. simul sumptis. Igitur quadratum ipsius a c. & ideo ipsius c d. quincuplum erit ad quadratum ipsius b c. Cumque b c. per hyp. sit rationalis: erunt d c. potentia tantùm rationalis: & b c. longitudine rationalis: quare, per diffin. harum, excessus b d. Residuum quintum erit: quandoquidem d c. potentior quàm c b. in quadrato lineæ sibi incommensurabili: Igitur & b e. ipsi b d. æqualis Residuum quintum erit. Atque ideo, per sexagesimam primam huius, quadratum ipsius b e. erit residuum primum. Est autem quadratum ipsius b e. æquale rectangulo b a. a e. Igitur quod fit ex b a. in ipsam a e. residuum primum est. Sed quod fit ex b a. in a e. diuisum in b a. rationalem, exhibet ipsam a e. Ergo, per sexagesimam quintam huius, a e. quotiens diuisionis, est commensurabilis & cognominis ipsi diuisæ, hoc est, quod fit ex b a. in a e. quod est residuum primum: Itaque a e. Residuum primum est: quod restabat demonstrandum. Quæ demonstratio, ad omnem quantitatem transfertur: sicut infert propositio.



PROPOSITIO 104[a].

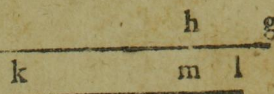
Si maior portio quantitatis secundùm extremam mediamq; rationem diuisæ, fuerit rationalis; minor erit Residuum quintum. Sit quantitas f g. vt proponitur, diuisa in partes f h. h g. ponaturque f h. maior portio rationalis. Dico, quòd reliqua g h. erit Residuum quintum. Ponatur enim rationalis quantitas a b. sic diuisa in partes b e. e a. Eritque per præcedentem, maior pars b e. residuum quintum, & reliqua e a. residuum primum. Cumque, propter proportionem similem, sit sicut b a. ad ipsam b e. sic f h. ad ipsam h g. & permutatim, sicut b a. ad ipsam f h. sic b e. ad ipsam h g. atque b a. & f h. sint inter se commensurabiles, quia rationales; erunt per quadragesimam octauam huius, ipsæ b e. h g. inter se commensurabiles: Sed b e. residuum quintum. Igitur per sexagesimam quartam huius, h g. residuum quintum erit. Quod fuit demonstrandum.



PROPO-

PROPOSITIO 105^{a}.

Si minor portio quantitatis secundùm extremam mediamq́, rationem diuisæ, fuerit rationalis, minor erit binomium quintum.



Sit quantitas f g. vt proponitur, diuisa in partes f h. h g. ponaturq́ue minor portio g h. rationalis. Dico tunc, quòd f h. maior portio erit binomium quintum. Ponatur enim quantitas k l. similiter diuisa, in k m. m l. cuius maior portio k m. sit rationalis: eritq́ue, per præcedentem, l m. reliqua portio residuum quintum. Sed propter similem proportionem, sicut l m. ad ipsam m k. sic g h. ad ipsam h f. Ergo per decimam quintam sexti, quod fit ex l m. h f. æquale est ei, quod fit ex m k. g h. rationale autem, quòd ex m k. g h. quandoquidem ipsæ rationales. Igitur quod ex l m. h f. rationale est. Sic ergo l m. Residuum quintum multiplicans ipsam h f. producit quantitatem rationalem. Quare, per septuagesimam septimam ipsam, h f. multiplicata quantitas erit binomium quintum: quod ostendendũ proponebatur.

COROLLARIVM.

Hinc manifestum est, quòd si tota linea sic diuisa, siue vtralibet portionum ponatur potentia tantùm rationalis, adhuc portiones erunt, quæ dictæ sunt, irrationales, scilicet Residua, & binomium. Nam si duę lineæ, vna rationalis, & altera potentialiter tantùm rationalis sic diuisę fuerint, propter proportionem eandem; portiones huius, portionibus illius, per quadragesimam octauam, commensurabiles potentialiter erunt: & idcirco per sexagesimam septimam, eiusdem generis cum illis. Similiter, si portio maior illius rationalis, ac portio maior huius potentia tantùm rationalis ponatur, tunc reliquę portiones erunt residua. Si verò minor portio illius rationalis, ac minor huius potentia tantùm rationalis sit, tunc maiores binomia erunt: sicut infert corollarium.

PROPOSITIO 106^{a}.

Si circulus, cuius diameter rationalis circumscribat triangulum, quadratum, & hexagonum æquilaterum: solum latus hexagoni rationale est: latus verò tam trianguli, quàm quadrati

Potentialiter tantùm rationale & longitudine incommensurabile ipsius circuli diametro. Patet: nam latus hexagoni æquale est semidiametro circuli circumscribentis, vt in quarto Elementorum ostensum est. Latus autem trianguli potentialiter triplum; latus verò quadrati potentialiter duplum est ad semidiametrum: quæ rationes cùm nequaquàm sint, sicut numeri quadrati ad numerum quadratum, iam per secundum Corollarium quinquagesimætertiæ huius, latera talia incommensurabilia sunt semidiametro, & perinde diametro: sicut proponitur. Talis autem laterum ratio in decimotertio Elementorum commonstratur.

COROLLARIVM.

Et manifestum est simul, quòd latus triãguli ad latus quadrati in eodem circulo descriptorum potentialiter est sesquialterum, & perinde incommensurabile.

PROPOSITIO 107ª.

Si circulus, cuius diameter rationalis circumscribat decagonum, pentagonum, octogonum, atque dodecagonum æquilaterum: tunc latus decagoni erit Residuum quintum, latus pentagoni minor, latus octogoni minor, latus dodecagoni residuũ sextum. De lateribus decagoni, & pentagoni ostensum est in decimotertio Elementorum: de lateribus autem octogoni & dodecagoni ostensum est in speculationibus nostris: sed ex his demonstrationibus hæ regulæ deducuntur.

DE FIGVRIS ÆQVILATERIS
REGVLAE.

QVando triangulum, quadratum, hexagonum, decagonum, pentagonum, octogonum, dodecagonum in circulo, cuius diameter rationalis, describuntur, hæ sunt regulæ inueniendi huiusmodi figurarum latera singula.

Quadratum lateris trianguli triplum est ad quadratum semidiametri.

Quadratum lateris quadrati, hoc est, ipsum quadratum descriptum, duplum est ad quadratum semidiametri.

Latus hexagoni æquale est ipsi semidiametro.

Latus

Latus decagoni est residuum quintum, cuius maior portio potentialiter sesquiquarta est ad semidiametrum. Minor verò portio est dimidium semidiametri.

Quadratum lateris pentagoni est residuum quartum, cuius maior portio est dupla sesquialtera ad quadratum semidiametri: minor verò portio potentialiter sequisquarta ad quadratum semidiametri. Vnde latus ipsum linea irrationalis erit, quę, MINOR.

Quadratum lateris octogoni est etiam Residuum quartum, cuius maior portio dupla est ad quadratum semidiametri: minor verò portio potentialiter dupla ad quadratum semidiametri. Vnde latus ipsum octogoni, sicut pentagoni, irrationalis erit, quæ, MINOR.

Latus dodecagoni est residuum sextum, cuius maior portio potentialiter sesquialtera est ad semidiametrum: minor verò potentialiter sub dupla eiusdem semidiametri.

PROPOSITIO. 180ª.

Si sphæra, cuius diameter rationalis, circumscribat quinque solida regularia: tam pyramidis, quàm octahedri & cubi latus potentia tantùm rationale est: ipsiq; diametro longitudine incommensurabile: latus autem icosahedri, minor: latus verò dodecahedri, Residuum sextum. Patet: nam latus pyramidis ad semidiametrum potentia est, sicut 8. ad 3. latus octahedri duplum, latus cubi sesquitertium, latera duorum reliquorum irrationalia, sicut in tertiodecimo Elementorum ostensum est. Vnde regulæ sequentes.

DE SOLIDIS REGVLARIBVS REGVLAE.

QVando Pyramis, octahedrum, cubus, icosahedrum, dodecahedrum in sphæra, cuius diameter rationalis, describuntur; hæ sunt regulę inueniendi huiusmodi solidorum latera singula.

Quadratum lateris pyramidis duplum superpartiens duas tertias est ad quadratum semidiametri.

Quadratum

Quadratum lateris octahedri, duplum eſt ad quadratum ſemidiametri.

Quadratum lateris cubi, ſeſquitertium eſt ad quadratum ſemidiametri.

COROLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd latus Pyramidis ad latus octahedri potentia ſeſquitertium: ad latus cubi: duplum, & latus octahedri ad latus cubi ſeſquialterum.

Quadratum lateris icoſahedri eſt reſiduum quartum, cuius maior portio dupla eſt ad quadratum ſemidiametri: minor verò portio potentialiter ſubſeſquiquarta ad quadratum ſemidiametri. Vnde latus ipſum erit irrationalis, quæ MINOR.

Latus dodecahedri eſt Reſiduum ſextum, cuius maior portio eſt potentialiter ſuperpartiens duas tertias ad ſemidiametrum; minor verò portio ſubtripla eiuſdem ſemidiametri.

Ex quo calculo ſequitur, Ingenioſiſſime Lector, vt ſicut quadratum lateris hexagoni, ſiue ſemidiametri cum quadrato lateris decagoni coniunctum conflat quadratum lateris pentagoni; ſic & in ſolidis in eadem ſphæra deſcriptis, quadratum lateris pyramidis, cum quadrato cubici lateris ſimul acceptum, conſtituit quadratum ſpæricæ diametri. Item ſicut in circulo, ſemidiametro, ſiue latere hexagoni ſecundum extremam, mediamque rationem diuiſa, maior portio eſt decagoni latus: ita in ſphæra, latere cubi ſimiliter diuiſo, maior portio erit dodecahedri latus. Quæ omnia quamquam demonſtrata ſunt in Elementis Geometricis, tamen ex ipſo calculo apertiſſimè noteſcunt. Quorum exempla hìc ſubijcio.

LATERA FIGVRARVM AEQVILATERVM.

Semidiameter circuli—2. Rat^{lis}. □.eius——4

Latus △^{li} ————r.12.Ra.po. □.eius——12

Latus □^{ti} ————r. 8.Ra.po. □.eius——8

Latus *^{ni} ————2. Ra. □.eius——4

Latus decagoni——r.v. m̄.1. Res.5^{ū} □.ei^{9}--6.m̄.r.20.Res p^{ū}

Latus ⬠—r.v.--10.m̄.r.20.Minor □.ei^{9}-10.m̄.r.20.Res.4^{ū}

Latus 8^{ni}.—r.v—8.m̄.r.32.Minor. □.ei^{9}--8.m̄.r.32.Res.4^{ū}

Latus 12^{ni}——r.6.m̄.r.2. Res. 6^{ū}.

LATERA SOLIDORVM REGVLARIVM.

Semidiameter sphęræ——2.Rat^{lis} □.eius——4

Latus Pyramidis —- r. 10$\frac{2}{3}$ Ra.po. □.eius——10$\frac{2}{3}$

Latus Octahedri—— r. 8. Ra.po. □.eius——8

Latus Cubi————r. 5$\frac{1}{3}$ Ra.po. □.eius——5$\frac{1}{3}$

L.Icosahedri-r.v.8.m̄.r.12$\frac{4}{3}$ Minor □.ei^{9}8.m̄.r.12$\frac{4}{5}$ Res.4^{ū}

L.Dodecahedri.r.6$\frac{2}{3}$ m̄.r.1$\frac{1}{3}$ Res.6^{ū}

Si linea duorũ pedũ secetur secundũ extremã mediamq; rationem, maior eius portio fiet r. 5.m̄.1. Residuum scilicet quintum. Minor vero.3.m̄.r.5. primum. Item si linea r.5$\frac{1}{3}$ similiter diuidatur, maior eius portio erit r. 6.$\frac{2}{3}$ m̄. r. 1$\frac{1}{3}$ residuum sextum. Minor verò.r.12.m̄.r.6$\frac{2}{3}$.

PROPOSITIO 109^{a}.

Si circuli pentagonũ æquilaterũ circũscribentis diameter fuerit linea irrationalis Minor cõmensurabilis minori propriè; tunc latus pentagoni erit Residuum quartum. Si autẽ latus Pentagoni ponatur Rationale; tunc diameter erit irrationalis, quæ Maior. Si demum latus pentagoni ponatur Maior prædictæ

commen-

commensurabilis: tunc diameter erit binomium. Sit a. linea circuli diameter rationalis, b. autem linea latus pentagoni in eo circulo descripti. Eritque per 107ª precedentem, b. minor. Rursum ponatur c. linea minor ipsi b. commensurabilis diametro alterius circuli, & latus pentagoni in circulo c. descripti sit linea d. aio, quòd linea d. est residuum quartum. Cùm enim diametri circulorum sint lateribus similium figurarum circumscriptarum proportionales, erit, sicut a. ad b. sic c. ad d. Quare, quod fit ex a. in d. æquum erit ei, quod ex b. in c. Sed id, quod ex b. in c. est Residuum quartum per septuagesimam primam huius, quoniam b c. sunt minores inuicem commensurabiles: igitur, quod fit ex a. in d. erit Residuum quartum. Cumq; idipsum diuisum in a. rationalem exhibeat in quotiente ipsam d. erit d. per sexagesimam quintam huius, Residuum quartum: & hæc est prima pars propositi. Deinde ponatur d. latus pentagoni rationale: tunc dico, quòd c. diameter circuli circumscribentis ipsum erit maior. Nam propter dictam proportionem diametrorum & laterum, erit, quod fit ex a d. æquum ei, quod ex b c. Rationale est autem, quod fit ex a d. quoniam a d. rationales ponuntur. Igitur rationale est, quòd fit ex b c. sed hoc diuisum per b. Minorem reddit ipsam c. ergo per centesimam secundam huius, c. Maior est ipsius b. Minoris correlatiua. & hoc est, quod secundo loco proponebatur. Demum ponatur d. latus pentagoni Maior, ipsius b. correlatiua, hoc est, commensurabilium & proportionalium nominum: tunc aio, quòd c. diameter circuli circumscribentis ipsum, erit binomium. Namque, vt prius, erit quod fit ex a d. æquum ei, quod ex b c. Sed quod ex a. rationali in d. Maiorem fit, per sexagesimam tertiam huius: Maior est ipsi d. Maiori commensurabilis. Igitur, quod sub b c. Maior est proportionalium & commensurabilium nominum ipsius b. nominibus commẽsurabilium. Verùm hoc diuisum per b. Minorem, per octuagesimam quintam, exhibet binomium, exhibet autem ipsam c. Ergo c. Binomium: quod supererat demonstrandum.

a

b

c

d

a

b

c

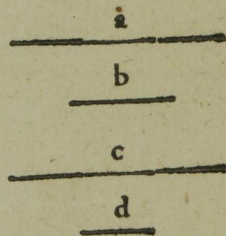
d

COROLLARIVM.

Quod si pro latere pentagoni, sumatur latus octogoni: vel si pro diametro circuli, sumatur diameter sphære: & pro latere pentagoni latus icosahedri: eadem omnia, quæ proposita & demonstrata sunt, sequentur. Nam, per 107[a] præcedentem, posita diametro rationali, tam latus octogoni in circulo talis diametri, quàm latus icosahedri in talis diametri sphæra descripti, Minor est, per præmissam, centesimam octauam.

PROPOSITIO 110[a].

Si circuli decagonum æquilaterum circumscribentis diameter fuerit Residuum commensurabile Residuo proprio: tunc latus decagoni erit Residuum primum. Si autem latus decagoni ponatur rationale: tunc diameter erit Binomium: commensurabilium nominum Residui proprij nominibus. Si demum latus decagoni ponatur binomium commensurabilium nominum Residui proprij nominibus: tunc diameter erit binomium primum. Sit a. linea Circuli diameter rationalis, b. autem linea latus decagoni in eo descripti: eritque, per præmissam 107[a] b. residuum quintum. Rursum ponatur c. linea Residuum ipsi b. commensurabile, diameter alterius circuli. Et latus decagoni in circulo c. descripti sit linea d. Dico tunc quòd d. erit Residuum primum. Nam propter proportionem harum quatuor linearum, erit, quod fit ex a d. æquum ei, quòd ex b c. Sed quod ex b c. fit, per septuagesimam primam huius, est Residuum primum: quoniam b c. sunt residua inuicem commensurabilia. Igitur quod fit ex a d. Residuum primum est. Quod diuisum in a. rationalem, cum exhibeat in quotiente ipsam d. Erit d. per sexagesimam quintam huius, Residuum primum. Et hæc est prima pars propositi. Deinde ponatur d. latus decagoni rationale: tunc aio, quòd c. diameter circuli circumscribentis ipsum erit Binomium habens nomina commensurabilia ipsius b. Residui nominibus. Nam propter dictam proportionem diametrorum & laterum, erit quod fit ex a d. æquale ei quod fit ex b c. Rationale est autem, quod fit ex a d. quoniam a d. Rationales ponuntur. Igitur



tur Rationale est, quod ex b c. Sed hoc cùm diuisum per b. Residuum exhibeat in quotiente ipsam c. erit per septuagesimam nonam huius, c. binomium commẽsurabilium nominum ipsius b. diuisoris nominibus: quod secundo loco proponebatur. Demum ponatur d. latus Decagoni binomium commensurabilium nominum ipsius b. residui nominibus: Dico tunc, quòd c. diameter circuli circumscribentis ipsum, erit Binomium primum. Nam, sicut antea, erit, quod fit ex a d. ęquum ei, quod ex b c. Sed quod ex a. Rationali in d. binomium fit, est, per sexagesimam tertiam huius, binomium ipsi d. binomio commensurabile: igitur quod sub b c. binomium est nominum commensurabilium ipsius b. Residui nominibus: Cumque hoc diuisum per b. residuum exhibeat in quotiente ipsam c. iampridem per octuagesimam tertiam huius, erit c. binomium primum: & hoc est tertium, quod restabat demonstrandum.

COROLLARIVM.

Quòd si pro latere decagoni, sumatur latus Dodecagoni: vel si pro diametro circuli, sumatur diameter sphęre, & pro latere Decagoni latus Dodecahedri: eadem omnia quę proposita hic & ostensa sunt, similiter sequentur. Nam, per 107[a], posita diametro rationali, latus dodecagoni Residuum sextum. At per 108, latus dodecahedri, adhuc idem residuum est.

Denique tam super lateribus isopleurarum figurarum, tam planarum, quàm solidarum, quàm super earum perpendicularibus, quàm etiam super lineę media extremaque ratione diuisę portionibus possent formari varię ac penè infinitę quęstiones; nunc videlicet circuli diametrum, nunc latera, nũc segmẽta supponẽdo irrationalia, nunc cuiusuis speciei aut ordinis irrationalia. sic igitur in immensa, atque inextricabilem irrationalium syluam, videlicet trinomia, quadrinomia, mediales secundas, tertias, & cęteras, quę infinitæ sunt. Quę tamen ex ipso calculo curiosis notescere possunt. Nobis satis sit hactenus processisse, proximumque

decimi

decimi Elementorum demonstrasse, ac multa ab Euclide omissa conclusisse. Cętera relinquo curiosioribus. Sed obscura, minusque necessaria minus curanda sunt. Quod & Cicero in Officiis pręcipere videtur.

Libri secundi Arithmeticorum Maurolyci finis: hora decimaoctaua, diei Sabbati, qui fuit Iulij 24°. Cum Messanæ cum multo pontis & arcus apparatu expectaretur Io. Cerda, Methynensium Dux, Prorex. Indict. 15.

M. D. LVII.

VENETIIS, M D LXXV.
Apud Franciscum Franciscium Senensem.


PAX

INDEX LVCVBRATIONVM.


Vclidis elementa, discussis Interpretum erroribus, tam Cãpani nimium sibi confidentis, quàm Zamberti professionem Ignorantis. Cum additionibus quarumdam propositionum, præsertim ad regularia solida spectantium.

Theodosij Sphærica elementa libris tribus, astronomiæ principijs necessaria.

Menelai Sphærica libris. 3. multis demonstrationibus adaucta, ad scientiam sphæralium triangulorum pertinentia.

Apollonij Conica elementa libris 4. & demonstrationibus, & lineamentis opportunis instaurata.

Sereni Cylindrica, libris. 2.

Archimedis opera, De dimensione Circuli, De Sphera & Cylindro. De Isoperimetris, De momentis æqualibus, De Quadratura Parabolæ. De spheroidibus & Conoidibus figuris. De spiralibus. Cum additione demonstrationum, facilius demonstrata.

Iordanj Arithemetica, & Data.

Theonis Data geometrica.

Rogerii Bacconis, & Io. Petsan Perspectiuæ breuiatæ cum adnotationibus errorum.

Ptolemei Specula. Et de speculo vstorio libellus.

Autolyci de sphera, quæ mouetur.

Theodosij de habitationibus.

Euclidis Phænomena breuissimè demonstrata.

Aristotelis problemata mechanica, cum additionibus complurimis, & iis, quæ ad pyxidem nauticam, & quæ ad Iridem spectant.

PROPRIA IPSIVS AVTHORIS.

Prologi, siue sermones quidam De diuisione artium, De quantitate, De proportione, De mathematicæ authoribus, De sphæra, De Cosmographia De Conicis, De solidis regularibus, De operibus Archimedis, De quadratura Circuli, De Instrumentis, De Calculo, De perspectiua, De musica, De diuinatione.

Arithmetica speculatiua libris duobus: in quorum primo multa de formis tam planis, quàm solidis numerorum à nemine hactenus animaduersa. In secundo autem theoria & praxis rationalium & Irrationalium magnitudinum per numerarios terminos cum multis nouis, quæ ad decimũ

Euclidis faciunt, demonstrationibus abunde tractatur.
Arithmetica data libellis quattuor demonstrata.
Positionum & rei demõstrationes ad quattuor præcepta vel capita redactæ.
Sphæricorum libelli duo. In quibus multa à Menelao neglecta, vel omissa supplentur pro Sphæralium scientia triangulorum.
Sphera mobilis in octo Capita pro circulis primi motus.
Cosmographia de forma, situ, numeroq; cœlorum & elementorum olim Petro Bembo dicata.
Conicorum elemẽtorum quintus & Sextus post quattuor Apollonii libros locandi.
De Compaginatione solidorum regularium.
Quæ figuræ tam planæ, quàm solidæ locum impleant, vbi Auerroes Geometriam ignorasse indicatur.
De momentis æqualibus libri quattuor: in quorum postremo de centris solidorum ab Archimede omissis agitur: & de centro solidi parabolici.
De quadrati geometrici, Quadrantis, & Astrolabi speculatione, fabrica, vsuq; ue.
De lineis horariis librĩ 3. In quibus tota huiusmodi linearum theoria, quo ad situm, colligantiam & descriptionem ipsarum plene tractatur. Nam lineæ horariæ à meridie cœptæ, secant periferiam quandam in iis punctis in quibus eandem tangunt lineæ horariæ ab occasu vl' ortu exensæ. Talis autem periferia vl' circulus est, uel ex Conicis sectionibus aliqua, scilicet Parabolè, Ellipsis, uel hyperbole.
Photismi de lumine, & umbra, ad perspectiuam & radiorum incidentiam facientes.
Diaphana in 3. libros diuisa. In quorum primo de perspicuis corporibus. In 2. de iride. in 3. autem de organi uisualis structura, & conspiciliorum formis agitur.
Quæstionum arithmeticarum libelli. 3. Geometricarum libelli 2. Astronomicorum problematum tres: in quibus regulæ cum exemplis traduntur.
Adnotationes omnimodæ in diuersos Mathematicæ locos.
Canones tabularũ Alfonsi, Blanchini Eclipsium, Directionũ primi mobilis.
Compendium Mathematicæ breuissimum.
Elementorum Euclidis Epitome cum nouis & artificiosissimis in quintium, in arithmetica, in decimum, & in solidorum libros demonstrationibus.
Conicorum Apollonii breuiarium libris 3. facilius & directe demonstratũ.
Tabula sinus recti supponens sinum maximum siue circuli semidiametrum plurium, quàm millies mille particularum. quod est totius geometrici, astronomiciq; calculi necessarium instrumentum.
Compendium magnæ constructionis Ptolomaicæ omnium obseruationũ astronomi-

nomicarum seriem paucis comprehendens ex breuiario Io. Regimontii.
Compendium Boetianæ Musicæ, cum optimis speculationibus & calculo ac modulatuum ratione, & systematum proportione.
Sphera in compendium breuiter omnia comprehendens, cum motuum secundorum Theoria.
Computus Ecclesiasticus breuis & exactus.
Adnotationes in Sphæram Io. Sacrobusti, & in Theoricas planetarum.
Quadrati, Quadrantis, Astrolabi, instrumenti armillaris & Sphæræ solidæ demonstratio, fabrica, & usus, per nouam, artificiosam, breuemq; ue speculationem.
De lineis horariis regulæ breuissimæ, & Theoria pro quocunque horizonte.
Compendium Sicanicæ historiæ.
Martyrologium Sanctorum correctum & instauratum. Cum Topographia & aliis appendicibus.
Hymnorum ecclesiasticorum liber unus.
Carminum & Epigrammatum libelli duo.
Poemata Phocylidis & Pythagoræ moralia Latino metro.
Genealogia Deorũ, Io. Boccacii adaucta, cũ multis Illustriũ uirorũ & principum carptim collectis prosapiis ad poesim & historiam necessariis.
Rhythmi vulgari seu uernaculo sermone, in laudem S. Crucis.
Chronologia ab Adamo protoplasto, Christi, principum, præsulum, & notabilium rerum, breuissima.
Itinerarium Syriacum cum historiis ad loca sacra pertinentibus.
Ad Petrum Bembum de Aetneo incendio.
Ad Synodi Tridentini patres epistola.

Breuiaria.

Platinæ de uitis Pontificum.
Sex librorum de uitis patrum.
Decem librorum Laertii de uitis Philosophorum.
Petri Criniti de uitis Poetarum.
Octo librorum Polydori de inuentoribus rerum.
Consiliorum Synodalium.
Sex librorum Diodori Siculi.
Grammaticarum institutionum libri sex.
Quadrati horarii fabrica, & vsus.

Demonstratio & praxis.

Trium tabellarum sinus recti, beneficæ & fæcundæ, ad scientiam & calculum triangulorum sphæralium utiles.
Compendium iudiciariæ ex optimis quibusque authoribus decerptum in quo de naturis signorum & domorum 12. septemq; ue planetarum cõ-

stellationum, aspectuum, directionum, profectionum, honoscoporum, electionum, & quaestionum Regulae, praesertim ad agricolas, medicos, nautas & milites, & exclusis superstitionibus, directae.

Notandum quòd ex supra scriptis operibus

Theodosij, Menelai Maurolyci Spherica: Item Autolici Sphaera, Theodosii de habitationibus, Euclidis Phaenomena. Demonstratio & praxis trium tabellarum sinus recti, foecundae, ac Beneficae, Compendium Mathemathicae breuissimum simul in unum uolumen: Messanae impressa fuerunt à Petro Spina filio, Georgii Spinae Germani. anno saluti 1558.

Item

Cosmographia olim Petro Bembo dicata 3. lib. Impressa fuit Venetiis apud Iunctas. anno salutis 1543. Et rursum Basileae apud Io. Oponimum.

Item

Quadrati horarii fabrica & usus d. Io. XX. Ilio. dicata, venetiis apud Nicolaum Bassaninum anno sal. 1546.

Item

Grammatica quaedam rudimenta, Messanae per eundem Georgii Spinae filium anno salutis 1528.

Rhythmi quoque materni de laude S. C. ibidẽ per eosdẽ anno salutis. 1552.

Item

Martyrologium conrectum & instauratum Reuerend. domino M. Ant. Amulio Card. dicatum cum opographia cum multis appendicibus. anno salutis 1567. mense Septembris Venetiis apud Iunctas impressum, & iterum in forma parua mense Iulio. 1568.

Item

Historiae Sicanicae compendium cũ epistola simul ad patres Tridentinae Synodi, Messanae impressum per eundem Georgii Spinae filium & nepotes. anno sal. 1562.

Item

De uita Xp̃i, eiusq; matris, & gestis Apostolorum libelli octo senariis rythmis uulgaribus. Venetiis per Augustinum Bindonum. 1556.

INDEX COPIOSVS
IN DVOS LIBROS ARITHMETICORVM,
Alphabetico ordine dispositus.

De litera A.


ADDITIO omnis, & omnis subtractio in quantitatibus cognitis irrationalibus, fieri potest per terminos Plus & Minus. 94
Aggregatum extremorum est duplum ad medium in omnibus tribus planis siue pyramidibus, siue columnis centralibus, sub continuato laterum numero susceptis. 38
Apotome, quæ quantitas sit. 86
Apotome, quantitatis, quid. 128
Arithmetica, omnis supputationis instrumentum. 83
Arithmeticorum definitiones. 2. & 85.

De litera B.

Bimediale primum ex quibus conflectur. 129
Bimediale secundum ex quibus constet. ibi.
Bimembrium quantitatum duæ species, quarum quælibet subdiuiditur in triplices, & quas. 130
Binarius parem numerum linearium metitur. 2
Binomia, quorum radices habent inuicem proportionalia, & commensurabilia nomina, sortiuntur quoque proportionalia inter se, & commensurabilia nomina. 152
Bimonij membra, siue Residui, quæ sint. & quot, & quæ species inde fiāt. 138. & seq. 139. vsque ad 142.
Binomiū multiplicans aliquam quantitatem, si produxerit quantitatem rationalem; multiplicata quantitas Residuum est, cuius nomina proportionalia, & commensurabilia sunt Binomij nominibus. 151
Binomiorum, ac residuorum in multiplicationibus quid prænotandum. 102.
Binomium, quæ quantitas dicatur. 86
Binomium ex quibus quantitatibus constet. 128
Binomium multiplicans omnis rationalis quantitas per residuum, producit etiam Binomium, vel Residuum eiusdem speciei, ac multiplicato commensurabile. 145
Binomium si secetur per Residuum proportionalium, & commensurabilium nominum, proueniet ex diuisione Binomium primum. 154
Binomium alibi, quàm in suo puncto diuidi, seruata membrorum definitione, impossibile est. 155
Binomium, & residuum habet sex species distinctas, & quas. 129. & seq.
Binomium omne in Residuum eorundem nominum multiplicatum, producit quantitatem rationalem. 150
Binomium omne in Residuum proportionalium, & commensurabiliū nominum multiplicatum, producit quantitatem rationalem. ibid.
Binomium multiplicans aliquā quantitatem, si produxerit quantitatem ratio-

rationalem, multiplicata quantitas Residuum est, cuius nomina proportionalia, & commensurabilia sunt Binomij nominibus. 151
Binomium, & Residuum non solùm inter se magnitudine, sed etiam primo, secundo, & omni deinceps in infinitum quadrato incommensurabilia sunt. 161

De litera C.

Circuli pentagonum æquilaterum circumscribentis, si diameter fuerit linea irrationalis Minor commensurabilis minori propriè; tunc latus pentagoni erit Residuum quartum. Si autem latus pentagoni ponatur rationale: tunc diameter erit irrationalis, quæ Maior. Si demum latus Pentagoni ponatur Maior prædictæ commensurabilis, tunc diameter erit Sinomium. 171
Circuli decagonum æquilaterum circunscribentis, si diameter fuerit Residuum commensurabile Residuo proprio: Item si latus decagoni ponatur rationale: Si demum latus eiusdem decagoni ponatur Sinomium commensurabilium nominũ Residui proprij nominibus; tunc quid inde? 173
Circulus, cuius diameter rationalis, si circumscribat decagonum, pentagonum, octogonum, atque dodecagonum æquilaterum: tunc latus decagoni erit residuum quintum; latus pentagoni minor; latus dodecagoni residuum sextum. 168
Circulus, cuius diameter rationalis, si circumscribat triangulum, quadratum, & hexagonum æquilaterum; solùm latus hexagoni rationale est: latus verò tam trianguli, quàm quadrati potentialiter tantùm rationale, & longitudine incommensurabile ipsius circuli diametro. 168
Columnæ primæ numerorum linearium. vnde formentur. 22
Columnæ triangulæ primæ, quibus pyramidibus æquales. ibid.
Columnæ quadratæ primæ. ibid.
Columnæ pentagonæ primę. ibid.
Columnæ hexagonæ primæ. ibid.
Columna omnis pentagona linearis prima cum quadrato collaterali, quid efficiat. 6
Columna omnis hexagona prima cum suo hexagono collaterali, & triangulo quid consummet. eod.
Columna omnis triangula secunda cũ collaterali quadrato & triangulo primis, quid formet. eod.
Columna omnis quadrata secunda cũ duplo collateralis quadrati primi, quid faciat. ibid.
Columna omnis pentagona secunda cum duplo collateralis quadrati primi, quid construet. ibid.
Columna hexagona secunda cum hexagono secundo & impari collaterali quid efformet. 6
Columna eadem cum quadrato, & hexagono prędictis, quid faciat. fol.c.
Columna omnis septangula cum hexagono secundo & impari, q̃d faciat. e.
Octangula cum hexagono secundo & impari. ibid.
Columnæ secundæ linearis confectio. fol. b
& Colũnæ omnis secundi ordinis. ib.
Columna omnis triangula prima linearis cum duplo sui trianguli, quid conficiat. ibid.
Columna numeraria triangula, ex quo construatur. ibi.
Quadrata pentagona & Hexagona. ibi.
Columna omnis quadrata, siue Cubus ex quibus componatur. 17
Columna omnis pentagona, ex quibus construatur. 18
Columna omnis hexagona tetragonica, ex quibus fabricetur.
Colũna omnis hexagona ęquiangula, cui aggregato equiualeat. 19
Columna omnis hexagona æquiangula, ex quibus coagmentetur. ibid.
Columna omnis triangula, cui aggregato

gato æqualis. 20.21
Columna omnis triangula cum duplo sui trianguli, æquiualet triplo pyramidis triangulę collateralis. 21
Columna omnis cẽtralis, ex quibus procreetur. 33
Columna oĩs triangula centralis cum quadrato, & triangulo primi generis collateralibus, triplum facit suę pyramidis. 39
Columna omnis quadrata centralis cũ duplo quadrati collateralis primi generis coniuncta, triplum facit suę pyramidis. 40
Columna omnis pentagona centralis cum duplo quadrati collateralis, & cum triangulo precedente primi generis, triplũ facit suæ pyramidis. 40
Columna omnis pentagona cum duplo quadrati collateralis simul sumpta, triplum ualet suę pyramidis pẽtagonæ. 28
Columna omnis sexagona æquiangula cum sexagono tetragono collaterali, cumque duobus triangulis, collaterali scilicet, & præcedenti pariter sumpta, triplum facit suę pyramidis hexagonę. 30
Columna omnis centralis, ex quibus coagmentetur. 37.38
Columna omnis octogona, cum quibus figuris numerarijs, triplum suę pyramidis efficiat. 42.43
Columnarum centralium quadrata, pẽtagona, sexagona, septangula, octangulaque, cum quibus, & ad cuius instar, triplũ suę pyramidis efficiat. 43
Columna omnis heptagona cum exagono primi generis, & quadrato collateralibus, atque triangulo procedẽti coniuncta, efficit triplum suę pyramidis. 41
Columnę primi generis. 39
Itẽ centrales. ibid.
Cubus omnis lineatis cum suo quadrato, & triangulo, quid conficiat. fol, 62
Cubus, solidum regulare, ex quibus cõficiatur. fol. C
Cubi & octahedri centrales, qui Gnomones sint. 67.68
Cubi duo partium cum triplis mediorum proportionalium coniuncti, cõficiunt cubum totius. 78
Cuborum omnium a singulis radicibus factorum aggregato, ęquale est id quod fit ex aggregato, quotlibet radicum ab unitate ordinatarum in se ipsum multiplicato. 122
Cubum qui numeri conflent. 27
Cubus omnis cui pyramidi ęqualis 21
Cubus omnis cum sequenti hexagono ęquiangulo coniunctus, constituit cubum sequentem. 22
Item parte altera longior, quẽ cõficiat quadratum. 23
Cubus collateralis, ex eo, quod fit ex radice in parte altera longiori collaterali cum quadrato collaterali coniunctum, conficitur. 24
Cubus radicis ex eo, quod fit ex radice in triangulum pręcedentem duplicatum, & cum quadrato radicis coniũctum, conflatur. 24
Cubus omnis cum trianguli pręcedentis quadrato coniunctus, trianguli collateralis efficit quadratum. 25
Cubus omnis cum quadrato & triangulo collateralibus coniunctus, triplum efficit suę quadratę pyramidis. 28
Cubus, regulare solidum, hexahedrum dicitur à basium numero. 46
Cubus, Regularis, quot unitates contineat. 48
Cubus mixtus, ex quibus cõponatur. 53
Cubus omnis centralis, ęqualis est octahedro centrali, sibi collaterali. 60
Cubus omnis primi generis, cui aggregato ęqualis. 54
Cubus quantitatis alicuius fit ex multiplicatione radicis in quadratum. 85
Cubus omnis, siue octahedrus centralis cum impari collaterali coniunctus, ęquiualet duplo tetrahedri centralis. 72
Et cuborum eorumdem duplũ, ex quibus aggregatis formetur. ibid.

Cubus omnis centralis cum impari col lateràli coniunctus, conficit duplum aggregati cuborum primi generis collateralis & pręcedentis. 72
Cubus omnis primi generis cum pre cedenti cubo coniunctus conficit collaterali Tetrahedrum centralem. ibid.

De litera D.

DEnominator numerus, qui. 85
Dias lineę assimilatur. 2
Dodecahedrus, regulare solidum, ex quibus construatur. fol. C
Dodecahedrus, regulare, ex quot vnitatibus constet: cui secundo Icosahedrus secundus ē ęqualis, & sic dein ceps. 48
Dodecahedrus numerus omnis, ęqualis est Icosahedro numero sibi collaterali. 60
Duarum quantitatum plurium nominum aggregatum, aut differentia, quomodo inuestigetur. 101

De litera E.

EVclides quod productum quantitatum uocet Mediale. 137. & seq.

De litera F.

FIgura omnis centralis super addit prȩcedenti figurȩ triangulum. 32
Forma omnis numeraria centralis plana supficialis, ex quib. cōstruitur. 32
Forma omnis centralis plana, ex quibus fiat. 33. 35
Formę numerarię primi generis. 3
Formę numerarię centrales, quę. 32

De litera G.

GEometria continet omnium quātitatum species, & quas. 86
Gnomo numerarius, ex quibus conflectur, & quem quadratum ipsȩ conficiat, 26
Gnomonum, scilicet collateralis ex ordine gnomonum ab unitate continuatorum, atque quadratorum ex quadratis primis in se ductis genitorum per additionem successiuam cōstituentium; vnusquisque cui aggregato sit similis. 57
Et eosdem gnomones esse pyramides triangulas centrales per impares locos dispositas. ibid.

De litera H.

HEptagoni linearis efformatio.
Heptagonus, ex quibus fiat. 32
Heptagonus omnis cētralis, ex quibus astruatur. 34
Hexagoni primi numerorum lineariū formatio. fol. a
Hexagoni secundi ęquianguli linearis formatio. fol b
Hexagoni primi ab unitate continuati per ordinem, sunt & trianguli numeri locorum imparium. 10
Hexagonus ex quibus constet. 2
Hexagonus primus, ex quibus constet. 8
Hexagonus omnis ex quibus conficetur. 8
Hexagonus tetragonicus, siue primus, est omnis numerus perfectus. 10
Hexagonus omnis tetragonicus cum pręcedenti quadrato coniunctus, quem hexagonum compleat. 13
Hexagonus centralis, ex quibus perficiatur. 32
Hexagonus omnis centralis formatur ex formis primi generis, scilicet hexagono collaterali, & quadrato prȩcedenti. 34
Hexagonus ęquiāgolus, ex quibus quadratis conficiatur. 77
Idem cum patre altera longiore collaterali coniūctum, cōsummat quadratum imparis collateralis. ibid.
Idē cum quo Cubo coniunctus conficat

ficiat Cubũ collateralem. 78
Icosahedrum, regulare solidum, ex quibus constet.
Icosahedrum solidum Regulare, quot solidos angulos, bases cum centro habeat, & ex quo: unitatibus constituatur. 48
Icosahedrus omnis cum quadruplo impari collateralis coniunctus, conficit quincuplum collateralis pyramidis centralis. 74
Impar omnis in quadratum secundæ speciei, hoc est, centralem sibi collateralem multiplicatus, quem gnomonem producat. 54

De litera L.

Latera figurarũ æquilaterum. 171
Linea Medialis, quæ. 129

De litera M.

Magnitudinum irrationaliũ definitiones. 128
Magnitudines commensurabiles dicuntur, quas communis mensura metitur. 128
Incommenturabiles verò, quæ. ibid.
Magnitudines duæ omnes vni cõmensurabiles, sunt inuicem commensurabiles. 132
Maior, ex quibus qualitatibus conficiatur. 129
Medialis quantitatis quæ. 128
Mediale quæ quantitas vocetur. 129
Mediale, quid vocetur ab Euclide. ibi.
Mediale totum potens, quid sit. ibi.
Medicalis quantitas, quæ. 86
Minor quarum quantitatum excessus dicatur. 1029
Monas puncto assimilatur. 2
Multiplicans quando est rationalis. 134

De litera N.

Nomina multiplicãda, quando per Plus, aut Minus signãda. 102
Numeri lineares impares quomodo formentur. ibid.
Numerus perfectus qui: & eius conditiones. fol. c
Numeri lineares & eorum tabella fo. 4
Numerorum præcedentis Tabellæ formatio. fol. a, & seq.
Numerator numerus, qui. 85
Numeri impares ab vnitate per binarij appositionem successiuè fiunt. 4
Numeri impares & pares in ordine radicum alternatim, & inuicem succedunt. ibid.
Numeri ab vnitate continuati, si ex radicibus ab vnitate dispositis sumãtur tres, vel quinque, vel septem, vel sub quauis impari multitudine: tũc illorum aggregatum quale erit ei, qui fit ex ductu medij in postremũ. 9
Numeri plerique quadrati sunt, qui coniuncti quadratum numerum faciunt. 13
Numeri sunt termini Arithmeticę. 83
Numeri duo si fuerint in proportione cuborum numerorum, qui fiet ex vno eorum in quadratum reliqui, cubus erit. 108
Numeri si fuerint tres, quinque, septẽ, vel sub alterius cuiuslibet imparis multitudine, sumpti æquali excessu, & successiuè crescentes, eorum aggregatum æquum erit ei numero, qui ex ductu medij in multitudine multiplicati procreabitur. 68. & seq.
Numeri duo cuborum seruantes rationem, si singuli multiplicent suum productum, qui ex inde fient, cubi numeri erunt. 110
Numeris in tribus æquali excessu excescentibus congeries extremorum æqualis est duplo medij. 11
Numeris quatuor proportionalibus existentibus: quod fit ex primo in vltimum, æquale erit ei, quod fit ex reliquis. 75
Numerorum superficialium primi generis species. 2
Numerorum Radices, quæ. ibid.
Numero exquouis quod fit ĩ quotlibet numeros, æquale est ei quod fit ex illo

illo in aggregatum ex his. 75
Numerorum de ductu, atque Linearũ & solidorum quicquid ratione, proportione, symmetria atque similitudine rõcinamus;idem de quolibet quantitatis genere demõstrare atque concludere possumus. 86
Numeros duos unitate distantes, si aliquis multiplicet, multiplicans erit differentia productorum. 75
Numerus quotuplex. 2
Numerus primus superficialium, ternarius;in solidis,quaternarius. ibid.
Numerus linearum imparis,a quo mẽsuretur. ibid.
Numerus quilibet quot habet unitates totum in ordine radicũ locum sortitur.Et è contrà. 4
Numerus omnis datus,inuenitur in ordine radicum. ibid. 4
Numerus omnis perfectus,qui. 10
Numerus omnis parte altera longior triplicatus, & cum unitate coniunctus,conficit hexagonum ęquiangulum collateralem. 11
Numerus quadratus, unde semper resultet. 69
Numerus aliquis si duos singulos multiplicet;producta erunt multiplicatis æqualia. 75
Numerus multitudinis imparium ab vnitate dispositorum in se ductus, producit aggregatum ipsorum imparium omnium. 116
Numerus multitudinis parium ab vnitate successiuè dispositorum, multiplicatus in numerum vnitate maiorem, producit aggregatum ipsorum parium omnium. ibid.

De litera O.

Oclahedrus, regulare solidum, ex quibus conficiatur. fol. C
Octahedrus,regulare solidũ, ex quibus coalescat. 46.47
Octahedri numeri primæ speciei constructio. 47
Octahedro primi generis collaterali duploque triangulæ pyramidis. 54
Octahedrus,solidũ Regulares,quot vnitates complectatur. 48
Octahedrus,Regulare, secũdus sicut secundo Cubo, ita tertius tertio, & deinceps,adęquatur. 48
Octahedrus primi generis, ex duabus quadratis pyramidibus primi generis:& quæ illæ sint. 53
Octahedrus omnis primi generis,æqualis est pyramidi quadratæ centrali, sibique collaterali. 54
Octogoni linearis formatio. fol. 6
Octogonus, unde formetur. 32
Octogonus omnis est ęqualis quadrato imparis numeri sibi collateralis. 35

De litera P.

PAr omnis cum paribus coniunctus conficit collateralem parte altera longiorem. 45
Par omnis pręcedenti quadrato appositus, constituit sequentem quadratum. 77
Pentagoni primi numerorum linearũ constructio. fol. a
Pentagoni secundi linearis formatio. fol. 6
Pentagonus numerus ex quibus condatur. 2
Pentagoni tres centrales cum quinque unitatibus simul sumptis, quibus triangulis cum vnitatibus æquales sint. 60
Pentagonus unde constituatur. 78
Pentagonus centralis,unde constet. 32
Pentagonus omnis centralis, ex pentagono primi generis collaterali, & ex pręcedenti quadrato construitur. 34
Plani primi generis. 35
Plani centrales. ibid.
Portiones quæ constituunt Maiorem, sunt etiam ipsę irrationales Maior,& Minor. 163
Potens rationale,ac mediale,ex quibus constent quantitatibus. 129

Excessus

Excessus quarum quantitatum quomodo vocandus. ibid.
Potens duo medialia ex quibus quantitatibus fiat. ibid.
Excessus talium ędictarum quantitatum quomodo uocandus. ibid.
Productum, quę quantitas dicatur. 85
Prouenięns quantitas, siue Quotiens quæ dicatur. 85
Pyramides triangulæ primæ numerorũ linearium unde formentur. fol. a
Pyramides quadratæ unde fiant. ibid.
Et pyramid. pẽtago nę, & sexagonę. ib.
Pyramides quadratæ primæ vnde construantur. ibid.
Item Pyramides pentagonæ primæ. ib.
Et Pyramides hexagonę. ibid.
Pyramides secundæ lineares quomodo formentur. fol. 6
Item Pyramides secũdę triãgulæ. ib.
Item Pyramides quadratæ secũdę. ib.
Item Pyramides pẽtagonę, secũdę. ib.
Itẽ Pyramides hexagonæ, secũdæ. ib.
Item Heptagonæ & octogonæ secundæ. ibid.
Pyramides primi generis. 37
Pyramides centrales. ibid.
Pyramides tres quadratæ centrales cum quatuor axibus sumptæ, quibus pyramidibus cũ axibus sint æquales. 59
Pyramides tres pentagonę centrales cũ quinque axibus, quibus pyramidibus cum axibus ęquales sint. 60
Pyramis triãgula numeraria ex quibus fiat. 2
Item quadrata pyramis, vnde. ibid.
Pentagona, & Hexagona unde. ibid.
Pyramis hexagona duplex. 2
Pyramis omnis triangula cum præcedenti pyramide triangula coniuncta construit pyramidem quadratam si bi collateralem. 14
Pyramis omnis pentagona, ex quibus constet, & constituatur. 14. 15
Pyramis omnis hexagona tetragonica & quibus conſletur. 15
Pyramis omnis hexagona æquiangula ex quibus constet, & construatur. 16
Cui æqualis. 17
Pyramis omnis centralis, ex quorum aggregatione consletur. 33
Pyramis omnis centralis, ex quibus constet. 36
Pyramis, regulare, Tetrahedrum vocatur à basium numero. 46
Pyramis, Regularis, quot vnitates habeat. 47
Pyramis triangula, congeries est triangulorum. 122
Punctum non habet partem in continuis, sicut vnitas in discretis. 2

De litera Q.

Quadrati secundi linearis compositio. fol. b
Quadrati primi linearium numerorum constructio. fol. a
Itẽ eiusdem altera parte lõgioris. ib.
Quadrata, quadratorum est congeries; pentagona, pentagonorum. & deinceps. 122
Quadrata omnium duarum quantitatum inuicem commensurabilium, sunt ad inuicem sicut quadrati numeri: & Cubi ad inuicem, sicut cubi numeri: & secunda quadrata sicut bis quadrati numeri. 135
Et prędictę duæ quãtitates sunt inter se commensurabiles. ibid.
Et quando incommensurabiles. 136
Quadrata portionum irrationalis lineę bimembris, quæ Maior appellatur, sunt Binomium, & Residuum quartæ speciei. 162
Quadrata portionum potentis Rationale, ac Mediale, sunt Binomium, ac Residuum aliquando quintæ, aliquando sextę speciei. 163
Quadrata potẽtis duo medialia portionum, sunt etiam Binomium, etiam Residuum quinque quintæ, & quinque sextę speciej. 164
Quadrati numeri continuati ab vnitate ipsis imparibus collaterales, unde cõstruantur. 7
Quadrati tres centrales cum quatuor vnitatibus sumpti, sunt æquales quatuor

tuor triangulis centralibus cum tribus vnitatibus simul acceptis in eodem loco. 59
Quadrati quadratorum vnde procreentur; quos et quadratos secundos appellat Autor. 70
Ex quibus gnomones ad monadũ continua eorum adiectione seriatim constituuntur. 71
Et quomodo ipsi Gnomones vocandi sint. ibid
Quadratorum a quotcumque ab vnitate ordinatis radicibus factorum ad habendum cumulum, Regula. 121
Quadratorum inæqualium omne aggregatum excedit duplum producti radicum in quadrato differentiæ radicum. 142
Eiusdem demonstratio. 143
Quadratum imparis collateralis ex quibus componatur. 61
Quadratũ alicuius quãtitatis quod. 85
Quadratus numerus, ex quibus conflectur. 2
Quadratus omnis numerarius cum radice sua coniunctus, conficit sequentem parte altera longiorem. 5
Quadratus omnis parte altera longior cũ radice collaterali coniunctus cõflat collateralem quadratum. 6
Quadratus omnis cum radice sua, & cum radicem sequenti coniunctus, consummat quadratum sequentẽ. 6
Quadratus omnis cum impari sequẽte coniunctus, constituit quadratum sequentem. 7
Quadratus omnis cum duplo suæ radicis, & vnitate coniunctus, constituit quadratum sequentem. 7
Quadratus omnis cum radice sua coniunctus, & inde triplicatus, ac mox cum vnitate potitus, quam formam conficiat. 11
Quadratus omnis trianguli, cui cuborum quadrato æqualis. 25
Idem parte altera longior, quem excedat. 26
Quadratus omnis imparis, quem quadratum excedat. 26
Quadratus numerarius centralis, ex quibus componatur. 32
Quadratus omnis centralis, ex quibus conficiatur. 33
Quadratus numerus, ex quibus semper resultet. 69
Quadratus secundus ex quo conficetur. 86
Quadratus sicut est ad duplum suæ radicis, sic est collateralis triangulus ad sequentem radicem. 119
Quadrupli singuli numerorum imparium ab vnitate per ordinem continuatorum, si post zifram disponantur, ex eorũ successiua aggregatione construentur quadrati numeri à paribus collateralibus in se multiplicatis, producti. 45
Quantitas in quantitatem quando partiri dicatur. 85
Quantitas posita quæ, & vnde nominetur. ibid.
Quantitas multiplex ad positam, quo numero denominetur. ibi.
Quantitas continens partem, vel partẽ positæ, quibus numeris significetur. ibid.
Quantitas significtaa ad positam, quã habeat rationem. ibid.
Quantitas significata ad positas quot modis se habere possit. ibid.
Quantitas cum quantitate quando cõiungi dicatur. & quando subtrahi. ibid.
Quantitas, quantitatem quando multiplicare dicatur. ibid.
Quantitas magnitudine rationalis, quæ. 86
Quantitas potentia tantùm rationalis, quæ. 86
Quantitas cubo tantùm rationalis, quę & quando. 86
Quantitas secundo quadrato tantũ rationalis. 86
Quantitas quælibet si in duo segmenta diuidatur, id quod fit ex vtrolibet assumpto segmento in quadratũ totius, æquum erit his duobus, scilicet quæ fiunt ex vtraque sectionum in

in quadratum reliquæ, & ei quod fit ex quadrato assumpti segmenti in totam. 106
Quantitas quælibet si in duo segmenta secetur, cubus, qui ex tota æquius erit his, scilicet duobus cubis sectionum, & triplo eius, quod fit ex quadrato vtriusque in reliquam. 106
Quantitas bimembris, & Residualis, non solùm inter se magnitudine, sed etiam potentialiter in infinitum commensurabiles sunt. 161
Quantitas omnis potentia rationalis diuisa in Binomiũ, exibet in quotiente Residuum. 164
Quantitas omnis potentia rationalis diuisa in Residuum, exibet in quotiente Binomium. 164
Quantitas omnis potentialiter rationalis, diuisa in Binomialem, reddit in quotiente residualem correlatiuam: Diuisa verò in Residualem, reddit in quotiente Binomialem correlatiuam. Idemque dicendum de quantitate simpliciter rationali. 165
Quantitates, quarum denominatores sunt æquales, sunt ad inuicem sicut numeratores. 89
Quantitatem quinque bimembrium quamlibet, alibi, quàm in suo termino distingui, seruata difinitione, impossibile est. 156
Quantitates, quarum Numeratores sunt æquales, sunt ad inuicem sicut Denominatores ordine commutato. ibid.
Quantitates quotcunque cùm fuerint per idem crementum seriatim crescentes, ex dimidio numeri ipsarum in congeriem, ex prima & vltima multiplicato, producitur aggregatũ ipsarum omnium. 115
Quantitates quotlibet si in vno ordine fuerint continuè proportionales, & in secundo ordine quantitates vna plures in eadem ratione continuè pro portionales ita, vt earum differentiæ sint quantitatibus primi ordinis singulæ singulis æquales: tunc differentia primæ, & postremæ secundi ordinis, æqualis erit aggregato quantitatum primi ordinis. 116
Quantitates quotlibet si secundũ duos terminos sumantur continuè proportionales, quarum extremam multiplicent ipsi termini: tunc productorũ differentia diuisa interminorũ differentiam, exhibet aggregatum ipsarum quantitatum. 117
Quantitates potentia commensurabiles, quæ. 128
Incommensurabiles verò, quæ. ibi.
Quantitates in secunda potentia commensurabiles, quæ. ibid.
Incommensurabiles verò, quæ. ibid.
Quantitates cubo commensurabiles quæ. ibid.
Incommensurabiles verò, quæ. ibid.
Quantitates duæ omnes proportionales duobus quantitatibus quoquo modo commensurabilibus, sunt eodem modo cõmensurabiles. Et proportionales duabus aliquo modo incommensurabilibus, sunt eodẽ modo incommensurabiles. 133
Quantitates duæ omnes, inuicẽ commensurabiles, sunt sicut numerus ad numerum, & hæ sunt inuicem commensurabiles. 131
Quantitates duę inuicem incommensurabiles, non sunt ad inuicem sicut numerus ad numerum. 132
Quantitates duæ omnes, quarum vna commensurabilis est alicui tertiæ, reliqua uero eidem incommensurabilis, sunt ad inuicem incõmensurabiles. ibid.
Quantitates duæ omnes inuicem commensurabiles coniunctæ, conficiunt eiusdem generis quantitatem, & sibi commensurabilem. 147
Quantitates duæ bimembres eiusdem generis inuicem commensurabiles, per ordinem sex irrationalium sumptæ inter se multiplicatæ, producunt singulas Binomij species. 149
Quantitates duæ Residuales eiusdem generis, inuicem commensurabiles per

per ordinem sex generum sumptæ inter se multiplicatæ, producunt singulas Residui species. 149
Quantitates duæ bimembres eiusdem generis potentialiter inuicem commensurabiles, inter se multiplicatæ, producunt Binomia. 149
Quantitates duæ Residuales eiusdem generis inuicem potentia commensurabiles, inter se multiplicatæ, Residuum producunt. 150
Quantitatibus ex quotcunque inuicem commensurabilibus aggregatum, est singulis partibus commensurabile, & eiusdem generis cum eisdem. 148
Quantitati multiplicatæ si productum fuerit commensurabile, tunc multiplicans est rationalis. 134
Quantitatis species. 130. & seq.
Quantitatis propositę duorum aut plurium nominum, in datam vnius nominis quantitatem partitio. 104
Quantitatis duorum, aut plurium nominum propositę, in datam duorum nominum quantitatem diuisio. 105
Quantitatibus duabus propositis, cubo tantùm cognitis, earum coniunctio, & minoris à maiore subtractio. 108
Quantitatis vnius nominis in quantitatem duorum aut plurium nominum, multiplicatio. 102
Quantitatis cuiuspiam propositæ radicis quadratæ extractio. 110
Quantitatis cuiuspiam propositæ radicis cubicæ extractio. 112
Quantitatis omnis secundum extremā mediamque rationem diuisæ, vtraque portio Residuum est: Maior scilicet quintum, Minorum autem primum. 165
Quantitatis secundum extremam, mediamque rationem diuisæ, si Maior portio fuerit rationalis, Minor erit Residuum quintum. 156
Quantitatis secundùm extremam, mediamque rationem diuisæ, si Minor portio fuerit rationalis; Maior erit Binomium quintum. 167
Quantitatibus duabus propositis, quarum quadrata tantùm vel cubi tantùm, uel secunda quadrata tantùm cognita supponuntur; alterius in alteram partitio. 96
Quantitatibus duabus propositis, alterius in alteram partitio. 93
Quantitatibus duabus propositis, alterius in alteram multiplicatio. 92
Quantitatibus duabus inæqualibus propositis, minoris à maiori subtractio.
Quantitatibus in continuè proportionalibus, si prima, & secunda fuerint rationales, tunc sequentes in eadem proportione continuatæ semper in infinitum rationales erunt. 126
Quantitatum duarum propositarum per potentias cognitas, aut per cubos tantum datos, cōgeriei, aut excessus inuestigatio. 79
Quantitatū omnis additio, subtractio, multiplicatio, seu diuisio, vel radicū extractio, fit per eos numeros, à quibus ipsæ quantitates significātur. 89
Quantitatum duarum propositarum coniunctio. 90
Quantitatum duarum ratio componitur ex rationibus numeratorum, & denominatorum, ordine commutato sumptis. 90
Quantitatibus duabus propositis inæqualibus, minoris a maiori subtractio. 91
Quantitatum duarum propositarum quarum vel quadrata tantùm, uel cubi tantùm, uel secunda quadrata tantùm cognita supponuntur, inuicem multiplicatio. 94
Quantitatum duarū propositarum potentia tantùm, vel cubo tantùm, vel secundo quadrato tantùm rationalium, inuicem commensurabilium, inuicem coniunctio, vel alterius ad alteram subtractio. 100
Quantitatum duarum propositarum, singularum, duorum, aut plurium nominum, inuicē multiplicatio. 104
Quantitatum irrationalium bimembrium

brium definitiones. 128
Quantitatum duarum omnium inuicem incommensurabilium cõgeries, & excessus sunt inter se, & ipsis inuicem incommensurabiles. 132
Item si congeries uni earum sit incommensurabilis, erit & reliquæ incommensurabilis, & ipsæ inter se incommensurabiles. ibid.
Quantitatum duarum omnium inuicem incommensurabilium congeries,& excessus, sunt inter se & ipsis inuicem incommensurabiles. & si congeries vni earum sit incommensurabilis, erit & reliquæ incommensurabilis,& ipsę inter se incommensurabiles. 133
Quantitatum omnium duarum inuicem commensurabilium quadrata, sunt ad inuicem sicut quadrati numeri: & Cubi ad inuicem, sicut Cubi numeri: & secunda quadrata, sicut bis quadrati numeri. 135
Quantitatum duarum potentia tantũ rationalium inuicem commensurabilium, omne productum est rationale. 137
Quantitatum duarum rationalium & potentialiter tantùm inter se commensurabilium, omne productum est potentia tantum rationale: quod ab Euclide vocatur Mediale. ibid.
Quantitatum quinque residualium quamlibet esse excessum aliorum, quàm suorum membrorum, seruata definitione, impossibile est. 158
Quotiens quantitas quæ. 85
Quantitas rationalis quæ. 128
Irrationalis verò quæ. ibid.
Quantitas medialis, quæ. 128
Quantitas rationalis potentia tantùm, quæ. Rationalis cubo tantùm. ibid.
Quantitas potentia tantum rationalis quæ. 129
Quantitas omnis rationalis multiplicans aliquam quantitatem, producit quantitatem multiplicatæ cognominem,& commensurabilem. 133
Quantitas, quæ metitur partes, metitur & totum: & quæ metitur totum & ablatum, metitur & relictum. ibid.
Quantitas omnis diuisa pro quantitatem sibi commensurabilem, exhibet in quotiente quantitatem rationalem. 134
Quantitas quædam si in duo segmenta dispescatur, cubus totius æqualis erit his, scilicet duobus cubis segmentorum, & triplo solidi sub tota & singulis segmentis contenti. 107
Quantitas omnis rationalis multiplicans quamlibet irrationalium quãtitatum siue bimembrem, siue eius correlatiuam residualem; producit eiusdem generis irrationalem, ac multiplicatæ cõmensurabilem. 146
Quantitas omnis commensurabilis cuipiam ex irrationalium ordine, est eiusdem generis irrationalis, & habet eidem proportionalia, & commensurabilia nomina. 147
Quantitas omnis irrationalis diuisa p quamuis rationalẽ, exhibet in quotiente quantitatem sibi cognominẽ, & commensurabilem. 147
Quantitas omnis potentialiter cõmensurabiles alicui ex irrationalibus, est eiusdem generis quantitas. 148
Quantitas omnis potentia irrationalis multiplicans aliquam ex irrationalibus, producit eiusdem generis quantitatem. 148
Quantitas omnis irrationalis diuisa in quantitatem potentia rationalem, exhibet in quotiente quantitatem sibi cognominem. 148
Quantitas omnis rationalis diuisa in Binomium, exhibet in quotiente Residuum, cuius nomina commensurabilia sunt, & proportionalia ipsius Binomij nominibus. 152
Quantitas omnis rationalis diuisa in residuum, exhibet in quotiente Binomium, cuius nomina incommensurabilia sunt, & proportionalia ipsius Residui nominibus. 152
Quantitas omnis irrationalis bimembris multiplicans residualem quantitatem

tatem eorundem, siue proportionalium, & commensurabilium nominum, producit quantitatem poten. tia rationalem, & quandoque rationalem. 153
Quantitas quælibet bimembris si secetur per residualem quantitatem proportionalium, & commensurabiliũ nominum, proueniet ex diuisione tali Binomium. 154
Quantitas quęlibet residualis si secetur per bimembrẽ quantitatem proportionalium, & cõmensurabilium nominum, prouenerit ex diuisione tali Residuum. 155
Quantitas omnis medialis multiplicans aliquam irrationalem de numero sex generum, siue bimembrem, siue residualem, producit omnino aliquid de numero earundem 158
Quantitas omnis medialis diuidens aliquam ex irrationalibus, siue bimembribus, siue residualibus, præstat in quotiente aliquam de numero earundem. 159
Quantitas omnis secundo quadrato commensurabilis alicui irrationali, siue de numero bimembrium, siue residualium, est etiam de numero earundem. ibid.
Quantitas omnis irrationalis, siue de numero sit bimembrium, siue residualium, non solum magnitudine, ac potentia irrationalis est, hoc est, quo ad primum quadratum; sed etiam quo ad secundum, & sequentia in infinitum quadrata 160

De litera R.

Radices numerorum linearium vnde formentur. fol. a
Radices numerorum, quæ 28
Radices numerariæ singulæ duplicatæ constituunt pares numeros singulos per ordinem. 4
Radicum vnitate distantium ex aggregato in aggregatum quadratorum ipsarum radicum producitur differentia ipsorum quadratorum. 79
Radicum quotlibet (si fuerit ab vnitate ordinatarum) quod fit ex aggregato multiplicato in duplum radicis vltimæ, si iungatur cum ipso radicum aggregato, conflabit triplum aggregati omnium quadratorum ex dictis radicibus singulis factorum 119
Radices quotlibet (si fuerit ab vnitate ordinatè) quod fit ex aggregato postremæ & sequentis radicum in productum ex eisdem, duplum semper est ad congeriem ex cubo quadrato, & triãgulo collateralibus postremæ: Et perindem sexcuplum pyramidis quadratæ collateralis, hoc est, aggregati quadratorum ex radicibus ordinatis productorum. 120
Radices singularum residui specierum, quales sint quantitates, & quæ 143
Radices quando habeant æqualia nomina, & è contrario. 114
Radicibus quotlibet ab vnitate propositis, si radix proximè sequens multiplicet aggregatum ex quadrato postremæ & ex dimidio ipsius postremæ; producetur triplũ summæ quadratorum ipsarum radicum propositarum. 121
Radicum ab vnitate per ordinem dispositarum, vltima in succedentem multiplicata, producit numerum, cuius dimidium est aggregatum ipsarum omnium radicum. 116
Radix omnis numeraria cum radice præcedenti, facit sibi collateralem imparem; cum sequenti verò sequentem. 5
Radix omnis numeraria multiplicata in radicem sequentem, producit duplum trianguli sibi collateralis. 5
Radix omnis ducta in imparem collateralem, producit hexagonum primum collateralem. 8
Radix omnis media inter vnitatem & imparem in ordine radicum, multiplicata in talem imparem, quid producat. 9
Radix omnis sexcuplicata, & cum vnitate,

tate cumque sexcuplo præcedentis trianguli coniuncta, quam formam numerariam consummet. 10
Rationalis tantùm quantitas, quæ 86
Rationalis magnitudine quantitas, quæ. 66
Rationalis quantitas quæ vocetur. 128
Irrationalis vero, quæ ibid.
Rationalis potentia tantum quantitas, quæ ibid.
Rationale tam potentis, ac Mediale, quàm potentis duo Medialia portione, sunt quandoque potens Rationale, ac Mediale, & deinceps 164
Rationis datæ, toties quoties quis proponat, multiplicatio. 123
Rationis datæ bifariæ, siue trifariæ, plurifariæ, vtcunque quispiam postulauerit, æqualiter partitio. 124
Rationum duarum propositarum coniunctio. 123
Rationum duarum propositarum alterius ab altera subtractio. ibid.
Recisum, quæ quantitas vocetur. 86
Regulariorum solidorum formatio fol.c.& seq.
Regula ad habendum cumulum quadratorum a quotcunque ab vnitate ordinatis radicibus factorum. 121
Regularia, siue solida Geometrica, quot & quæ 46
Regulæ de figuris æquilateris. 168
Regulæ de solidibus regularibus. 169
Residua, quorum radices habent inuicem proportionalia, & commensurabilia nomina, sortiuntur proportionalia inter se & commensurabilia nomina. 153
Residui species, quarum quantitatum quadrata sint. 144
Residuum, quæ quantitas nuncupetur. 86
Residuum, siue Apotome quid. 128
Residuum mediale primum quid. 129
Residuum multiplicans aliquam quantitatem, si fecerit quantitatem rationalem; multiplicata quantitas Binomium est, cuius nomina proportionalia sunt, & commensurabilia Residui nominibus. 1
Residuum si secetur per Binomium proportionalium, & commensurabilium nominum, proueniet ex diuisione Residuum primum. 154
Residuum mediale secundum quid. ibidem.
Residuũ esse excessum aliorum, quàm suorum membrorum, seruata eius definitione, impossibile est. 157

De litera S.

Solida Regularia quomodo formẽtur. fol.c.
Solidorum vnumquodque ex quibus constare debeat. 49
Solidorum definitiones - 53
Sphæra, cuius diameter rationalis, si circunscribat quinque solida regularia; tam pyramidis, quàm octahedri, & cubi latus, potentia tantum rationale est: ipsique diametro longitudine incommensurabile: Latus autem & Icosahedri, minor: latus verò dodecahedri, Residuum sextum. 169

De litera T.

Tetrahedrum seu Pyramis, Regulare solidum, ex quibus construatur. fol.c.
Quod est cubus mistus. fol.d.
Tetrahedrus centralis vnde conficiatur. 23
Tetrahedrus omnis centralis, potest esse cubus cubas centralis tertij generis. ibid.
Tetras solido est similis. 2
Trianguli primi numerorum linearium constructio. fol.a.
Trianguli secundi numerorum linearium formatio. fol.5.6.
Triangulis in tribus continuatis in ordine triangulorum congeries extremorum, vnitate excedit duplum medij.
Trianguli latus ad latus quadrati et eodem

eodem circulo descriptorum potentialiter, est sexquialterum, & perinde incommensurabile. 168
Triangulus omnis numerarius duplicatus, efficit numerum parte altera languiorem sequentem. 5
Triangulus cum præcedenti triangulo coniunctus, perficit quadratum sibi collateralem. 6
Triangulus omnis quadruplicatus, & cum vnitate coniunctus, efficit aggregatum collateralis, & sequentis quadratorum. 12
Idem cum præcedenti quadrato, & cum sibi collaterali parte altera longiori coniunctus, quem hexagonum consummet. ibid.
Triangulus numerus qui, & ex quibus constet. 2
Triangulus omnis octuplicatus cum vnitate, conficit sequentis imparis quadratum. 24
Triangulus omnis centralis constat ex collaterali triangulo, & præcedenti quadrato primi generis. 33
Triangulus omnis multiplicatus in duplum collateralis radicis, producit aggregatum ex cubo & quadrato collateralibus. 119
Trias superficiei similis est. 2

De litera V.

Vnitates quomodo disponendæ ad efformanda solida numeralia. fol. 7. & sequen.
Vnitas est principium, & constitutrix omnium numerorum. 2
Vnitas semper ponitur in Regularibus solidis centralibus. 47
Vnitas communis numerorum dimensio. 8

Errata sic corrigito.

Fol. 106. uersu ultimo, æquum æquus. 117. 28. extrema extremam. 129. 1. Residum Residuum. 154. 30. proueniat. 163. 3. minor maior.